

MOD AYRIŞTIRMA YÖNTEMLERİ VE KULLANIM ALANLARI

Ampirik Mod Ayrıştırma ve Dinamik Mod
Ayrıştırma Yöntemlerinin Teorisi ve Uygulamaları



Ece YILMAZ
Musa ÇIBUK



Mod Ayrıştırma Yöntemleri ve Kullanım Alanları
Ece YILMAZ, Musa ÇIBUK

Genel Yayın Yönetmeni: Berkan Balpetek

Baskı: Aralık 2025

Yayıncı Sertifika No: 49837

ISBN:978-625-8698-95-4

© Duvar Yayınları

853 Sokak No:13 P.10 Kemeraltı-Konak/İzmir

Tel: 0 232 484 88 68

www.duvar yayinlari.com

duvarkitabevi@gmail.com

**MOD AYRIŖTIRMA YÖNTEMLERİ
VE
KULLANIM ALANLARI**

**YAZARLAR
ECE YILMAZ, MUSA ÇIBUK**

BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ

Bu kitap, bilimsel amaçlı araştırmaları ve çalışmalarını içeren akademik bir yayındır.

**ARALIK 2025
BİTLİS**

MOD AYRIŞTIRMA YÖNTEMLERİ VE KULLANIM ALANLARI

Ece YILMAZ, Musa ÇIBUK

Aralık 2025

ÖZET

Doğrusal olmayan ve durağan olmayan zaman serilerinin analizi için klasik yöntemlerin yetersiz kaldığı durumlarda veri güdümlü ayrıştırma yaklaşımları güçlü alternatifler sunmaktadır. Bu çalışma, iki temel yöntemi—Ampirik Mod Ayrıştırma (EMD) ve Dinamik Mod Ayrıştırma (DMD)—teorik çerçeveleri, algoritmik özellikleri, varyantları ve uygulama alanlarıyla birlikte bütüncül biçimde ele almaktadır.

Birinci bölümde EMD'nin eleme süreci, IMF yapısı, zarfların interpolasyonu, sınır koşulları ve mod karışımı gibi temel sorunları incelenmiş; EEMD, CEEMDAN, ICEEMDAN, MEMD ve EWT gibi gelişmiş varyantlar ile atmosferik verilerden biyomedikale, finansal zaman serilerinden enerji sistemlerine uzanan çok sayıda uygulama örneği değerlendirilmiştir.

İkinci bölümde DMD, Koopman operatörü bağlamında ele alınarak dinamik modların spektral ayrıştırılması, doğrusal olmayan sistemlerin yüksek boyutlu lineer temsiliinin matematiksel temelleri ve yöntemin sınırlılıkları tartışılmıştır. Ardından exact, optimized, extended, sparse, multi-resolution, delay-embedding ve compressed DMD gibi çeşitler karşılaştırılmış; EEG analizi, akışkanlar mekaniği, dijital ikiz uygulamaları, cihaz modelleme ve görüntü işleme gibi farklı disiplinlerdeki literatür çalışmaları özetlenmiştir.

Bu kitap, Ampirik Mod Ayrıştırma ve Dinamik Mod Ayrıştırma yöntemlerini teorik temelleri, sınırlılıkları, varyantları ve geniş uygulama alanlarıyla birlikte derinlemesine ele alarak literatürdeki dağınık bilgiyi bütüncül bir yapıda bir araya getirmeyi amaçlamaktadır. Sunulan kapsamlı yöntem incelemeleri, örnek uygulamalar ve güncel araştırma sonuçlarıyla çalışma, mühendislik, bilimsel araştırma ve veri analitiği alanlarında bu yöntemleri uygulamak veya geliştirmek isteyen araştırmacılar için kapsamlı bir akademik başvuru kaynağı niteliğindedir.

Anahtar Kelimeler: Ampirik Mod Ayrıştırma, Dinamik Mod Ayrıştırma, Hilbert–Huang Dönüşümü, İçsel Mod Fonksiyonları, Doğrusal Olmayan ve Durağan Olmayan Sinyaller, Zaman–Frekans Analizi

MODE DECOMPOSITION METHODS AND USE CASES

Ece YILMAZ, Musa ÇIBUK

December 2025

ABSTRACT

Data-driven decomposition approaches offer powerful alternatives when classical methods are insufficient for the analysis of nonlinear and nonstationary time series. This study comprehensively addresses two fundamental methods—Empirical Mode Decomposition (EMD) and Dynamic Mode Decomposition (DMD)—including their theoretical frameworks, algorithmic properties, variants, and application areas.

The first section examines fundamental issues of EMD, such as the elimination process, IMF structure, envelope interpolation, boundary conditions, and mode mixing; advanced variants such as EEMD, CEEMDAN, ICEEMDAN, MEMD, and EWT are evaluated, along with numerous application examples ranging from atmospheric data to biomedical, financial time series to energy systems.

The second section discusses DMD in the context of the Koopman operator, focusing on spectral decomposition of dynamic modes, the mathematical foundations of high-dimensional linear representation of nonlinear systems, and the limitations of the method. Subsequently, variants such as exact, optimized, extended, sparse, multi-resolution, delay-embedding, and compressed DMD are compared; Literature studies from various disciplines such as EEG analysis, fluid mechanics, digital twin applications, device modeling, and image processing are summarized.

This book aims to bring together the scattered information in the literature in a holistic structure by thoroughly examining the theoretical foundations, limitations, variants, and broad application areas of Empirical Mode Decomposition and Dynamic Mode Decomposition methods. With the comprehensive method reviews, example applications, and current research results presented, this work serves as a comprehensive academic reference source for researchers who wish to apply or improve these methods in the fields of engineering, scientific research, and data analytics.

Keywords: Empirical Mode Decomposition, Dynamic Mode Decomposition, Hilbert–Huang Transform, Intrinsic Mode Functions, Non-Linear and Non-Stationary Signals, Time-Frequency Analysis

İÇİNDEKİLER

ÖZET	I
ABSTRACT	II
İÇİNDEKİLER	III
ŞEKİLLER DİZİNİ	VII
KISALTMALAR	X
1. GİRİŞ	1
2. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA	3
2.1. İçsel Mod Fonksiyonu	4
2.2. Ampirik Mod Ayırıştırma Yönteminin Uygulama Mantığı.....	5
2.2.1. Kübik Spline İnterpolasyonu.....	5
3. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA YÖNTEMİNİN SINIRLAMALARI	7
3.1. Zarfların Tahmin Edilmesi	7
3.2. Sınır Koşulları.....	8
3.3. Eleme İşleminin Durdurulması.....	9
3.4. Genlik ve Frekans Çözünürlüğü	10
3.5. Mod Karıştırma.....	11
4. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA TÜRLERİ	12
4.1. Hilbert- Huang Dönüşümü	12
4.1.1. Hilbert Dönüşümü	13
4.2. Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması.....	14
4.2.1. Beyaz Gauss Gürültüsü ve Renkli Gürültü	15
4.3. Optimize Edilmiş Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması	16
4.4. Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayırıştırması	17
4.5. Gürültü Destekli Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayırıştırma (NA-MEMD)	18
4.6. Zamanla Değişen Filtre Tabanlı Ampirik Mod Ayırıştırması	18
4.7. Ampirik Dalgacık Dönüşümü.....	19
4.8. Karmaşık Ampirik Mod Ayırıştırma	21
4.9. Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması	23
4.10. Geliştirilmiş Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması	24
5. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA İLE YAPILAN ÇALIŞMALAR	26
5.1. Ayırıştırma Yöntemlerinin Derin Öğrenme Algoritması ile Tanımlanan Rüzgâr Hızı Tahmin Modeli Başarımına Etkisinin İncelenmesi [10]	26
5.2. Hybrid pixel based method for multimodal image fusion based on Integration of Pulse Coupled Neural Network (PCNN) and Genetic Algorithm (GA) using Empirical Mode Decomposition (EMD) [41]	28
5.3. A New Method for Evaluating Natural Gas Pipelines Based on ICEEMDAN-LMS: A View of Noise Reduction in Defective Pipelines [37]	29

5.4. Joint Empirical Mode Decomposition and Singular Spectrum Analysis Based Pre-processing Method for Wearable Non-invasive Blood Glucose Estimation [42]	34
5.5. Combined ultra-short-term photovoltaic power prediction based on CEEMDAN decomposition and RIME optimized AM-TCN-BiLSTM [43]	36
5.6. A Hybrid Deep Learning Method Based on CEEMDAN and Attention Mechanism for Network Traffic Prediction [44]	38
5.7. A Hybrid Model for Lane-Level Traffic Flow Forecasting Based on Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition and Extreme Gradient Boosting [45].....	40
5.8. A New Hybrid Prediction Method of El Niño/La Niña Events by Combining TimesNet and ARIMA [46].....	42
5.9. Accurate Stock Price Forecasting Based on Deep Learning and Hierarchical Frequency Decomposition [47]	44
5.10. Deep Multi-Stage Reference Evapotranspiration Forecasting Model: Multivariate Empirical Mode Decomposition Integrated With the Boruta-Random Forest Algorithm [48]	46
5.11. Hybrid Prediction Model for Passive Optical Network Traffic based on CEEMDAN and Machine Learning [49]	48
5.12. Predicting the Remaining Useful Life of Lithium-ion Batteries with Mode-Gating Network [50].....	49
5.13. Stock Index Forecasting Using a Novel Integrated Model Based on CEEMDAN and TCN-GRU-CBAM [51]	51
5.14. Effect of Multi-Scale Decomposition on Performance of Neural Networks in Short-Term Traffic Flow Prediction [52].....	54
5.15. CEEMDAN-BasedHybridMachineLearningModelsforTime Series Forecasting Using MARS Algorithm andPSO-Optimization [53]	56
6. DİNAMİK MOD AYRIŞTIRMA	58
6.1. Koopman Operatörü	59
6.1.1. Koopman Operatörünün Matematiksel Temelleri.....	59
6.2. Yöntemin Matematiksel Uygulaması	59
6.3. Dinamik Mod Ayırıştırma Türlerinin Sınırlamaları	61
6.3.1. Spektral Kirlilik (yanıltıcı modlar).....	61
6.3.2. Değişmez Altuzaylar.	61
6.3.3. Sürekli Spektrumlar.....	61
6.3.4. Doğrusallık Dışılık ve Yüksek Boyutlu Durum Uzayı.....	62
7. DİNAMİK MOD AYRIŞTIRMA TÜRLERİ.....	63
7.1. Rastgele Dinamik Mod Ayırıştırma.....	63
7.1.1. Rastgele Tekil Değer Ayırıştırmaları	63
7.2. Düşük Dereceli Dinamik Mod Ayırıştırma	64
7.3. Seyrek Dinamik Mod Ayırıştırma	65
7.4. Seyrekliği Teşvik Eden Rastgele Dinamik Mod Ayırıştırması.....	67
7.5. Genişletilmiş Dinamik Mod Ayırıştırma	68
7.6. Kontrollü Akış Dinamik Mod Ayırıştırma	70

7.7. Çoklu Çözünürlüklü Dinamik Mod Ayırıştırma.....	72
7.8. Seyrekliği Arttıran Dinamik Mod Ayırıştırma	74
7.9. İleri- Geri Dinamik Mod Ayırıştırma	76
7.10. Sıkıştırılmış Dinamik Mod Ayırıştırma.....	77
7.10.1. Sıkıştırılmış Algılama ve Matris Çizimi.....	78
7.10.2. Algoritma	78
7.11. Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayırıştırma	80
7.12. Çok Değişkenli Dinamik Mod Ayırıştırma	82
7.13. Gecikmeli-Yerleştirme Dinamik Mod Ayırıştırma.....	83
7.14. Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma.....	84
7.14.1. Paralel Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma	84
7.14.2. Sıralı Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma.....	86
7.15. Gecikmeli Yerleştirme Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma	88
7.15.1. Paralel Gecikmeli Yerleştirme Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma ..	88
7.16. Torbalama, Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayırıştırma	88
7.17. Toplam Dinamik Mod Ayırıştırması	90
7.18. Toplam En Küçük Kareler Dinamik Mod Ayırıştırma	90
7.19. Kontrollü Dinamik Mod Ayırıştırma.....	93
7.20. Sağlam Dinamik Mod Ayırıştırma	94
7.21. Akış Dinamik Mod Ayırıştırması	97
8. DİNAMİK MOD AYRIŞTIRMA İLE YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	100
8.1. Analysis of Epileptic EEG Signals By Using Dynamic Mode Decomposition and Spectrum[91].....	100
8.2. Dynamic Mode Decomposition for Analysing Multi-Phase Flow in Porous Media [92]	102
8.3. AI Based Rice Leaf Disease Identification Enhanced by DynamicMode Decomposition [93]	104
8.4. A Dynamic Mode Decomposition Based Edge Detection Method for Art Images [94] .	108
8.5. Dynamic Mode Decomposition of the Core Surface Flow Inverted From Geomagnetic Field Models [95].....	109
8.6. Discovering Dynamic Patterns From Infectious Disease Data Using Dynamic Mode Decomposition [96]	110
8.7. Assessment of Dynamic Mode Decomposition (DMD) Model for Ionospheric TEC Map Predictions [97].....	112
8.8. Dynamic mode decomposition for modeling the UI dependence in fuel cells[98] ...	115
8.9. Bayesian Hankel Dynamic Mode Decomposition for Ship Motion Digital Twinning [99]	116
8.10. Developing a Digital Twin of part cooling in an injection moulding process through a Dynamic Mode Decomposition-Kalman Filter approach [100]	117

8.11. Dynamic Mode Decomposition of 4D Imaging Data to Explore Intermittent Fluid Connectivity in Subsurface Flows [101].....	119
8.12. Application of Dynamic Mode Decomposition to Characterize Temporal Evolution of Plantar Pressures from Walkway Sensor Data in Women with Cancer [102]	121
8.13. Dynamic Mode Decomposition for Analysis and Prediction of Metabolic Oscillations from Time-Lapse Imaging of Cellular Autofluorescence [103]	122
8.14. A Parametric and Feasibility Study for Data Sampling of the Dynamic Mode Decomposition: Range, Resolution, and Universal Convergence States [104]	125
8.15. Continuous Crack Detection Using the Combination of Dynamic Mode Decomposition and Connected Component-Based Filtering Method[105]	126
9. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	129
9.1. Ampirik Mod Ayrıştırma.....	129
9.2. Dinamik Mod Ayrıştırma	133
10.SONUÇ VE ÖNERİLER.....	136
KAYNAKLAR	138

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Örnek bir titreşim sinyalinin EMD ile MATLAB’da analiz edilmiş hali [15]	3
Şekil 2.2. Tipik bir IMF [11]	4
Şekil 2.3. Hata, bir hücrede x ve y yönlerinde ortaya çıkar. (a) x- yönünde. (b) y- yönünde[22]	6
Şekil 3.1. Durağan olmayan zaman serisi EMD ayrıştırılması-Uygunsuz sınır koşulları [13].	9
Şekil 3.2. Durağan olmayan zaman serisi EMD ayrıştırılması-Uygun sınır koşulları [13].	9
Şekil 3.3. EMD ile ayrıştırma: (a) simülasyon sinyali, (b) IMF c_1ve (c) IMF c_2 [31].	11
Şekil 4.1. Fourier ekseninin segmentasyonu [41]	20
Şekil 5.1. EMD kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].	31
Şekil 5.2. EEMD kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].	31
Şekil 5.3. CEEMDAN kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].	32
Şekil 5.4. ICEEMDAN kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].	32
Şekil 5.5. ICEEMDAN boru hattı kusur sinyalinin gürültü giderme ayrışma diyagramı. (a) EMD (b) ICEEMDAN [47].	33
Şekil 5.6. Test sinyali gürültü azaltma performansı [47].	34
Şekil 5.7. Orijinal yakın kızılötesi sinyali ve buna karşılık gelen içsel mod fonksiyonları [52]	35
Şekil 5.8. Orijinal yakın kızılötesi sinyal ve ampirik mod ayrıştırma yaklaşımıyla elde edilen önceden işlenmiş yakın kızılötesi sinyal [52].	36
Şekil 5.9. CEEMDAN ayrışma diyagramı [53].	37
Şekil 5.10. CEEMDAN bileşenlerinin ayrışması [53].	37
Şekil 5.11. CEEMDAN-TGA yapı şeması [54].	39
Şekil 5.12. CEEMDAN ayrıştırma ile elde edilen IMF’ler [54].	40
Şekil 5.13. CEEMDAN-XGBoost modelinin mimarisi [55].	41
Şekil 5.14. CEEMDAN işleminden sonra Niño3.4 indeksi [56]	43
Şekil 5.15. Önerilen HDFM modeline genel bakış [57]	46
Şekil 5.16. Günlük evapotranspirasyon (ET) tahmini için önerilen derin hibrit MEMD-Boruta- LSTM modelini tasarlamak için atılan gerekli adımları detaylandıran iş akışı şeması [58]	47
Şekil 5.17. Önerilen modelin akış şeması [59]	48
Şekil 5.18. CEEMDAN Sonuçları [59].	49
Şekil 5.19. MGN’nin Modeli [60]	50
Şekil 5.20. B0005’in CEEMDAN süreci [60]	50
Şekil 5.21. CEEMDAN-TCN-GRU-CBAM modelinin yapım çerçevesi	52
Şekil 5.22. CEEMDAN ayrıştırmasının belirli adımları [61]	52
Şekil 5.23. Hisse senedi endeks serileri için ayrıştırma sonuçları [61].	53
Şekil 5.24. K-ortalamlarının kümeleme sonuçları: (a) EMD (b), EEMD (c), CEEMDAN (d), VMD (e), WD (f) WPD [62].	54
Şekil 5.25. Ayrıştırma algoritması değerlendirme, karşılaştırma [62]	55
Şekil 5.26. Önerilen metodoloji için adım adım prosedür [63]	56
Şekil 5.27. CARIGAAN veya CARIGAS hibrit modelleri için akış şeması [63]	57
Şekil 7.1. RSVD'nin ait kavramsal mimarisi [66].	64
Şekil 7.2. MR-DMD şeması- DMD değişen zaman ölçeklerinde yinelemeli olarak gerçekleştirilir ve her seviyede yavaş modlar taranır [73]	73
Şekil 7.3. cDMD mimarisinin şeması [77]	77
Şekil 7.4. Seyrek bir ölçüm matrisi kullanılarak video sıkıştırma [77]	79

Şekil 7.5. BOP-DMD mimarisinin özeti [82]	89
Şekil 7.6. TSL-DMD algoritmasının adımları [83].....	91
Şekil 7.7. (a) En Küçük Kareler Zamanlayıcısı ve (b) Huber Kayıp Fonksiyonuna Dayalı Genelleştirilmiş Maksimum Olasılıklı Güvenilir Zamanlayıcı Arasındaki Karşılaştırma [85]	95
Şekil 8.1. Tek kanallı EEG tabanlı DMD modlarına örnek: (a) 5 nöbet öncesi EEG segmenti, (b) 5 nöbet EEG segmenti, ilk 5 DMD modu; (c) (a)da gösterilen nöbet öncesi EEG segmentleri, (d) (b)de gösterilen nöbet EEG segmentleri [91].	102
Şekil 8.2. Vaka 1 için doygunluk ve basınç verileri [92].....	103
Şekil 8.3. Dört hastalık kategorisine ait pirinç yaprağı görüntülerinin renk kanalı temsili [93]104	
Şekil 8.4. DMD ayrıştırmasından sonra seyrek bileşenden oluşturulan sert dikkat ve segmentasyon haritaları [93].	106
Şekil 8.5. DMD bazlı ROI çıkarımı ve ön işleme mimarisi [93].	106
Şekil 8.6. Örnek pirinç yaprağı görüntüleri ve DMD tabanlı ön işleme sonuçları [93].	107
Şekil 8.7. DMD ön işleme kullanan transfer öğrenme yaklaşımının mimarisi [93].	107
Şekil 8.8. Veri toplama ve dinamik mod ayrıştırma (DMD) yönteminin bir ilustrasyonu [96].111	
Şekil 8.9. DMD genel veri matrisi oluşturma ve ön işleme gösterimi. (A), 25-04-2014 tarihinde 14:00 için bir IGS vTEC GIM'i temsil eder. (B), vTEM GIM'in bir sütun vektörü haline getirilmiş şeklidir. (C), IGS sütun vektörlerinden oluşturulmuş tam veri seti matris [97]	114
Şekil 8.10. Belirli bir sistem anlık görüntüsü (vTEC IGS GIM) için kontrol girdi sinyali seçimine örnek; başlangıç zaman damgası 26/10/2014 10:00, kaydırma parametresi 6 saat ve kontrol girdi uzunluğu 24 saat [97].	114
Şekil 8.11. Mevcut test durumu için kurulum ve gösterim [99]	116
Şekil 8.12. Hankel-DMD ile artık tahmin yönteminin taslağı [99].....	117
Şekil 8.13. DMD modeli ile simülasyondan elde edilen referans sıcaklık verilerinin karşılaştırılması [100]	119
Şekil 8.14. Orijinal Snw verilerinin uzay-zaman haritaları [101]	120
Şekil 8.15. Kemoterapi tedavisinden önce dört katılımcının normal yürüme hızında (a) sol ayak ve (b) sağ ayaktan, hızlı yürüme hızında ise (c) sol ayak ve (d) sağ ayaktan izole edilen altı baskın modun sonuçları [102].....	122
Şekil 8.16. Hankel matrisi oluşturulması ve değişen gecikmeler için DMD kullanılarak analizi [103].....	124
Şekil 8.17. Zaman gecikmeli gömme ile DMD kullanarak sistem çekicisinin yeniden yapılandırılması [103]	125
Şekil 8.18. DMD prosedürü: (a) video kareleri, (b) karelerin vektörleştirilmesi, (c) dinamik mod ayrıştırması [105].	127

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 5.1. Türkiye'nin Marmara bölgesindeki üç rüzgâr istasyonundan toplanan rüzgâr hızı zaman serisi verilerinin istatistiksel değerleri [20].....	27
Çizelge 5.2. Rüzgâr hızı tahmin modellerin performansının değerlendirilmesinde kullanılan ölçütler [20]	27
Çizelge 5.3. Tahmin modellerinin çeşitli rüzgâr istasyonlarından toplanan rüzgâr hızı zaman serileri üzerindeki başarımı [20].....	28
Çizelge 5.4. Kaynaşmış görüntünün RMSE'sinin farklı yöntemler için değerlendirilmesi [51].	29
Çizelge 5.5. Dört yöntemin SNR ve RMSE değerlerinin karşılaştırılması [47].	34
Çizelge 5.6. Her IMF'nin ve Kalıntının Temel İstatistiksel Özellikleri [56].....	43
Çizelge 7.1. Algoritma: cDMD [77].....	80
Çizelge 7.2. Paralel STDMD algoritması [81].....	86
Çizelge 7.3. Sıralı STDMD algoritması [81].....	87
Çizelge 7.4. Paralel gecikmeli gömme STDMD [81].....	88
Çizelge 7.5. BOP-DMD [82]	89
Çizelge 7.6. BOP-DMD Tahmini [82].....	89
Çizelge 7.7. Kontrollü DMD [84].....	94
Çizelge 7.8. SVD güncelleme şeması	98
Çizelge 8.1. Dört pirinç yaprağı hastalığı kategorisi için renk kanalı kombinasyonları [93]. ..	105
Çizelge 8.2. Sakinlik, bozulma ve CME olayıyla ilgili tüm tarihleri, bunlara karşılık gelen X-ışını büyüklükleri ve Kp indeksleri ile birlikte içeren vaka çalışması tablosu [97].....	113
Çizelge 9.1. Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin temel özellikleri	129
Çizelge 9.2. Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin toplu karşılaştırması [1-53]	131
Çizelge 9.3. Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin kullanım alanları için bazı tavsiyeler.....	132
Çizelge 9.4. Temel Varsayıma ve Modelleme Yaklaşımına Göre DMD Türleri	133
Çizelge 9.5. Çok Boyutlu, Çok Ölçekli ve Gecikme Odaklı Yöntemler	134
Çizelge 9.6. Sağlık, Kontrol ve Veri Akışı Odaklı Yöntemler	135

KISALTMALAR

ADMM	: Çarpanların Alternatif Yön Yönetimi
AM	: Dikkat Mekanizması (Attention Mechanism)
AIRS	: Atmosferik Kızılötesi Siren
ARIMA	: Oto-Regresif Entegre Hareketli Ortalama
ADMM	: Alternatif Yön Çarpanlar Yöntemi
BİLSTM	: Çift Yönlü Uzun Kısa Süreli Bellek Sinir Ağı
BOP DMD	: Torbalama Optimize Dinamik Mod Ayırıştırma
BORUTA	: Rastgele Orman Optimize Edici Algoritması
BPNN	: Geri Yayılımlı Sinir Ağları
CBAM	: Evrişimli Blok Dikkat Modülü
cDMD	: Sıkıştırılmış Dinamik Mod Ayırıştırma
CEMD	: Karmaşık Ampirik Mod Ayırıştırma
CEEMDAN	: Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırma
CFD	: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
CIPN	: Kemoterapiye Bağlı Periferik Nöropati
CT	: Bilgisayarlı Tomografi
CNN	: Evrişimsel Sinir Ağı
DCNN	: Derin Evrişimsel Sinir Ağı
DMD	: Dinamik Mod Ayırıştırma
DMDc	: Kontrollü Dinamik Mod Ayırıştırma
DMDsp	: Seyrekliği Arttıran Dinamik Mod Ayırıştırma
DNN	: Derin Sinir Ağı
DT	: Karar Ağacı
DT	: Dijital İkizler
DWT	: Ayrık Dalgacık Dönüşümü
EDMD	: Genişletilmiş Dinamik Mod Ayırıştırma
EEG	: Elektroensefalografi
EEMD	: Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırma
EKG	: Elektrokardiyografi
EMD	: Ampirik Mod Ayırıştırma
EMG	: Elektromiyografi
ENSO	: El Niño-Güney Salınımı
ENU	: Doğu Kuzey Yukarı
EWT	: Ampirik Dalgacık Dönüşümü
ET	: Referans Evapotranspirasyon
EUV	: Aşırı Ultraviyole
fb-DMD	: İleri-Geri Dinamik Mod Ayırıştırma
FE	: Bulanık Entropi
FISTA	: Hızlı Yinelemeli Büzülme Eşikleme Algoritması
GA	: Genetik Algoritma
GIOVANNI	: Goddard Çevrimiçi Etkileşimli Görselleştirme ve Analiz Altyapısı
GIM	: Küresel İyonosfer Haritası
GNSS	: Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri
GPS	: Küresel Konumlama Sistemi
GRU	: Geçitli Tekrarlayan Birim
HDFM	: Hiyerarşik Ayırıştırma Tabanlı Tahmin Modeli

HHT	: Hilbert- Huang Dönüşümü
HT	: Hilbert Dönüşümü
ICEEMDAN	: Geliştirilmiş Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması
IFFT	: Ters Fourier Dönüşümü
IGS	: Uluslararası GNSS Servisi
IMF	: İçsel Mod Fonksiyonu
IONEX	: İyonosfer Harita Değişim Formatı
IoT	: Nesnelerin İnterneti
IRLS	: Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler
ISO	: Uluslararası Standart Organizasyonu
ITS	: Akıllı Ulaşım Sistemleri
KF	: Kalman Filtresi
LMD	: Yerel Ortalama Ayırıştırma
LMS	: En Küçük Ortalama Kareler
LSTM	: Uzun Kısa Süreli Bellek
MAE	: Ortalama Mutlak Hata
MC	: Çok Kanallı
MDMD	: Çok Değişkenli Dinamik Mod Ayırıştırma
MEMD	: Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayırıştırma
MGN	: Mod Geçit Ağı
MLP	: Çok Katmanlı Algılayıcı
MRA	: Çoklu Çözünürlük Analizi
MR-DMD	: Çok Çözünürlüklü Dinamik Mod Ayırıştırma
MRI	: Manyetik Rezonans Görüntüleme
MSE	: Ortalama Kare Hata
NADH	: Nikodinamid Adenin Dinükleotidin Fosfat
NASA	: Ulusal Havacılık ve Uzay Dairesi
Ncr1	: Natural Cytotoxicity Receptor 1
Npc2	: Niemann–Pick Disease Type C2
NSCT	: Alt Örneklenmemiş Konturlet Dönüşümü
oDMDsp	: Seyreklik Teşviki ile Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayırıştırma
OEMD	: Optimize Edilmiş Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırma
opt-DMD	: Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayırıştırma
PCNN	: Darbe Bağlantılı Sinir Ağı
PEMFC	: Proton Değişim Membran Yakıt Hücreleri
PET	: Pozitron Emisyon Tomografisi
PV	: Fotovoltaik
PM	: Partikül Madde
POD	: Uygun Ortogonal Ayırıştırma
PRD	: Yüzde Kalıntı Farkı
PSO	: Parçacık Sürüsü Optimizasyonu
PSO-SVR	: Parçacık Sürüsü Optimizasyonu-Destek Vektör Regresyonu
RDMD	: Rastgele Dinamik Mod Ayırıştırma
RDMD	: Sağlam Dinamik Mod Ayırıştırma
RMSE	: Ortalama Karekök Hata
ROI	: İlgi Bölgesi
ROM	: İndirgenmiş Model

RUL	: Kalan Kullanım Ömrü
RIME	: Kırağı- Buz
RNN	: Tekrarlayan Sinir Ağları
RPCA	: Sağlam Temel Bileşen Analizi
RSVD	: Rastgele Tekil Değer Ayırıştırma
SC	: Tek Kanallı
sDMD	: Akış Dinamik Mod Ayırıştırma
SDMDc	: Kontrollü Akış Dinamik Mod Ayırıştırma
sDMDsp	: Seyreklik Teşviki ile Akış Dinamik Mod Ayırıştırma
SILO	: Arazi Sahipleri için Bilimsel Bilgi
SNR	: Sinyal Gürültü Oranı
SPDMD	: Sıralı Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma
SPECT	: Tek Foton Emisyon Bilgisayarlı Tomografi
SPP	: Tek Nokta Konumlama
SP-RDMD	: Seyrekliği Teşvik Eden Rastgele Dinamik Mod Ayırıştırma
SVD	: Tekil Değer Ayırıştırması
SVM	: Destek Vektör Makineleri
SWT	: Durağan Dalgacık Dönüşümü
TCN	: Zamansal Evrişimli Ağ
TDE	: Zaman Gecikmeli Gömme
tDMD	: Toplam Dinamik Mod Ayırıştırma
TGA	: (TCN+GRU+Attention)
TLS	: Toplam En Küçük Kareler
TSL-DMD	: Toplam En Küçük Kareler Dinamik Mod Ayırıştırma
TVF-EMD	: Zamanla Değişen Filtre Tabanlı Ampirik Mod Ayırıştırma
VMD	: Varyasyonel Mod Ayırıştırma
vTEC	: Dikey Toplam Elektron İçeriği
YZ	: Yapay Zeka
XGBOOST	: Aşırı Gradyan Artırma

1. GİRİŞ

Günümüzde sinyal işleme, mühendislik ve uygulamalı bilimlerin pek çok alanında temel bir rol oynamaktadır. Moleküler sistemlerin zamanla değişen fiziksel davranışlarının ortaya çıkarılmasında kullanılan DFT ve moleküler dinamik tabanlı analizler, karmaşık süreçlerin ayrıntılı olarak incelenmesine imkân vermektedir. Yıldırım vd. Schiff bazlarının sıcaklık ve zaman değişimine bağlı olarak gösterdiği yapısal dönüşümleri MD simülasyonlarıyla incelemiş ve bu süreçte oluşan yerel değişimlerin modellenmesinde hesaplamalı yöntemlerin önemini vurgulamıştır. Bu çalışmalar, fiziksel süreçlerin genellikle doğrusal olmayan ve zamanla değişen bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, benzer şekilde sinyal işleme alanında da sistemlerin içerdiği karmaşık dinamiklerin ayrıştırılması için adaptif yöntemlerin kullanılması zorunlu hâle gelmiştir. Bu nedenle EMD ve DMD gibi yöntemler, tıpkı MD simülasyonlarında olduğu gibi, zaman serilerindeki temel modları ortaya çıkarma ve sistem davranışını detaylı biçimde analiz etme açısından önemli araçlar sunmaktadır [1].

Geleneksel elektrik şebekelerinden akıllı şebekelere geçiş sürecinin incelendiği çalışmada, enerji sistemlerinin giderek daha karmaşık ve dinamik bir yapıya dönüştüğü vurgulanmaktadır. Bu dönüşüm, sistem davranışının zamanla değişen ve öngörülmesi güç hale gelen bir form kazanmasına yol açmaktadır [2]. Dağıtık sistemlerde düğüm performansı, bilgi iletimi ve enerji tüketimi arasındaki ilişkiye odaklanan çalışmalar, veri odaklı analiz ve modelleme tekniklerinin sistem verimliliğinde kritik rol oynadığını ortaya koymaktadır[3]. Karmaşık elektrik sinyallerinin ayrıştırılması ve bozulmaların giderilmesine yönelik çalışmalar, veri tabanlı modelleme ve sinyal işleme yaklaşımlarının enerji sistemlerinde verimlilik ve kararlılığı artırdığını göstermektedir[4]. Harmoniklerin baskılanmasına yönelik çalışmalar, enerji sistemlerinde dinamik sinyallerin yapısal özelliklerini ortaya koyan model tabanlı yöntemlerin performans iyileştirmesinde kritik rol oynadığını göstermektedir[5]. LED sürücü devrelerinin ana şebekeden kaynaklanan harmonik bileşenlere karşı duyarlı olduğu, bu harmoniklerin akım ve gerilim dalga şekillerinde bozulmalara yol açtığı çalışmada açıkça belirtilmektedir. Bu bozulmalar, sinyalin gerçek fiziksel davranışını maskeleyerek analiz süreçlerini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, söz konusu harmonik bileşenlerin sinyalden ayrıştırılması için EMD ve DMD gibi mod-temelli yöntemler kritik öneme sahiptir. Bu yöntemler, LED sürücü devrelerinde ortaya çıkan harmoniklerin hem kaynağını hem de etkisini daha doğru biçimde değerlendirme imkânı sunar [6]. Palta vd. LED performansının sürücü tipi, soğutma sistemi, sıcaklık, CRI ve renk sıcaklığı gibi çok sayıda değişkene bağlı olduğunu göstermektedir. Bu çok değişkenli yapı, EMD ve DMD gibi ayrıştırma yöntemlerinin LED sistemlerindeki karmaşık sinyal davranışının çözülmesinde kullanılabilir olduğunu desteklemektedir [7]. Palta ve Güldemir, güç elektroniği tabanlı yarı iletkenlerin doğrusal olmayan davranışları nedeniyle şebekede önemli harmonik bozulmalar meydana geldiğini ve bunun güç kalitesinde ciddi kayıplara yol açtığını belirtmektedir. Bu doğrusal olmayan harmonik yapıların ayrıştırılmasında EMD ve DMD gibi dinamik analiz yöntemlerinin kullanılmasının gerekli olduğu görülmektedir [8]. Dağıtım şebekelerinde SCADA kullanımının performans ve maliyet üzerindeki etkilerini inceleyen Yurci vd., arıza ve kesinti sürelerindeki azalmayı açıkça ortaya koymuştur. Bu çalışma, SCADA veri setlerinin hem EMD hem de DMD tabanlı zaman-frekans ve mod ayrıştırma analizlerinde güvenilir bir temel sağladığını göstermektedir [9]. Güneş radyasyonu ve sıcaklığın zamanla değişen yapısı, çalışmada gösterildiği üzere sulama sisteminin anlık güç üretimini doğrudan etkilemektedir; bu nedenle elde edilen çevresel ve elektriksel verilerin hem EMD ile zaman-frekans ayrıştırılması, hem de DMD ile dinamik mod analizine tabi tutulması, sistem davranışının bütüncül olarak incelenmesini sağlar [10].

Doğrusal olmayan ve durağan olmayan verilerin analizine duyulan ihtiyacın artması, geleneksel Fourier ve dalgacık dönüşümleri gibi yöntemlerin yetersiz kaldığı durumlarda, daha esnek ve veri odaklı tekniklerin geliştirilmesini gerekli kılmıştır. Bu kapsamda, Ampirik Mod Ayrıştırma (Empirical Mode Decomposition – EMD) yöntemi, sinyallerin zaman-frekans özelliklerini koruyarak analiz edilmesini sağlayan güçlü bir araç olarak öne çıkmaktadır.

EMD, ilk olarak Huang ve çalışma arkadaşları tarafından önerilmiş olup, sinyalleri doğrudan kendi içeriğine göre ayrıştırarak İçsel Mod Fonksiyonları (Intrinsic Mode Function - IMF) adı verilen bileşenlere ayırmaktadır. Bu yöntemin en önemli avantajı, analiz sırasında önceden tanımlanmış bir temel fonksiyon kümesine ihtiyaç duymamasıdır [11]. Zaman alanı bilgisini koruyarak çalışan EMD, rüzgâr enerjisi üretimi, fotovoltaiik güç çıkışı ve elektrik yük talebi gibi tahminlenebilir birçok alanda geniş bir uygulama alanı bulmuştur [12].

EMD yöntemi, doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyallerin analizine yönelik geleneksel yöntemlerin yetersizliğinden dolayı ortaya çıkmış bir yaklaşımdır. Özellikle Fourier ve dalgacık (wavelet) gibi dönüşüm tabanlı yöntemler, sinyalin tamamına yayılmış sabit baz fonksiyonları kullandıkları için sinyalin lokal frekans değişimlerini ve zamana bağlı davranışlarını yeterli duyarlılıkla yansıtamamaktadır. Bu durum; atmosferik veriler, deprem kayıtları, biyomedikal sinyaller ve finansal zaman serileri gibi, doğada sıklıkla karşılaşılan, hem zamanla değişen hem de doğrusal olmayan sistemlerden elde edilen verilerin analizinde önemli kısıtlamalara yol açmaktadır.

Huang ve arkadaşları, bu sınırlamaları aşmak amacıyla tamamen veri güdümlü, herhangi bir ön tanımlı temel fonksiyon gerektirmeyen, adaptif bir analiz yöntemi geliştirmeyi amaçlamışlardır. Bu bağlamda EMD, sinyalin kendi yapısına bağlı olarak lokal ölçeklerde analiz yapılmasına olanak tanıyan ve kendini veriye göre uyarlayabilen (self-adaptive) bir yaklaşım sunmaktadır. Bu özellik, EMD'yi özellikle zamana göre frekans içeriği değişkenlik gösteren sinyallerin analizinde üstün kılmakta ve yöntemin doğadaki çok ölçekli süreçlerin modellenmesinde güçlü bir araç olarak benimsenmesini sağlamaktadır.

EMD aynı zamanda mükemmel yeniden yapılandırma özelliğine sahiptir. Başka bir deyişle, çıkarılan tüm IMF'ler, kalıntı (artık) bileşeni ile birlikte üst üste bindirilerek orijinal sinyal, bilgi kaybı veya bozulma olmadan yeniden elde edilebilmektedir. Bu nedenle EMD, geleneksel Fourier veya dalgacık ayrıştırımlarına benzetmesine rağmen, IMF'lerin yorumlanması açısından aynı derecede şeffaf değildir. Fiziksel olarak anlamlı bileşenler elde edebilmek için çıkarılan IMF'lerin uygun biçimde tanımlanması ve/veya birleştirilmesi hâlâ önemli bir zorluk oluşturmaktadır. Ayrıca EMD, yalnızca kısmi yeniden yapılandırma amaçlanıyorsa, herhangi bir optimallik kriterine dayanmaz; bunun yerine, ikili bir dahil etme veya etmeme kararına dayalı çalışmaktadır [13].

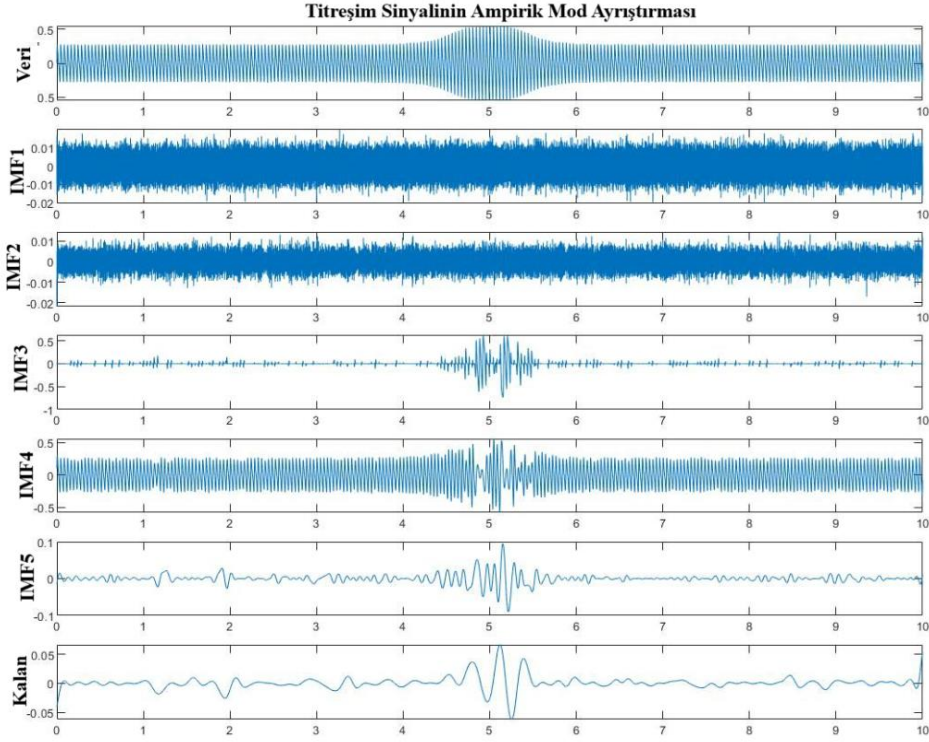
Bu yöntemin bir diğer öne çıkan özelliği, geleneksel zaman-frekans analiz tekniklerinin aksine, önceden belirlenmiş temel fonksiyonları veya filtreleri kullanmamasıdır. Bunun yerine, sinyalin kendi içsel zaman ölçekleriyle ilişkili yerel enerjiyi doğrudan çıkararak sinyali ayrıştırma yaklaşımını benimsemektedir. Bu nedenle EMD, oldukça uyarlanabilir bir yapıya sahiptir ve bir sinyalin zaman-frekans özelliklerini başarılı bir şekilde ortaya koyabilmektedir. Bu yöntemin farklı uygulama alanlarında oldukça etkili olduğu gösterilmiştir [14].

Bu kitap çalışmasında, geniş bir kullanım alanına sahip olan EMD yöntemi ve türevleri incelenmiştir. Her bir başlık detaylı olarak ele alınmış ve gerekli görülen yerlerde konuların matematiksel notasyonlarına da yer verilmiştir. Yapılan literatür taraması sonucunda EMD ve çeşitlerinin bir araya getirildiği bu çalışmanın, ilerleyen araştırmalar için faydalı bir kaynak oluşturması hedeflenmektedir.

Kitap çalışması on bir ana bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünün ardından, ikinci bölümde EMD'ye ilişkin temel tanımlar ve matematiksel analiz detaylarına yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, yöntemin bazı dezavantajları ve geliştirilme ihtiyacı üzerinde durulmuştur. Dördüncü bölümde, EMD'nin türevlerine yer verilmiştir. Beşinci bölümde, literatürde EMD'nin kullanıldığı bazı çalışmalar özetlenmiştir. Altıncı bölümde EMD'ye ait temel tanımlar ve matematiksel analiz detaylarına yer verilmiştir. Yedinci bölümde EMD'ye ait bazı sınırlamalara değinilmiştir. Sekizinci bölümde EMD'ye ait türler detaylıca açıklanmıştır, dokuzuncu bölümde EMD yönteminin kullanıldığı bazı çalışmaların özeti bulunmaktadır. Onuncu bölümde EMD ve EMD'nin türevlerinin detaylı karşılaştırması yapılarak benzerlik ve farkları incelenmiştir. Son bölümde ise genel bir değerlendirme ve sonuç kısmına yer verilmiştir.

2. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA

Ampirik Mod Ayrıştırma (Emprical Mode Decomposition - EMD), bir sinyali fiziksel olarak anlamlı bileşenlere ayırmak için veriye uyarlanabilen bir çoklu çözünürlük tekniğidir. EMD, doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyalleri farklı çözünürlüklerde bileşenlere ayırarak analiz etmek için kullanılır. Atmosferik dinamiklerin analizi, rulman arızası tespiti, biyomedikal veri analizi, güç sinyali ve sismik sinyallerin analizi vb. gibi alanlar EMD'nin yaygın uygulamalarındandır [15]. EMD yönteminin temel amacı, düzensiz frekans içeren bir sinyali, birden fazla tekil frekans bileşenine ve bir kalıntı bileşene ayırmaktır [16]. Örnek bir titreşim sinyalinin EMD ile MATLAB'da analiz edilmiş hali Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1. Örnek bir titreşim sinyalinin EMD ile MATLAB'da analiz edilmiş hali [15]

Dalgacık analizi ve Çoklu çözünürlük analizi (MRA) gibi diğer tekniklerinden farklı olarak EMD, sabit işlevler veya filtreler kullanmadan verilerin kendisinden farklı çözünürlükleri yinelemeli olarak çıkarır. Bileşenler, orijinal sinyalle aynı zaman ölçeğindedir, bu da analiz edilmelerini kolaylaştırır. Diğer bir deyişle EMD yöntemi zaman alanında kalırken zaman-frekans analizi yapmak için kullanılabilir.

EMD'yi açıklamanın başka bir yolu, bir sinyali daha yavaş olanın üzerine bindirilmiş hızlı bir salınım olarak düşünmektir. Hızlı salınım çıkarıldıktan sonra, EMD algoritması kalan daha yavaş bileşeni yeni sinyal olarak değerlendirir ve yine daha yavaş olanın üzerine bindirilmiş hızlı bir salınım olarak kabul eder. Algoritma, bazı çıkış kriterlerine ulaşana kadar devam eder. EMD'deki bileşenler, Şekil 2.1'deki gibi IMF olarak adlandırılırlar. EMD kullanarak, gürültü gibi belirli bileşenleri ortadan kaldırmak ve sinyali yeniden oluşturmak mümkündür [15]. EMD'nin gürültü destekli varyasyonlarındaki temel yaklaşım, sinyale kontrollü bir şekilde gürültü ekleyerek yeni ekstremumlar oluşturmaktır. Bu yöntem sayesinde, yeni ekstremumların olduğu bölgelerde algoritma, orijinal sinyale daha sıkı şekilde uyum sağlamaya zorlanırken; sinyalin geri kalan kısımlarında, yani ekstremum oluşumunun gözlenmediği bölgelerde, yerel ortalama değişmeden kalır. Bu durum, algoritmanın ölçek-enerji uzayında belirli noktalara odaklanmasını sağlar. Sinyal artı gürültüden oluşan farklı gerçekleştirmeler arasındaki küçük farklar, yerel ortalamanın daha isabetli bir şekilde tahmin edilmesine katkıda bulunur. [17].

2.1. İçsel Mod Fonksiyonu

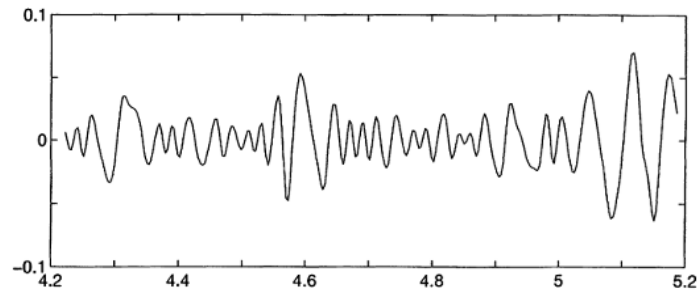
İçsel Mod Fonksiyonları (Intrinsic Mode Function - IMF), özellikle EMD çerçevesi içinde sinyal işlemede çok önemli bir rol oynar [18]. IMF, iki koşulu sağlayan bir fonksiyondur:

- Tüm veri kümesinde, ekstremumların sayısı ve sıfır geçişlerinin sayısı ya eşit olmalı ya da en fazla bir farklılık göstermelidir.
- Herhangi bir noktada, yerel maksimumlar tarafından tanımlanan zarfın ve yerel minimumlar tarafından tanımlanan zarfın ortalama değeri sıfırdır.

Belirtilen bu iki koşul bir IMF'nin hemen hemen periyodik bir fonksiyon olmasını ve ortalamanın sifıra ayarlanmasını sağlamaktadır. İlk koşul sabit bir Gauss süreci için geleneksel dar bant gereksinimlerine benzer. İkinci koşul yeni bir fikirdir; klasik küresel gereksinimi yerel bir gereksinime dönüştürür. Bu koşul IMF'in istenmeyen (anlık frekansın asimetrik dalga formları tarafından oluşturulan) dalgalanmalara sahip olmaması için gereklidir. “Verilerin yerel ortalamasının sıfır olması” ideal olan gereksinimdir. IMF'ler sabit olmayan veriler için ‘yerel zaman ölçeği’ içerir ve bu da tanımlanması imkânsızdır [11]. Yerel zaman ölçeği (local time scale), sinyalin zaman içinde değişen frekans ve genlik özelliklerini yansıtan ve sinyalin kendi yapısına özgü, adaptif bir ölçektir. EMD yöntemi, sinyali önceden tanımlanmış bir temel fonksiyon seti kullanmadan, doğrudan verinin kendi özelliklerine dayanarak ayrıştırır. Bu nedenle, EMD'nin temel aldığı yerel zaman ölçeği, sinyalin anlık yapısına bağlı olarak değişir ve sabit bir matematiksel formülle tanımlanamaz.

EMD'nin bu özelliği, sinyalin lokal frekans değişimlerini ve zamana bağlı davranışlarını daha hassas bir şekilde analiz etmeyi mümkün kılar. Ancak, bu adaptif yapı aynı zamanda yerel zaman ölçeğinin genel bir tanımını zorlaştırır. Çünkü her sinyal için bu ölçek, sinyalin kendi dinamiklerine göre farklılık gösterir ve bu da evrensel bir tanım yapılmasını engeller [19].

Yerel maksimumlar ve yerel minimumlar tarafından tanımlanan zarfların yerel ortalaması kullanılarak IMF'ler yerel simetriye zorlanır. Bu, yerel ortalama zaman ölçeğinin tanımlanmasından kaçınmak için geçerli bir yaklaşımdır. Anlık frekansta, doğrusal olmayan deform olmuş dalgalar için bir takma ad getirecek olmasına rağmen, doğrusal olmayan frekansın etkileri durağan olmayan frekansta karşılaştırıldığında çok zayıftır. Burada benimsenen yaklaşımla, yöntem her koşulda mükemmel bir anlık frekansı her zaman garantilemez. Bununla birlikte, en kötü koşullar altında bile, tanımlanan anlık frekansın incelenen sistemin fiziğiyle tutarlı olduğu görülecektir. IMF adı, verilere gömülü salınım modunu temsil ettiği için benimsenmiştir. Bu tanımla, sıfır geçişleriyle tanımlanan her döngüdeki IMF, yalnızca bir salınım modu içerir, karmaşık binicilik dalgalarına izin verilmez. Bu tanımla, bir IMF dar bantlı bir sinyalle sınırlı değildir ve hem genlik hem de frekans modüle edilebilir. Aslında, durağan olmayabilir. Yukarıda tartışıldığı gibi, tamamen frekans veya genlik modüle edilmiş fonksiyonlar, geleneksel tanıma göre sonlu bant genişliğine sahip olsalar bile IMF olabilir. Aynı sayıda sıfır geçişi, ekstremum ve sifıra göre üst ve alt zarfların simetrisine sahip tipik bir IMF Şekil 2.2'de gösterilmektedir [11].



Şekil 2.2. Tipik bir IMF [11]

Frekans modülasyonu bir sinyaldeki frekans değişimlerini anlamlandırır. Aslında iki tip frekans modülasyonu vardır: dalgalar arası ve dalga içi modülasyonlar. İlk tip salınım frekansı dağıtıcı bir sistemdeki dalgalarla yavaşça değişmektedir. Teknik olarak, dağıtıcı dalgalarda, frekans bir dalga içinde değişmektedir. Ama bu ne kolaylık sağlamak için ne de daha kesin bir frekans tanımı olmadığı için vurgulanmamıştır. İkinci tür daha az bilinir, ancak aynı zamanda yaygın bir olgudur: Eğer bir dalga içinde frekans zaman zaman değişirse, profili artık basit bir sinüs veya kosinüs fonksiyonu olamaz. Bu nedenle, basit sinüzoidal formdan herhangi bir dalga profili deformasyonu dalga içi frekans modülasyonunu ima eder. Geçmişte bu tür olgular harmonik bozulmalar olarak ele alınırdı. Anlık frekansın bu benzersiz tanımını kullanmak için, keyfi bir veri kümesini her bir IMF bileşenini anlık bir frekans değeri atanabilen alt IMF bileşenlerine indirgememiz gerekir. Sonuç olarak, karmaşık veriler için, yerel olarak birden fazla anlık frekansa sahip olunabilmektedir [11].

2.2. Ampirik Mod Ayırıştırma Yönteminin Uygulama Mantığı

Bir $x(t)$ sinyali verildiğinde, EMD'nin etkin algoritması aşağıdaki gibi tanımlanabilir [20].

- $x(t)$ zaman serisinin tüm ekstremumları tanımlanır,
- Üst ve alt zarflar ($e_{\min}(t)$ ve $e_{\max}(t)$) kübik spline interpolasyonu ile oluşturulur,
- Ortalama $m(t) = (e_{\min}(t) + e_{\max}(t))/2$ hesaplanır,
- $x(t)$ zaman serisi ortalama zaman serisinden çıkarılır. Yani $d(t) = x(t) - m(t)$ olarak tanımlanır,
- $d(t)$ 'nin özellikleri kontrol edilir;
 - $d(t)$ bir IMF ise; $d(t)$ *i*. IMF olarak belirlenir ve $x(t)$, kalıntı ($r(t) = x(t) - d(t)$) ile değiştirilir,
 - $d(t)$ bir IMF değil ise; $x(t)$, $d(t)$ ile değiştirilir.
- $r(t)$, durma şartlarını yerine getirene kadar (a) - (e) adımları tekrarlanır [20].

Yukarıda tanımlanan EMD algoritması için $x(t)$ sinyali Denklem (1)'deki gibi ifade edilebilir [21]:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n i_j(t) + r_n(t) \quad (1)$$

Burada $i_j(t)$ ($j = 1, 2, 3, \dots, n$) orijinal $y(t)$ sinyalinin IMF'lerini temsil eder ve $r_n(t)$, $x(t)$ 'nin kalıntısıdır. İdeal olarak, her IMF'nin yalnızca bir frekans bileşenine sahip olması gerekir. Bununla birlikte, bazen bir IMF, mod karıştırma olarak bilinen birkaç frekans bileşeni içerebilir [11]. Her IMF'nin ortalama süresi, örneklem büyüklüğü $2n$ 'nin iki katı sıfır geçiş sayısına bölünerek hesaplanabilir. Ayrıca, bir zaman serisinden çıkarılan IMF sayısı kabaca $\log_2 n$ 'ye eşittir [13].

2.2.1. Kübik Spline İnterpolasyonu

Kübik Spline İnterpolasyon yöntemi, bir hedef noktanın çevresindeki komşu ızgara noktalarının konum hatalarını dikkate alarak, bu bölgedeki yüzeyin yaklaşık şeklini tahmin eder. Bu tahmin, bir kübik yüzey fonksiyonu olan $s(x, y, z)$ ile yapılır.

Bu yöntem, tahmin edilen noktada hem birinci türevin ($s'(x, y, z)$) hem de ikinci türevin ($s''(x, y, z)$) var olduğunu varsayar. Ayrıca, ikinci türev $s''(x, y, z)$, her kübik hücre (yani ızgaranın küçük bir parçası) içinde üç doğrultuda doğrusal bir yüzey şeklindedir.

İşlemi basitleştirmek için, önce tek boyutlu (1-D) durum ele alınır. Bu durumda, ikinci türev olan $s''(x)$, her hücrede doğrusal bir fonksiyon olduğundan, $s(x)$ fonksiyonu da kübik bir eğri olur.

Eğer a ve b , x yönünde birbirine komşu iki nokta ise, bu noktadaki ikinci türev değerleri M_a ve M_b olarak tanımlanır ve Denklem (2)-(4) ile ifade edilir:

$$M_a = s''(a), \quad \text{ve} \quad M_b = s''(b) \quad (2)$$

Doğrusal bir denklem aşağıdaki gibi türetilir:

$$s''(x) = \frac{(b-x)M_a + (x-a)M_b}{b-a} \quad (3)$$

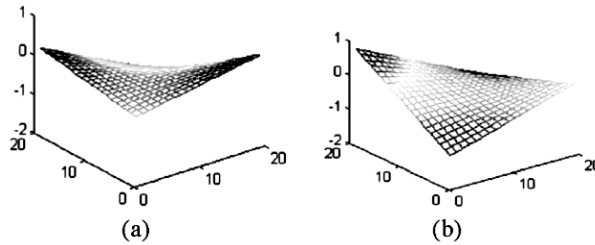
Biraz manipülasyondan sonra, bu sonuç kübik polinomdadır.

$$s(x) = \frac{(b-x)^3 M_a + (x-a)^3 M_b}{6(b-a)} + \frac{(b-x)s(a) + (x-a)s(b)}{b-a} - \frac{(b-a)[(b-x)M_a + (x-a)M_b]}{6} \quad (4)$$

İkinci türev değerleri olan M_a ve M_b , tridiagonal (üç diyagonal) matris yöntemi kullanılarak hesaplanabilir. Bu değerler belirlendikten sonra, Denklem (4)'te yerine konarak, x yönündeki herhangi bir noktadaki hata enterpolasyon yoluyla tahmin edilebilir.

İki boyutlu (2D) bir hücrede, x yönündeki hata $e_x(x, y)$ ve y yönündeki hata $e_y(x, y)$ olarak ifade edilir. Bu hata yüzeylerinin nasıl görüldüğüne dair bir örnek Şekil 2.3'te gösterilmiştir.

Bu hata yüzeyleri, kübik spline yöntemi ile oluşturulur. Yani, hedef noktanın çevresindeki komşu ızgara noktalarının konum hatalarına dayanarak, 2 boyutlu hata dağılımı tahmin edilir.



Şekil 2.3. Hata, bir hücrede x ve y yönlerinde ortaya çıkar. (a) x - yönünde. (b) y - yönünde[22]

Üçlü doğrusal enterpolasyon yöntemiyle karşılaştırıldığında, kübik spline yöntemi hatayı tahmin etmek için daha karmaşık ve esnek bir yüzey kullanır. Bu esneklik sayesinde, hedef noktanın çevresindeki bilinen konumlara dayalı olarak daha doğru konum düzeltmeleri elde edilir.

Ancak, verilerde rastgele gürültü varsa – yani ölçüm hataları veya bilinmeyen sapmalar içeriyorsa – bu durumda enterpolasyon yöntemi, bu rastgele dağılmış hataları da dikkate almak zorunda kalır. Bu yüzden, bu tür bilinmeyen veya gürültülü verilerle yapılan enterpolasyon, her zaman istenen doğrulukta sonuç vermeyebilir [23].

3. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA YÖNTEMİNİN SINIRLAMALARI

EMD algoritması, diğer sinyal ayrıştırma yöntemlerinden farklı olarak, matematiksel bir formülle açıkça tanımlanamaz. Yani, tamamen analitik bir yapıya sahip değildir. Bu nedenle, EMD yöntemine ilişkin anlayışın çoğu, analitik sonuçlardan ziyade ampirik sonuçlara dayanmaktadır. EMD'nin avantajlarından bazıları şunlardır:

- Basitliği,
- Geniş bir sinyal yelpazesinde uygulanabilirliği ve
- Herhangi bir varsayımı dikkate almaması.

Bununla birlikte, bu yöntemin kullanımını sınırlayan bazı dezavantajları vardır:

- Ekstremum konumlar,
- Ekstremum arasındaki enterpolasyon,
- IMF'nin fiziki analiz ve yorumu,
- Durdurma kriteri,
- IMF'nin ortadan kaldırılması sinyali ve
- Sinyalin başlangıç ve bitiş noktaları.

EMD algoritmasının ilk adımı, sinyaldeki ekstremum noktalarını (yerel maksimum ve minimumlar) bulmaktır. Ancak bu işlem, açık ve net bir matematiksel çözümle yapılmaz. Üstelik, gerçek hayattaki sinyaller genellikle sürekli zamanlı süreçlerden elde edilirken, EMD algoritması ayrık zamanlı sinyallere uygulanır. Bu nedenle, ekstremumların tam yerlerini doğru bir şekilde belirlemek bazı ek yaklaşımlar gerektirir.

İkinci adımda, sinyalin üst ve alt zarfları, ekstremumlar arasına enterpolasyon yapılarak tahmin edilir. Teorik olarak bu zarflar sinyale benzer olmalıdır, ancak gerçekte sonuçlar ekstremum noktalarının konumuna bağlıdır. Örneğin, bir ekstremum beklenmedik şekilde oluşursa, bu sinyal zarfını etkileyebilir ve IMF tahminini bozabilir.

Başka bir sorun da sinyalin başlangıç ve bitiş noktalarıyla ilgilidir: Bu noktalar ekstremum olarak kabul edilmeli mi edilmemeli mi? Eğer hem maksimum hem de minimum olarak değerlendirilirse, bu noktada IMF değeri sıfır olur. Bu uç noktalar, bazen komşu ekstremumlara ya da sinyalin varsayılan periyoduna göre maksimum veya minimum olarak da tanımlanabilir. Hatta bazı durumlarda uç olmayan noktalar olarak da kabul edilebilir.

Ayrıca, IMF'leri elde ederken bir diğer önemli sorun, algoritmanın durdurma kriteridir. Bu kriter uygun şekilde belirlenmezse, sinyal tam olarak ayrıştırılamaz ve geriye eksik bileşenler kalabilir.

Son olarak, algoritma elde edilen IMF'leri ayırmalı ve temizlemelidir. Ancak IMF'ler doğru şekilde çıkarılmadıysa, sinyalde kalan artık bileşenler diğer IMF'leri olumsuz etkileyebilir[24]. Bunlara ek olarak bazı eksiklikler aşağıdaki başlıklar altında daha ayrıntılı verilmiştir.

3.1. Zarfların Tahmin Edilmesi

Üst ve alt zarf noktalarının (yani $U(t)$ ve $L(t)$) doğru şekilde tahmin edilmesi, EMD algoritmasının temel adımlarından biridir. Bu zarfları oluşturmak için en yaygın yöntemlerden biri spline enterpolasyondur.

Spline fonksiyonları, belirli aralıklarda tanımlanmış, n dereceli polinom parçalarından oluşur. Bu fonksiyonlar, birleşim noktalarında (düğümlerde) sürekli olur ve genellikle $n - 1$. türeve kadar süreklilik şartını sağlar.

Zarflar, sinyalin her noktasında yerel ortalamayı tanımlamak için kullanılır. Ekstremum (maksimum ve minimum) noktalarının daha hassas şekilde belirlenebilmesi için, çoğu durumda yoğun örnekleme (aşırı örnekleme) önerilir.

Genellikle, zaman serisinin maksimum ve minimumlarını enterpole etmek için kübik spline'lar tercih edilir. Bu yöntem iyi sonuçlar verir, ancak hesaplama açısından daha maliyetlidir.

Alternatif olarak, doğrusal spline ile kübik spline arasında geçiş yapabilen rasyonel (rational) veya gergin (tension) spline'lar önerilmiştir [13]. Gergin spline, eğrinin ne kadar “gergin” olacağını kontrol eden bir parametreye sahiptir. Bu parametre arttıkça eğri düzleşir ve doğrusal spline'a yaklaşır; azaldığında ise daha yumuşak, kıvrımlı hale gelir. Böylece, kullanıcı istediği düzeyde kıvrımlılığı kontrol edebilir. Bu yöntem, özellikle zarfların çok dalgalı olmasını istemediğimiz durumlarda kullanışlıdır [25]. Bu teknikler, ihtiyaçlara göre daha esnek çözümler sunabilir.

Doğrusal spline yöntemi basit olsa da, genellikle çok sayıda IMF oluşmasına veya sinyalin gereğinden fazla ayrıştırılmasına yol açabilir.

Gergin spline gibi yöntemler ise, bir bileşenin daha küçük alt bileşenlere ayrılmasına veya farklı sinyal bileşenlerinin karışık şekilde birleşmesine neden olabilir.

Zarf hesaplamasında daha hassas sonuçlar elde etmek için, bazı araştırmalar [26] optimizasyon tabanlı yöntemler önermiştir. Bu yöntemlerde, zarf tahmini için ikinci dereceden maliyet fonksiyonları minimize edilmeye çalışılır. Ancak bu yaklaşımlar, yoğun hesaplama gücü gerektirir ve genellikle sınırlı iyileştirme sağlar.

Başka bir yöntem olarak, ekstremum noktalarını belirlemeden önce verilerin yüksek geçiren filtreden geçirilmesi önerilmiştir.

Son zamanlarda ise, yerel ortalama hesaplamaktan ve zarf kullanımından tamamen vazgeçmeyi amaçlayan yeni teknikler geliştirilmeye başlanmıştır. Bu yeni yöntemler umut verici sonuçlar verse de, daha fazla geliştirme ve test gerektirmektedir [13].

3.2. Sınır Koşulları

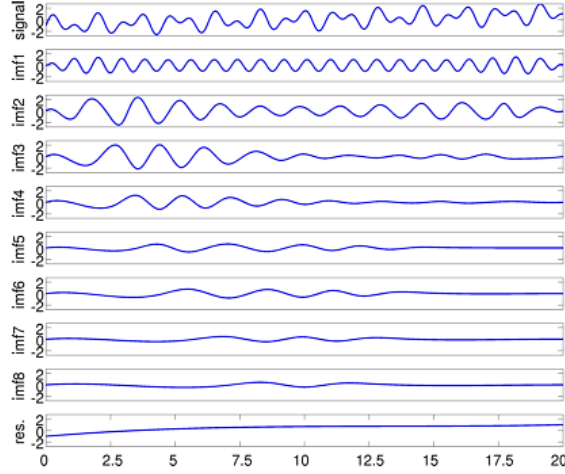
Spline enterpolasyonu, özellikle veri setinin başında ve sonunda uyumsuzluklara neden olabilir. Bu durum, uçlardaki noktaların üst ve alt zarfların düğüm noktaları olarak alınmasıyla birlikte, fiziksel olarak gerçekçi olmayan dalgalanmalara yol açabilir. Oluşan bu hatalar, daha sonra elde edilen sinyal bileşenlerine de yansır ve genel sonucu bozar.

Bu sorunu azaltmak için çeşitli çözümler önerilmiştir. Örneğin:

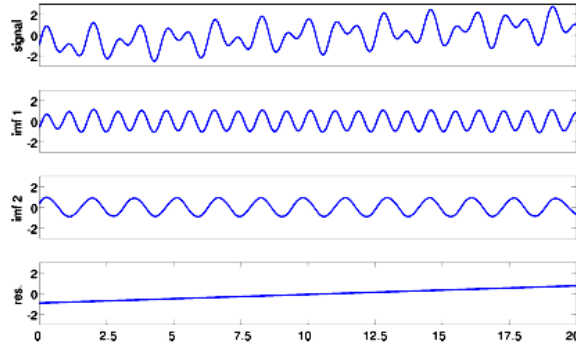
- Uçlardaki veri noktaları, tipik dalga şekilleriyle uzatılabilir.
- En uçtaki nokta yansıtılarak veri seti genişletilebilir.
- Spline hesaplamasında, uçlardaki maksimum veya minimum için en yakın iki noktanın ortalaması alınabilir.
- Ya da özel olarak geliştirilen SZero yöntemi [27] gibi yaklaşımlar kullanılabilir.

Ayrıca, zaman serisinde ani geçişler veya zamanla değişen frekans/genlik gibi özellikler yoksa, periyodik sınır koşulları da oldukça işe yarayabilir.

Bu sorunların etkisi, $x(t) = \sin(7t) + \sin(4t) + 0.1 \cdot t$ şeklindeki zaman serisiyle Şekil 3.1 ve Şekil 3.2'de örneklendirilmiştir [13].



Şekil 3.1. Durağan olmayan zaman serisi EMD ayrıştırılması-Uygunsuz sınır koşulları [13].



Şekil 3.2. Durağan olmayan zaman serisi EMD ayrıştırılması-Uygun sınır koşulları [13].

3.3. Eleme İşleminin Durdurulması

Klasik EMD algoritması, sinyalde hâlâ sıfırdan uzak yerel dalgalanmalar (segmentler) bulunduğu sürece, eleme (süzme) işlemini tüm sinyal üzerinde sürdürür. Bu işlemin ne zaman durdurulacağı ise genellikle oluşturulan IMF'nin genliğiyle belirlenir.

Ancak bu durum, çoğu zaman gereğinden fazla eleme yapılmasına neden olur. Sonuç olarak, aslında anlamlı olan IMF'ler, gereksiz yere daha küçük ve anlamsız parçalara ayrılabilir.

Bu sorunu kontrol altına almak için genellikle bir durdurma kriteri kullanılır. En yaygın kriterlerden biri, toplam varyans temelli olup Denklem (5)'te verilmiştir.

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^N \frac{(h_{i,k-1}(t_n) - h_{i,k}(t_n))^2}{h_{i,k-1}^2(t_n)} \quad (5)$$

İlk IMF genellikle aşağıdaki koşul sağlandığında elde edilir: $\sigma_i^2 < \delta$ burada δ uygun şekilde belirlenmiş bir eşik değeridir.

Tüm EMD işlemi ise şu durumlarda sona erer:

- Kalıntı sinyal $r_n(t)$ artık sabit veya monoton eğimli bir yapı gösterdiğinde,
- Ya da yalnızca bir adet ekstremum içerdiğinde.

Bu koşullar, Denklem (6)'da tanımlanan $\sigma(t)$ ifadesine göre değerlendirilir. Bu denklem, sinyalin üst ve alt zarflarına dayalı olarak normelize bir genlik ölçüsü sunar.

Ancak bu süreçte kullanılan Cauchy-benzeri yakınsama kriteri, IMF'lerin sahip olması gereken iki temel koşulu (örneğin sıfır geçiş sayısı ile ekstremum sayısının eşitliği gibi) doğrudan dikkate almaz. Bu nedenle, bir IMF gerçekte geçerli değilken, sadece bu kritere göre işlem sonlandırılabilir yani işlem erken durdurulmuş olabilir [13].

$$\sigma(t) = \frac{U(t) + L(t)}{U(t) - L(t)} \quad (6)$$

Bu yöntemde iki farklı eşik değeri kullanılır: δ_1 ve δ_2 . Eleme işlemi, sinyalin toplam süresinin öngörülen bir kısmında $(1 - \alpha)$, $\sigma(t) < \delta_1$ koşulu sağlanana kadar; kalan kısmında ise $\sigma(t) < \delta_2$ şartı sağlanana kadar tekrar edilir.

Ancak bu yaklaşım, kullanıcıdan üç yeni parametre belirlemesini gerektirir: δ_1 , δ_2 ve α . Bu parametreler doğru seçilmediği takdirde, elde edilen IMF'lerin doğruluğunu ve kalitesini önemli ölçüde etkileyebilir[13].

Matematikte, Cauchy yakınsama kriteri, bir dizinin yakınsak olup olmadığını belirlemek için kullanılan bir yöntemdir. Bu kriter, bir dizinin elemanlarının birbirine yeterince yaklaşması durumunda dizinin yakınsadığını belirtir. Yani, her $\varepsilon > 0$ için, dizinin elemanları arasındaki fark ε 'den küçük olacak şekilde bir N doğal sayısı vardır. Bu kriter, özellikle limitin bilinmediği durumlarda dizinin yakınsadığını göstermek için kullanılır. (EMD) yönteminde, sinyalin (IMF) bileşenlerine ayrıştırılması sırasında, her bir IMF'nin çıkarılmasının ne zaman durdurulacağına karar vermek önemlidir. Bu noktada, Cauchy-benzeri yakınsama kriterleri devreye girer. Bu kriterler, IMF'nin çıkarılması sırasında sinyalin değişimlerinin belirli bir eşiğin altına düşmesi durumunda işlemin durdurulmasını önerir. Ancak, bu tür kriterler, IMF'nin tanımında belirtilen tüm koşulları (örneğin, sıfır geçiş sayısı ile ekstremum sayısının eşitliği) doğrudan dikkate almayabilir. Bu nedenle, bazı durumlarda IMF koşullarından yalnızca biri sağlanırken işlem durdurulabilir, bu da elde edilen IMF'nin doğruluğunu etkileyebilir [28], [29].

3.4. Genlik ve Frekans Çözünürlüğü

Ayrıştırma işleminin başarısı büyük ölçüde kullanılan algoritmanın parametrelerine bağlıdır; bu nedenle, elde edilen ayrıştırmanın tekil (benzersiz) olması garanti edilemez. Bu süreçte kritik rol oynayan parametreler; durdurma kriteri, sınır koşulları ve interpolasyon yöntemidir (örneğin B-spline ya da doğal kübik spline kullanımı). Uygun olmayan parametre seçimi, aşırı eleme (over-sifting) veya mod karışımı (mode mixing) gibi istenmeyen sonuçlara yol açabilir.

Başarılı bir genlik ve frekans çözünürlüğü elde edebilmek için bazı temel koşulların sağlanması gereklidir. Öncelikle, örnekleme hızı Nyquist teoremine uygun olmalı ve ayrık zamanlı sinyal, sürekli zamanlı karşılığı ile aynı sayıda ekstremum içermelidir [13].

Nyquist–Shannon örnekleme teoremi, bir sinyalin doğru bir şekilde örneklenebilmesi ve yeniden yapılandırılabilmesi için örnekleme frekansının sinyalin en yüksek frekans bileşeninin en az iki katı olması gerektiğini belirtir. Bu şart sağlanmadığında, aliasing olarak bilinen ve sinyalin yanlış temsil edilmesine yol açan bir bozulma meydana gelir [30].

Aşırı örnekleme, elde edilen sonuçların kalitesini önemli ölçüde artırmakta ve aşırı eleme önüne geçmektedir. Ayrıca, Hilbert dönüşümünün doğru çalışabilmesi için her dönem başına en az beş örnek alınması gerekmektedir.

Genlik çözünürlüğü açısından, çok düşük genlikli salınımlar ayrıştırılamamaktadır. Bunun nedeni, bu tür salınımların uç noktalarının tespit edilememesidir. Bu durum, ilgili zaman serilerinin doğru bir şekilde ayrıştırılamamasına yol açar.

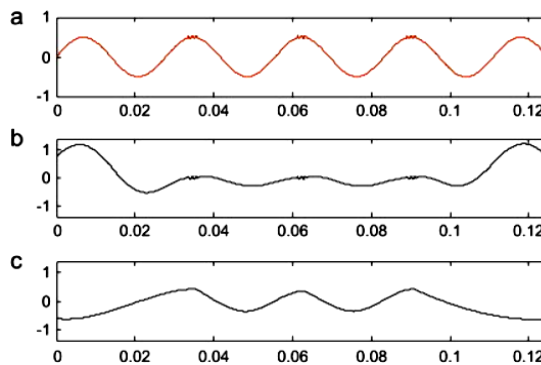
Frekans çözünürlüğü açısından bakıldığında, EMD algoritması ikili bir filtre bankası gibi çalışır. Bu filtrelerin frekans bantları çakışmakta ve her yeni IMF’de ekstremum sayısı yaklaşık olarak yarıya düşmektedir. Her sinyal bileşeni için bir merkez frekans ω_i tanımlanır ve bu frekans için karşılık gelen bant $B(\omega_i) = [\alpha_p \omega_i, \omega_i]$ şeklindedir. Burada $\alpha_p < 1$ olup $\rho = \alpha_i / \alpha_j$ oranına bağlıdır. Eğer bir başka frekans ω_j , bu bant aralığında yer alıyorsa, ω_i ile ayırt edilemez hale gelir. Bu nedenle bu iki frekans bileşeni EMD tarafından ayrı IMF’ler yerine aynı IMF içinde temsil edilir. Bu durum, EMD’nin yakın frekanslı bileşenleri çözümlemekte yetersiz kalmasına yol açar[13].

3.5. Mod Karıştırma

EMD yönteminin önemli sınırlamalarından biri, mod karıştırma (mode mixing) problemidir. Mod karıştırma, birbirinden oldukça farklı ölçeklerdeki salınımların tek bir IMF bileşeninde toplanması ya da benzer ölçekli salınımların farklı IMF’lerde dağılması şeklinde tanımlanır. Bu durum, genellikle sinyaldeki kesintilerin bir sonucu olarak ortaya çıkar.

Huang ve arkadaşlarının belirttiği üzere, sinyal kesintileri yalnızca zaman-frekans dağılımında ciddi örtüşmelere yol açmakla kalmaz, aynı zamanda bireysel IMF bileşenlerinin fiziksel anlamını da belirsizleştirir [31]. Mod karıştırma meydana geldiğinde, bir IMF’nin temsil ettiği bileşen artık kendi başına fiziksel bir anlam taşıyamaz hale gelir [31] veya bir moddaki fiziksel süreçlerin yanlış bir temsiline neden olan bir sorun olabilir [32]. Bu durum, gerçekte farklı fiziksel süreçlere ait olan bileşenlerin tek bir IMF içinde yanlışlıkla birleştirilmesine neden olabilir.

Bu sorunu göstermek amacıyla, Şekil 3.3’te bir örnek simülasyon sinyali kullanılmıştır. Şekil 3.3(a)’da yer alan sinyal, 36 Hz’lik bir sinüs dalgasının küçük darbelerle kesintili hale getirilmiş bir biçimdir. Bu birleşik sinyal aslında iki farklı bileşen içerir. Bu sinyal üzerinde EMD işlemi uygulandığında, elde edilen iki IMF bileşeni sırasıyla Şekil 3.3(b) ve Şekil 3.3(c)’de gösterilmektedir.



Şekil 3.3. EMD ile ayrıştırma: (a) simülasyon sinyali, (b) IMF c_1 ve (c) IMF c_2 [31]

EMD yöntemiyle elde edilen ilk iki IMF bileşeni (c_1 ve c_2) incelendiğinde, ciddi bir bozulma olduğu görülmektedir. Bu durum, klasik bir mod karıştırma örneğidir. Sinüs dalgası ve darbeler, aynı IMF olan c_1 içerisinde birlikte ayrıştırılmıştır. Aynı zamanda, sinüs dalgası iki farklı IMF’ye (c_1 ve c_2) dağılmıştır. Bu yapı, EMD’nin $x(t)$ sinyalini doğru biçimde temsil edemediğini açıkça göstermektedir. Sonuç olarak, c_1 ve c_2 bileşenleri hem sinyalin fiziksel anlamını yitirir hem de bileşenlerin ayrışmasında ciddi hata barındırır. Bu türden bir ayrışma, mod karıştırmanın tipik etkilerindendir [31].

4. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA TÜRLERİ

EMD, doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyallerin analizinde önemli avantajlar sunmaktadır. Ancak, geleneksel EMD yönteminin bazı sınırlamaları bulunmaktadır. En belirgin sorunlardan biri, ayrıştırılan IMF bileşenlerinde görülen mod karıştırma problemidir. Bu durum, sinyalin farklı ölçeklerdeki bileşenlerinin yanlış IMF’lerde birleşmesine neden olur. Diğer bir sınırlama ise, klasik EMD’nin yalnızca tek kanallı (tek veri ölçümü) sinyaller üzerinde etkili olmasıdır. Çok kanallı titreşim verilerinin işlenmesinde yetersiz kalmaktadır. Bu nedenlerle, EMD yönteminin farklı varyantları geliştirilmiş ve bu sınırlamaları aşmak için çeşitli iyileştirmeler önerilmiştir [11].

4.1. Hilbert- Huang Dönüşümü

Hilbert-Huang Dönüşümü (HHT), doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyallerin analizinde kullanılan güçlü bir zaman-frekans çözümleme yöntemidir. HHT iki temel aşamadan oluşur: EMD ve Hilbert Dönüşümü. İlk aşamada, EMD yöntemi kullanılarak karmaşık sinyal, IMF adı verilen bir dizi bileşene ayrıştırılır. Bu IMF’ler, sinyalin daha düzenli ve analiz edilebilir temsili sağlar. İkinci aşamada ise, elde edilen her bir IMF bileşeni Hilbert Dönüşümü’ne tabi tutularak, anlık genlik ve anlık frekans bilgileri elde edilir. Böylece HHT, sinyalin zaman-frekans özelliklerini detaylı şekilde inceleme imkânı sunar [33]. IMF’ler, sinyalin farklı frekans bileşenlerine göre sıralanır; ilk IMF en yüksek frekansa, sonuncusu ise en düşük frekansa sahiptir. Elde edilen tüm IMF’lerin toplamı, orijinal bozulmuş sinyali yeniden oluşturur. Bu durum Denklem (8) ile ifade edilir:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n \quad (7)$$

c_j ise $j = 1$ ile n arasındaki her bir IMF’yi temsil etmektedir. Daha sonra HHT’nin bozulmuş sinyalin, gerçek sinyalden analitik sinyale dönüşümü Denklem (8)’deki gibi ifade edilebilir:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t)}{t - \tau} dt \quad (8)$$

Burada $x(t)$, $1/t$ ile birleşir. Ardından HHT analitik sinyali kullanılarak IMF’ler Denklem (9)’da verildiği gibi elde edilebilir:

$$z(t) = x(t) + iy(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (9)$$

Burada $a(t)$ genliği ve $\theta(t)$ fazı temsil eder ve bunlar Denklem (10)-(11) ile belirtilir:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (10)$$

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \quad (11)$$

Daha sonra $\omega(t)$ frekansı Denklem (12)’deki gibi verilir:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (12)$$

Sonuç olarak, HHT'deki her IMF için genlik ve frekansa bağlı zaman bileşenleri çıkarılır. Ancak zaman frekansı alanı söz konusu olduğunda, genlik Denklem (13) formülü alabilir:

$$H(\omega, t) = \text{gerçek değer} \sum_{i=1}^n a(t) e^{i\theta(t)} \quad (13)$$

Son olarak, her bir frekans ve zaman alanından toplam genlik katılımının değerini sağlayan ve Denklem (14)'de sonuçlanan sinyal spektrumu:

$$h(\omega, t) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (14)$$

Burada T , anlık genlik tarafından ve anlık frekanstan sağlanan sinyal bilgi uzunluğudur. Her bir anlık genlik rakamı, 0 ile $N - 1$ arasındaki örnekler arasında zaman değişimi ile belirlenen bir frekans büyüklüğünün temsilcisidir [34].

4.1.1. Hilbert Dönüşümü

EMD, sinyalin temel bileşenlerinin belirlenmesi amacıyla eleme işlemi üzerinden çalışan, veri tabanlı bir ayrıştırma yöntemidir. Teorik olarak, bu bileşenlerin her biri tek bileşenli bir fonksiyon olarak kabul edilir. Bu, frekans alanında yalnızca bir frekans bileşeninin varlığını ifade eder. Ancak pratikte, deneysel sinyallerin ayrıştırılması sürecinde bu tür saf tek bileşenli fonksiyonları elde etmek oldukça zordur.

Bu nedenle, tek bileşenli fonksiyon kavramı daha esnek bir şekilde, dar bantlı fonksiyonlar bağlamında ele alınabilir. Böylelikle, tek bileşenli fonksiyonların özelliklerinin, dar bantlı fonksiyonlara da uygulanabilir hale gelmesi sağlanır. Bu genişletme, hem anlık frekansın hesaplanması hem de genel anlamda Hilbert Dönüşümü (HT) açısından büyük önem taşır.

Fourier analizinde frekans, sabit genliğe sahip sinüs veya kosinüs fonksiyonları üzerinden tanımlanır ve bu tanım yalnızca sabit ve periyodik sinyaller için geçerlidir. Ancak, zamanla değişen frekans bileşenlerine sahip durağan olmayan sinyaller için bu yaklaşım yeterli değildir. Bu tür sinyallerin analizinde, sinyalin her bir anındaki yerel frekansı tanımlayan *anlık frekans* kavramı daha uygundur. Anlık frekans, sinyale o anda en yakın uyumu sağlayan sinüs veya kosinüs bileşeninin frekansıdır.

Bu tanıma göre, HT yardımıyla anlık frekansın doğru şekilde hesaplanabilmesi için, trigonometrik fonksiyonun en az bir tam salınım içermesi gerektiği unutulmamalıdır [35]. Orijinal bir $x(t)$ sinyali için Hilbert dönüşümü, $-\infty < t < \infty$ aralığında tanımlı olan gerçek değerli $\hat{x}(t)$ ile gösterilen sinyal üzerinden, Denklem (15)'te ifade edilmektedir.

$$\hat{x}(t) = H\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\pi(t - \tau)} dt \quad (15)$$

Bu eşitlikte $H\{.\}$ Hilbert dönüşümünü, τ kaydırma operatörünü ifade etmektedir. Hilbert dönüşümü, orijinal sinyalden 90° faz kaymasına sahip ortogonal bir sinyal üretir. $x(t)$ sinyalinin analitik biçimi, Picibono tarafından tanımlanmış olup bu ifade Denklem (16)'da verilmiştir.

$$z_x(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad (16)$$

Analitik form kullanılarak Anlık Zarf (AZ) $a_x(t)$, Anlık Faz (AF1) $\phi_x(t)$ ve Anlık Frekans (AF2) $f_x(t)$ Denklem (17)-(19) ile ifade edilmektedir[35].

$$a_x(t) = |z_x(t)| = \sqrt{x(t)^2 + \hat{x}(t)^2} \quad (17)$$

$$\phi_x(t) = \arctan\left(\frac{\hat{x}(t)}{x(t)}\right) \quad (18)$$

$$f_x(t) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{d\phi_x(t)}{dt} \bmod(2\pi) \right] \quad (19)$$

4.2. Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması

Zaman serisi, EMD yöntemi kullanılarak bir dizi IMF'ye ayrıştırılabilir. Her IMF yalnızca bir salınım modu içerir ve iki temel koşulu sağlamalıdır. Birinci koşul, IMF'deki sıfır geçiş sayısı ile ekstremum sayısının eşit ya da en fazla bir farkla farklı olması gerektirir. İkinci koşul ise, herhangi bir anda üst ve alt zarfların ortalamasının sıfır olmasıdır.

EMD yöntemine kıyasla daha gelişmiş olan Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması (Ensemble Empirical Mode Decomposition - EEMD), sinyal işleme alanında yaygın olarak tercih edilmektedir. EEMD, yerel ortalamaları değil, doğrudan modları tahmin eder. Bunun nedeni, sinyalin üzerine eklenen beyaz gürültü ile oluşturulan her yeni gerçekleşmenin bağımsız olarak ayrıştırılmasıdır. Her gerçekleşmede ilk adımda bir yerel ortalama ve bir mod elde edilir. Bu süreçte gerçek mod, orijinal sinyalin çeşitli gürültülü kopyalarının ortalaması olarak elde edilir; bu kopyalar az miktarda artık gürültü içerebilir [17]. EMD, aynı ya da farklı modlarda bulunabilen çeşitli salınımları içeren karışık mod yapısı sergiler. Bu nedenle, klasik EMD'nin mod karıştırma problemini gidermek amacıyla Wu ve Huang tarafından EEMD yöntemi geliştirilmiştir. EEMD'nin temel yaklaşımı, EMD'ye beyaz gürültü ekleyerek zaman-frekans düzleminde frekans bileşenlerinin doğal bir şekilde ayrılmasını sağlamaktır. Böylece, mod karıştırmanın önüne geçilmesi hedeflenir [36]. EEMD algoritmasının temel prensibi, eklenen beyaz gürültünün zaman-frekans düzlemini farklı ölçeklerin bileşenleriyle eşit şekilde doldurmasıdır. Bu beyaz gürültü arka planına sinyal eklendiğinde, sinyalin çeşitli ölçeklerdeki bileşenleri, gürültü tarafından oluşturulan uygun referans ölçeklerine doğal olarak yansıtılır. Ayırıştırma işlemleri sırasında sinyale eklenen beyaz gürültü nedeniyle her bir deneme gürültülü sonuçlar verebilir. Ancak, her denemedeki gürültü farklı olduğu için, yeterli sayıda denemenin ortalaması alındığında bu gürültüler azaltılabilir veya tamamen yok edilebilir. Sonuçta, yalnızca sinyal bileşenleri kalır ve elde edilen ortalama doğru sonuç olarak kabul edilir.

- Bir beyaz gürültü topluluğu, ortalama alındığında kendi içinde birbirini sönümler. Bu nedenle, yalnızca sinyal bileşenleri korunur ve elde edilen sonuç, gürültü eklenmiş sinyallerin topluluk ortalaması üzerinden devam eder
- Topluluğu tüm olası çözümleri üretmeye yönlendirmek için beyaz gürültü eklenmesi gereklidir. Beyaz gürültü, farklı ölçeklerdeki sinyallerin uygun IMF'lerde ayrıştırılmasını sağlar ve elde edilen topluluk ortalamasının anlamlılığını artırır.
- EMD'nin fiziksel olarak anlamlı bir ayırıştırma sunabilmesi, gürültüsüz tek bir sinyale değil; gürültü eklenmiş sinyallerle yapılan çok sayıda denemenin topluluk ortalamasına dayanmaktadır. [31].

Sağladığı avantajlar göz önünde bulundurulduğunda ilk ayırıştırma işleminde EEMD tekniği tercih edilmiştir. EEMD yaklaşımının prosedürleri şu şekilde sıralanmaktadır [36].

Topluluk sayısı (E_n) ve beyaz gürültünün genliği belirlenir.

- a) Orijinal zaman serisi $x(n)$ 'e beyaz gürültü serisi eklenir ve ardından Denklem (20)'de verildiği gibi yeni bir zaman serisi elde edilmiş olur.

$$X_i(n) = x(n) + noise_i(n) \quad (20)$$

- b) Yeni zaman serisi $X_i(n)$ standart EMD yöntemini kullanarak Denklem (21)'deki gibi birkaç IMF ve bir artık seriye ayrıştırılır:

$$X_i(n) = \sum_{j=1}^n IMF_{ij}(n) + R_i(n) \quad (21)$$

- c) Burada $IMF_{ij}(n)$ ve $R_i(n)$ sırasıyla i -inci deneme j -inci IMF ve artık seriyi temsil eder. n , ayrıştırılmış IMF modlarının toplam sayısıdır.
- d) b ve c adımları, E_n kez tekrarlanır ve her yinelemede farklı gürültü serileri eklenir.
- e) E_n denemede nihai ayrıştırma sonucu olarak her IMF ve kalıntı için denemelerin topluluk ortalaması hesaplanır (Denklem (22)-(23));

$$\overline{IMF_j(n)} = \frac{1}{E_n} \sum_{i=1}^{E_n} IMF_{ij}(n) \quad (22)$$

$$\frac{1}{E_n} = \sum_{i=1}^{E_n} R_i(n) \quad (23)$$

Ek olarak He vd.'ne göre, topluluk sayısı $M = 100$ olarak ayarlanırken eklenen gürültü serisinin standart sapması 0.2'ye eşittir [36].

4.2.1. Beyaz Gauss Gürültüsü ve Renkli Gürültü

Filtreleme ve kestirim problemlerinde, fiziksel sistemler göz önünde bulundurulduğunda gürültü çeşitli biçimlerde ortaya çıkabilir. Örneğin, sisteme uygulanan girişler öngörülemeyen gürültüler içerebilirken, sensörlerden alınan sinyaller ölçüm hatalarına bağlı olarak bozulabilir. Bu bağlamda, beyaz gürültü ve renkli gürültü, dikkate değer sinyal türleri olarak öne çıkar.

Beyaz gürültü: Sinyal işleme alanında beyaz gürültü, tüm frekanslarda eşit yoğunlukta dağılan rastgele bir sinyal olarak tanımlanır ve bu özelliği sayesinde sabit bir güç spektral yoğunluğuna sahiptir. İsmi beyaz ışıktan almasına rağmen, beyaz gürültü genellikle görünür spektrum üzerinde düz bir spektral yoğunluk göstermez. Ayrık zamanlı beyaz gürültü ise, sıfır ortalamaya ve sonlu varyansa sahip ilişkisiz rastgele değişkenlerin oluşturduğu ayrık bir sinyal dizisidir. Her bir örnek sıfır ortalamalı normal dağılıma sahipse, bu sinyal ilave beyaz Gauss gürültüsü olarak adlandırılır.

Tipik bir sistemin ayrık modeli, Denklem (24) ve Denklem (25) ile ifade edilebilir.

$$x_{k+1} = f(x_k, \theta) + G_w \quad (24)$$

$$y_k = Hx_k + v \quad (25)$$

Burada $x \in R$ durum değişkenlerini, θ sistem parametrelerini ve $y \in R$ çıktıları gösterir. $H, m \times n$ ölçüm matrisidir, G durum gürültü katsayısı matrisidir ve w ve v sembolleri Gauss beyaz gürültülerini ifade eder. Beyaz gürültüler, birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma

sahip zaman serileridir; bu da aralarında otokorelasyon olmadığı anlamına gelir. Gauss beyaz gürültüsü ise, sıfır ortalama ve standart varyasyon σ ile normal dağılımlı bir gürültü türüdür. Bu tür gürültü, tüm frekans bileşenlerini içeren ve özellikle elektrikli cihazlarda yaygın olarak görülen bir ek gürültü türüdür. Giriş sinyalindeki gürültü, sıfır ortalama ve belirli bir varyansla modellenir. Yukarıdaki denklemde sistem için, durumlara eklenen Gauss beyaz gürültüsü $\{w\}$ ve çıktıdaki Gauss beyaz gürültüsü $\{v\}$, ortalamaları ve otokorelasyonları açısından aşağıdaki şekilde tanımlanır (Denklem (26)-(27)). w ve v 'nin ortalama vektör ve otokorelasyon matrisi şunlardır.

$$\mu_w = E_w = 0, R_{ww} = E_{ww}^T = \sigma^2 I \quad (26)$$

$$\mu_v = E_v = 0, R_{vv} = E_{vv}^T = \sigma^2 I \quad (27)$$

Burada E beklenen değer operatörüdür ve I bir özdeşlik matrisidir.

Renkli gürültü: Renkli gürültü, geçmiş durumlara bağlı olan ve otokorelasyon içeren belirsizliklerdir. Özellikle, birinci dereceden bir filtreden geçirilen Gauss beyaz gürültüsü renkli gürültü oluşturur. Durumlarda renkli gürültü $\{w\}$ ile sonuçlanan birinci dereceden bir filtrenin modeli Denklem (28)'de verilmiştir:

$$w_{k+1} = cw_k + e_1 \quad (28)$$

Burada $\{e_1\}$ Gauss beyaz gürültüsüdür ve c gerçek bir sabittir. Benzer şekilde, ölçülen çıktıda oluşan renkli gürültü $\{v\}$, Denklem (29)'da tanımlanır:

$$v_{k+1} = dv_k + e_2 \quad (29)$$

Burada $\{e_2\}$ Gauss beyaz gürültüsüdür ve d gerçek bir sabittir [37].

4.3. Optimize Edilmiş Topluluk Ampirik Mod Ayrıştırması

EEMD yönteminde çok ölçekli analiz başarısını etkileyen iki temel parametre vardır: eklenen beyaz gürültünün standart sapması (ε) ve toplam topluluk üyesi sayısı (N). Bu parametreler, eklenen beyaz gürültülerin nihai etkisini kontrol eder (Denklem (30)):

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\sqrt{N}} \quad (30)$$

Burada ε' , son standart sapmayı ifade eder. Eklenen beyaz gürültü seviyesi ε , etki ve sapma arasında denge kuracak şekilde dikkatle ayarlanmalıdır. Topluluk üyesi sayısı N ise hesaplama doğruluğu ile işlem yükü arasında bir denge sağlar. Genellikle bu değerler veriye bağlı olmadan $\varepsilon = 0.1$ (veya 0.2) ve $N = 100$ (veya 200) olarak seçilir. Çok ölçekli ayrıştırmayı iyileştirmek amacıyla, EEMD'de ε ve N parametrelerini optimize eden yeni bir yöntem olan Optimize Edilmiş EEMD (OEMD) geliştirilmiştir. Düşük çok ölçekli karmaşıklık düzeyi, modelleme sürecini basitleştirir. Bu nedenle OEMD, optimizasyon sürecinde uygunluk fonksiyonu olarak çok ölçekli karmaşıklık esas alır (Denklem (31)).

$$\min C_{EMD}(\varepsilon_i, N_j) \quad (31)$$

Burada i ve j indeksleri, sırasıyla ε ve N parametrelerinin optimizasyon adımlarını temsil eder. Bu çalışmada optimizasyon yöntemi olarak basit ama etkili bir grid arama yaklaşımı kullanılmıştır [38]. Grid arama, hiperparametre optimizasyonunda kullanılan temel yöntemlerden

biridir. Bu yöntemde, belirli hiperparametrelerin olası değerleri önceden belirlenir ve bu değerlerin tüm kombinasyonları sistematik olarak denir. Her kombinasyon için model eğitilir ve performansı değerlendirilir; en iyi sonuç veren kombinasyon seçilir. Grid search, özellikle hiperparametrelerin etkisinin iyi anlaşıldığı durumlarda etkili olabilir, ancak yüksek boyutlu parametre alanlarında hesaplama maliyeti artabilir [39]. Arama aralıkları $[\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}]$ ve $[N_{min}, N_{max}]$ olarak belirlendiğinde ε ve N parametreleri için ızgaralar üzerindeki aday değerler Denklem (32)-(33) ile oluşturulabilir:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{min} + (i - 1)d_\varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (32)$$

$$N_j = N_{min} + (j - 1)d_N, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (33)$$

OEMD yönteminde, ε ve N parametrelerinin ızgara aralıkları sırasıyla $d_\varepsilon = (\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min})/m$ ve $d_N = (N_{max} - N_{min})/n$ ifadeleriyle tanımlanır. Burada m ve n , ε ve N için oluşturulan toplam ızgara sayısını temsil eder. Bu ızgaralardaki tüm adaylar değerlendirilerek, en uygun parametre kombinasyonu ε^* ve N^* için çok ölçekli karmaşıklık en aza indiren çözüm $C_{EMD}(\varepsilon^*, N^*) = \min_{i,j} C_{EMD}(\varepsilon_i, N_j)$ belirlenir.

OEMD yaklaşımının temel katkısı, çok ölçekli karmaşıklık azaltarak çok ölçekli analiz etkinliğini artırmak üzere EEMD’de kullanılan ε ve N gibi ayrıştırma parametrelerinin dikkatle optimize edilmesidir. Mevcut EMD tabanlı yöntemlerin aksine, OEMD sabit parametre değerleri yerine veriye özgü en uygun değerleri belirleyerek modelleme karmaşıklığını düşürmekte ve tahmin doğruluğunu artırmaktadır.

Bu bağlamda önerilen OEMD yöntemi, EMD tabanlı tahmin yaklaşımlarına benzer şekilde üç ana aşamadan oluşur: OEMD ile çok ölçekli ayrıştırma, her bir bileşen için ayrı tahmin yapılması ve bu tahminlerin topluluk tahmini ile birleştirilmesi. Bu metodoloji, çok ölçekli ayrışmanın etkinliğinin karmaşıklık düzeyine bağlı olduğu ve daha düşük karmaşıklık düzeylerinin daha başarılı tahminler sağlayabileceği ilkesine dayanmaktadır. $C_{EMD} = f(C_i)$ olarak ifade edilen çok ölçekli karmaşıklık fonksiyonu, modelin tahmin başarısının bir göstergesi olarak kullanılabilir. Bu fonksiyon, hem tatmin edici bir ayrıştırma performansı hem de güçlü bir topluluk tahmin modeli oluşturulmasına katkı sağlamaktadır [38].

4.4. Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayrıştırması

Geleneksel EMD yöntemi yalnızca tek bir veri ölçümünün analizine uygundur ve çoklu veri ölçümleriyle çalışırken mod karışımı gibi önemli sorunlarla karşılaşır. Ayrıca, her sensör konumundaki sinyallerin ayrı ayrı işlenmesi, sensörler arası ortak bilgilerin kullanımını kısıtlar. Bu sınırlamaları aşmak amacıyla EMD yöntemi, çok kanallı sinyaller için uygun olacak şekilde çok değişkenli forma genişletilmiştir.

Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayrıştırması (Multivariate Empirical Mode Decomposition - MEMD), sinyalin çeşitli yönlere projeksiyonları alınarak çok boyutlu zarfların elde edilmesini ve bu zarfların ortalamasıyla sinyallerin yerel ortalamasının hesaplanmasını sağlar. N boyutlu bir sinyal analiz edilecekse, birim $(n-1)$ boyutlu küre üzerinde düzgün dağılmış yön vektörleri oluşturmak için yarı-Monte Carlo düşük sapmalı diziler kullanılır. N boyutlu bir sinyalin genel gösterimi $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]$ şeklindedir. Burada $U^Z = [u_1^Z, u_2^Z, \dots, u_n^Z]$, (n_1) boyutlu küre üzerinde z yönünü temsil eden yönlü vektörler dizisidir.

MEMD'nin uygulanması aşağıdaki adımlar izlenerek gerçekleştirilir [21]:

- Yön vektörleri U tahmin edilir, .
- Tüm z 'ler için z 'inci yön vektörü üzerindeki $y(t)$ giriş sinyalinin $p^z(t)$ 'inci izdüşümü, V^z , bulunur ($z = 1, 2, \dots, K$, burada K , U yön vektörlerinin sayısıdır).
- Tüm z için maksimum $p^z(t)$ 'nin karşılık gelen t_i^z süresi belirlenir.
- Çok boyutlu zarfları $\theta_z(t)$ çıkarmak için $[t_i^z, y(t_i^z)]$ 'yi enterpole edilir.
- $E(t)$ zarfının ortalaması Denklem (34)'te verildiği gibi elde edilir:

$$E(t) = \frac{1}{K} \sum_{z=1}^K \theta^z(t) \quad (34)$$

- Kalan $R(t)$, $R(t) = y(t) - E(t)$ denklemi kullanılarak bulunur. $R(t)$ çok değişkenli IMF'nin durdurma kriterlerini karşılıyorsa, bir sonraki sıra IMF derecesi azalana kadar yukarıdaki adımlar $[y(t) - R(t)]$ 'ye kadar tekrarlanır. Aksi takdirde, $R(t)$ 'ye uygulanır [21].

4.5. Gürültü Destekli Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayrıştırma (NA-MEMD)

Mod karışımını daha da azaltmak amacıyla, beyaz gürültü eklenerek Gürültü Destekli Çok Değişkenli Ampirik Mod Ayrıştırma (Noise-Assisted Multivariate EMD-NA-MEMD) adı verilen gürültü destekli bir MEMD yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem, EMD işlemi öncesinde giriş sinyaline çoklu beyaz gürültü örnekleri eklenmesi bakımından topluluk EMD yönteminden ayrılmaktadır. NA-MEMD, n boyutlu orijinal çok değişkenli sinyale, l boyutlu bağımsız beyaz gürültü kanalları ekleyerek $n + l$ boyutlu bir bileşik sinyal oluşturur ve bu sinyali MEMD ile işler. NA-MEMD algoritması şu adımlarla tanımlanır:

- Giriş sinyaliyle aynı uzunlukta l boyutlu bağımsız bir Gauss beyaz gürültü serisi üretilir.
- Bu gürültü serisi, n boyutlu giriş sinyaline eklenerek $n + l$ boyutlu bir sinyal elde edilir.
- Elde edilen sinyal, çok değişkenli IMF'leri çıkarmak üzere MEMD algoritmasıyla işlenir.
- Gürültüye karşılık gelen l boyutlu IMF'ler atılarak, orijinal sinyale ait n boyutlu IMF'ler elde edilir.

NA-MEMD yöntemi, Gauss beyaz gürültüsü ekleyerek MEMD'ye kıyasla daha iyi ikili filtreleme özellikleri sunar. Bu sayede hem mod karışımı hem de hizalama hataları önemli ölçüde azaltılmıştır [40].

4.6. Zamanla Değişen Filtre Tabanlı Ampirik Mod Ayrıştırması

Geleneksel EMD yönteminde yerel ortalama tahmini, düşük geçişli bir filtreleme biçimi olarak değerlendirilebilir. “Zamanla Değişen Filtre Tabanlı Ampirik Mod Ayrıştırması” (Time-Varying Filter-Based Empirical Mode Decomposition, TVF-EMD) yönteminde ise zamanla değişen filtrelerin seçiminde bir kriter olarak B-spline yaklaşımı benimsenmiştir.

Mevcut literatürde B-spline fonksiyonları genellikle polinom spline'larla enterpolasyon amacıyla kullanılmaktadır. Ancak TVF-EMD, zamanla değişen kesme frekanslarına sahip parçalı polinomlardan oluşan B-spline fonksiyonlarını doğrudan filtreleme sürecinde kullanır. Bu özellik sayesinde TVF-EMD, tekil titreşim ölçümleriyle çalışarak mod karışımı sorununu ortadan kaldırır ve tüm frekans bileşenlerini doğru şekilde tespit edebilir.

İstenen sinyal, farklı polinom parçalarının birleştirilmesiyle elde edilir. B-spline uzayında her sinyal, Denklem (35)'te gösterildiği şekilde tahmin edilir.

$$b_z^n(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} q(j) \beta^n\left(\frac{t}{z} - j\right) \quad (35)$$

Burada $q(j)$, B-spline katsayısıdır ve z faktörü ile büyütülür. Sinyal (veya yaklaşık sonuç) n , z ve $q(j)$ ile belirlenir. B-spline yaklaşımı, yaklaşım hatasını en aza indirecek şekilde $q(j)$ katsayılarını belirlemek için kullanılır. $v_z^n(t) = \beta^n\left(\frac{t}{z}\right)$ olduğunu ve yıldız işaretinin evrişim operatörünü gösterdiği varsayılırsa, orijinal bir sinyal $y(t)$ için $q(j)$, δ_z^2 yaklaşım hatası Denklem (36)'da verildiği gibi en aza indirilerek belirlenir [21]:

$$\delta_z^2 = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} (y(t) - \{q\} * v_z^n(t))^2 \quad (36)$$

Burada $\{-\}_{\uparrow z}$, z tarafından yapılan yukarı örnekleme işlemidir. B-spline yaklaşımı kavramını tanıttıktan sonra (yani, alçak geçiren filtreleme özelliğini ortaya çıkardıktan sonra), $q(j)$ çözümü (Denklem (37)),

$$q(j) = \{c_z^n * y\}_{\downarrow z}(q) \quad (37)$$

Burada $\{-\}_{\downarrow z}$, z tarafından aşağı örnekleme işlemidir ve c_z^n ile gösterilen ön filtredir (Denklem (38)),

$$c_z^n(t) = \{(\{v_z^n * v_z^n\}_{\downarrow z})^{-1}\}_{\uparrow z} * v_z^n \quad (38)$$

$b_z^n(t)$ Denklem (39)'daki gibi yeniden yazılabilir:

$$b_z^n(t) = \{c_z^n * y\}_{\downarrow z} * v_z^n(t) \quad (39)$$

Denklemleri kontrol ederek, bir sinyalin B-spline yaklaşımını gerçekleştirmek için üç adımı vardır. y sinyali ilk olarak bir ön filtre v_z^n aracılığıyla filtrelenen bant geçirgendir. Daha sonra, bir z faktörü ile bant sınırlı sinyal yok edilir. Son olarak, yaklaşım bir son filtre ile v_z^n kullanılarak yeniden yapılandırılır. Denklemler dikkate alındığında, bir sinyalin B-spline yaklaşımı üç temel adımda gerçekleştirilir:

1. İlk olarak, y sinyali, ön filtre olarak kullanılan v_z^n fonksiyonu aracılığıyla bant geçirgen bir şekilde filtrelenir.
2. Daha sonra, bu bant sınırlı sinyal, z faktörü ile ölçeklendirilerek örneklenir.
3. Son olarak, sinyalin yaklaşık hali, yine v_z^n fonksiyonu yardımıyla bir son filtreleme süreciyle yeniden yapılandırılır.

Bu işlem, sinyalin belirli bir çözünürlükte doğru şekilde temsil edilmesini sağlar [21].

4.7. Ampirik Dalgacık Dönüşümü

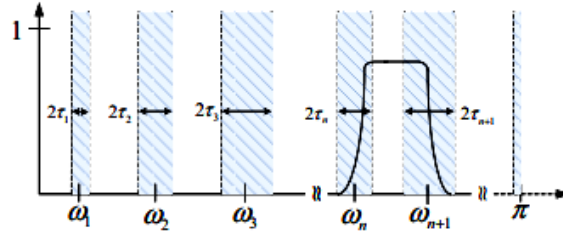
Ampirik Dalgacık Dönüşümü (Empirical Wavelet Transform-EWT), sinyaldeki farklı bileşenleri modlar olarak adlandırılan uyarlanabilir biçimde tespit etmeye yönelik yeni bir yöntemdir [41]. Bu yöntem, dalgacık dönüşümü teorisinin avantajlarını ve EMD'nin uyarlanabilir ayrışmasını bütünleştirerek sinyal analizi ve arıza teşhis alanlarında önemli sonuçlar elde eder [42]. Fourier alanında bakıldığında, EWT, sinyali analiz etmek için bir dizi dalgacık seti oluşturur. Bu setler, özünde bir grup bant geçiren filtreden oluşur. Yöntemin uyarlanabilirliği, filtre desteklerinin sinyalin kendisinden türetilen bilgilere göre belirlenmesiyle sağlanır.

EWT, genlik ve frekans modülasyonuna sahip, Fourier spektrumunda kompakt desteğe sahip modları hedefler. Dolayısıyla, farklı modları belirlemek, Fourier spektrumunun bölünmesine ve her bölgeye uygun filtrelerin uygulanmasına dayanır.

Yöntemin ilk adımı, Fourier spektrumunun segmentlere ayrılmasıdır. (Şekil 4.1) Segmentasyon işlemi, orijinal sinyal spektrumunda yer alan bilgilere bağlı olarak uyarlanabilir şekilde gerçekleştirilir. Bu işlem, spektrumun belirli bölgelerinin IMF benzeri modlara karşılık gelmesini sağlar [41]. Fourier spektrumunun segmentlere ayrılması, analiz edilen sinyale uyarlanabilirlik sağlayan kritik bir adımdır. Bu adım, yöntemin esnekliğini artırmak açısından önem taşımaktadır. Spektrumu, belirli frekanslar etrafında merkezlenmiş ve kompakt desteğe sahip modlara karşılık gelen bölgelere ayırmak hedeflenmektedir [43].

Eğer Fourier spektrumu N adet sürekli bölgeye ayrılacaksa, bu durumda spektrum üzerinde yer alan en büyük $(N - 1)$ yerel maksimumun belirlenmesi gerekir. Bu yöntemde, segmentasyon başlangıcı ve bitişi için daima $\omega_0 = 0$ ve $\omega_N = \pi$ kabul edilir. Her bir segmentin tanımı Denklem (40)'ta verilmiştir [41]:

$$\Lambda_n = [\omega_{n-1}, \omega_n], \text{ sonra } U_{n=1}^N \Lambda_n = [0, \pi] \quad (40)$$



Şekil 4.1. Fourier ekseninin segmentasyonu [41]

Her bir segment sınırı olan ω_n etrafında bir geçiş aşaması tanımlanır. Bu geçişin genişliği $2\tau_n$ olup $\tau_n = \gamma\omega_n$ olarak ifade edilir. Burada γ , sıkı bir çerçeve elde etmek için uygun şekilde belirlenmesi gereken bir katsayıdır ve Denklem (41)'de verilir.

$$\gamma < \min_n \left(\frac{\omega_{n+1} - \omega_n}{\omega_{n+1} + \omega_n} \right) \quad (41)$$

Daha sonra, Little-wood-Paley ve Meyer'in dalgacıklarının yapımında kullanılan fikre dayalı olarak bir dizi ampirik dalgacık inşa edilir. $\forall_n > 0$ için, ampirik ölçeklendirme fonksiyonu ve ampirik dalgacık fonksiyonu sırasıyla Denklem (42)-(43) ifadeleriyle tanımlanabilir:

$$\widehat{\Phi}_n(\omega) = \begin{cases} 1 & \\ \cos \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_n} (|\omega| - \omega_n + \tau_n) \right) \right] & \omega_n - \tau_n \leq |\omega| \leq \omega_n + \tau_n \\ 0 & \text{yoksa} \end{cases} \quad (42)$$

Ve

$$\widehat{\psi}(\omega) = \begin{cases} 1 & \\ \cos \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_{n+1}} (|\omega| - \omega_{n+1} + \tau_{n+1}) \right) \right] & \omega_n + \tau_n \leq |\omega| \leq \omega_{n+1} - \tau_{n+1} \\ \sin \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_n} (|\omega| - \omega_n + \tau_n) \right) \right] & \omega_{n+1} - \tau_{n+1} \leq |\omega| \leq \omega_{n+1} + \tau_{n+1} \\ 0 & \text{yoksa} \end{cases} \quad (43)$$

Fonksiyon, $\beta(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3)$, en yaygın kullanılanıdır. Yani $\forall_n > 0$ için, Denklem (41) ve (42) aşağıda Denklem (44) ve (45) gibi basitleştirilebilir:

$$\hat{\Phi}_n(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq (1 - \gamma)\omega_n \\ \cos \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\gamma\omega_n} (|\omega| - (1 - \gamma)\omega_n) \right) \right] & (1 - \gamma)\omega_n \leq |\omega| \leq (1 + \gamma)\omega_n \\ 0 & \text{yoksa} \end{cases} \quad (44)$$

$$\hat{\Psi}(\omega) = \begin{cases} 1 & (1 + \gamma)\omega_n \leq |\omega| \leq (1 - \gamma)\omega_{n+1} \\ \cos \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\gamma\omega_{n+1}} (|\omega| - (1 - \gamma)\omega_{n+1}) \right) \right] & (1 - \gamma)\omega_{n+1} \leq |\omega| \leq (1 + \gamma)\omega_{n+1} \\ \sin \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_n} (|\omega| - \omega_n + \tau_n) \right) \right] & (1 - \gamma)\omega_n \leq |\omega| \leq (1 + \gamma)\omega_n \\ 0 & \text{yoksa} \end{cases} \quad (45)$$

Ampirik dalgacık dönüşümü (EWT), klasik dalgacık dönüşümü ile benzer şekilde tanımlanır. Ayrıntılı katsayılar $W_f^\varepsilon(n, t)$ Denklem (46)'da, ampirik dalgacıklara sahip iç çarpımlar tarafından verilmiştir:

$$W_f^\varepsilon(n, t) = \langle f, \psi_n \rangle = \int f(\tau) \overline{\psi_n(\tau - t)} d\tau \quad (46)$$

Yaklaşım katsayıları $W_f^\varepsilon(0, t)$ Denklem (47)'de, ayrıca ölçeklendirme fonksiyonuna sahip iç çarpımlar tarafından da verilmiştir:

$$W_f^\varepsilon(0, t) = \langle f, \phi_1 \rangle = \int f(\tau) \overline{\phi_1(\tau - t)} d\tau \quad (47)$$

Daha sonra rekonstrüksiyon sinyali ve ampirik mod Denklem (48), (49) ve (50)'de verilmiştir [41].

$$f(t) = W_f^\varepsilon(0, t) * \phi_1(t) + \sum_{n=1}^N W_f^\varepsilon(n, t) * \psi_n(t) \quad (48)$$

$$x_0(t) = W_f^\varepsilon(0, t) * \phi_1(t) \quad (49)$$

$$x_k(t) = W_f^\varepsilon(k, t) * \psi_k(t) \quad (50)$$

4.8. Karmaşık Ampirik Mod Ayrıştırma

Klasik EMD yöntemi yalnızca gerçek değerli zaman serilerine uygulanabilmektedir. Ancak, karmaşık değerli sinyal işleme uygulamalarının giderek artması nedeniyle, EMD'nin karmaşık alana genişletilmesi önemli bir ihtiyaç hâline gelmiştir. Bu kapsamda, EMD'nin karmaşık değerli zaman serilerine ilk uzantısı 2007 yılında geliştirilmiş ve "Karmaşık Ampirik Mod Ayrıştırma" (Complex Empirical Mode Decomposition – CEMD) olarak adlandırılmıştır.

CEMD algoritması, karmaşık bir sinyalin pozitif ve negatif frekans bileşenleri ile Hilbert dönüşümünün özellikleri arasındaki doğal ilişkiye dayanarak geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, EMD yöntemini karmaşık sinyallere uygulamak için sistematik bir biçimde türetilmiştir. Yöntemin temelinde yatan fikir oldukça sezgiseldir: Karmaşık bir sinyal genellikle iki taraflı ve asimetrik bir spektruma sahiptir. Bu sinyal, herhangi bir bilgi kaybı olmaksızın yalnızca gerçek kısmı işleyebilen analitik sinyallerin toplamı şeklinde ifade edilebilir.

Bir karmaşık sinyal $x[n]$ ve onun ayrık zamanlı Fourier dönüşümü $X(e^{j\omega})$, olmak üzere, pozitif ve negatif frekans bileşenlerine karşılık gelen değerli bileşenler Denklem (51) ve (52) ile elde edilmektedir.

$$x_+ = \text{Re}\{IFFT[H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})]\} \quad (51)$$

$$x_- = \text{Re}\{IFFT[H(e^{j\omega})X^+(e^{-j\omega})]\} \quad (52)$$

Burada $IFFT[\bullet]$ ters Fourier dönüşümüdür, $\text{Re}\{\bullet\}$, karmaşık bir sinyalin gerçek kısmını çıkaran operatörü belirtir ve $H(e^{j\omega})$, transfer fonksiyonuna sahip ideal bir bant geçiren filtredir ve Denklem (53) ile ifade edilir.

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega < \pi \\ 0, & -\pi \leq \omega < 0 \end{cases} \quad (53)$$

Daha sonra $x_+[n]$ ve $x_-[n]$ gerçek değerlidir, karşılık gelen IMF'ler klasik EMD kullanılarak elde edilebilir. Bu prosedür Denklem (54) ve (55) ile ifade edilebilir:

$$x_+[n] = \sum_{i=1}^{N_+} x_i[n] + r_+[n] \quad (54)$$

$$x_-[n] = \sum_{i=-N_-}^{-1} x_i[n] + r_-[n] \quad (55)$$

Burada $\{x_i[n]\}_{i=1}^{N_+}$ ve $\{x_i[n]\}_{i=-N_-}^{-1}$ sırasıyla $x_+[n]$ ve $x_-[n]$ 'e karşılık gelen IMF kümelerini belirtirken, $r_+[n]$ ve $r_-[n]$ ilişkili kalanlardır. Bu şekilde ayrılmış karmaşık değerli sinyalin yeniden yapılandırması Denklem (56)'daki gibi gerçekleştirilir:

$$x[n] = (x_+[n] + jh[x_+[n]]) + (x_-[n] + jh[x_-[n]]) \quad (56)$$

Burada $h[\bullet]$ Hilbert dönüşüm operatörünü belirtir.

Karmaşık sinyalin i 'inci karmaşık IMF'sini Denklem (57)'de tanımlanır: $x[n]$

$$IMF_i[n] = \begin{cases} x_i[n] + jh[x_i[n]], & i = 1, \dots, N_+ \\ (x_i[n] + jh[x_i[n]])^*, & i = -N_-, \dots, -1 \end{cases} \quad (57)$$

Daha sonra karmaşık EMD Denklem (58)'de tanımlanabilir:

$$x[n] = \sum_{i=N_-, i \neq 0}^{N_+} IMF_i[n] + r[n] \quad (58)$$

Burada kalan $r[n]$, örneğin, veri kümesi içindeki bir eğilimi temsil edebilir [44].

4.9. Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması

Huang ve arkadaşları, doğrusal olmayan bir zaman serisini içsel mod fonksiyonları (IMF'ler) ve bir kalıntı bileşenine ayırmak amacıyla EMD yöntemini önermiştir. Ancak, EMD yöntemi mod karışımı (mode mixing) sorununa neden olabilmektedir. Bu problemi aşmak üzere, Wu ve arkadaşları tarafından EEMD yöntemi geliştirilmiştir [45]. EEMD'ye alternatif olarak sunulan Uyarlanabilir Gürültü ile Tam Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise-CEEMDAN), her bir IMF bileşeninin hesaplanmasında, bir önceki modun sonuçlarını dikkate alan deflasyon temelli bir şema kullanır. CEEMDAN, her bir sinyal + gürültü örneği için yerel ortalama tahmin ederek, gerçek IMF'yi mevcut kalıntı ile bu ortalama arasındaki fark olarak tanımlar [17]. CEEMDAN algoritmasında, ilk IMF bileşeni elde edildikten sonra bu bileşenler ortalanarak nihai ilk IMF hesaplanır. Aynı işlem sinyalin geri kalanı için tekrarlanır. Bu süreç, EEMD'deki yeniden yapılandırma hatalarını azaltırken, gürültünün yüksek frekanslardan düşük frekanslara sızmasını da engeller [45].

CEEMDAN, orijinal sinyale gürültü eklemek yerine EMD ayrışmasını takiben artık sinyale uyarlanabilir gürültü ekleyerek, bu sınırlamayı aşmak için EEMD'yi geliştirir [46].

CEEMDAN algoritmasının uygulanma adımları aşağıda özetlenmektedir [45]:

1. $X(t)$ sinyalinin Shi Dao etkin verilerini ve bu verilerin orijinal anlamlı dalga yüksekliğini (Significant Wave Height-SHW) temsil ettiği varsayılır. Bu sinyale beyaz gürültü $N^i(t)$ eklenerek, Denklem (59)'de gösterildiği şekilde gürültülü bir sinyal $X^i(t)$ elde edilir.

$$X^i(t) = X(t) + X_0 N^i(t), i = 1, 2, \dots, n \quad (59)$$

Burada:

- t , çeşitli zaman noktalarını,
 - i , orijinal verilere eklenen i . beyaz gürültü örneğini,
 - X_0 , standart gürültü sapmasını,
 - $N^i(t)$, Gauss beyaz gürültüsünü,
 - $X^i(t)$, gürültü eklenmiş yeni sinyali temsil etmektedir.
2. Elde edilen $X^i(t)$ sinyali ilk IMF ile birlikte karşılık gelen kalıntı $r_1(t)$ 'yi hesaplamak amacıyla Denklem (60) ve (61) kullanılarak ayrıştırılır.

$$IMF_1(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n IMF_1^i(t) \quad (60)$$

$$r_1(t) = X(t) - IMF_1(t) \quad (61)$$

3. Kalıntı sinyale Gauss beyaz gürültü $N^i(t)$ kalıntı $r_1(t)$ 'ye eklenir. i 'inci kez beyaz gürültü eklemenin kalıntı ifadesi $r_1^i(t) = r_1(t) + N^i(t)$ 'dir. İkinci dereceden IMF bileşeni belirlenir. EMD, $r_1^i(t)$ 'yi i 'inci zamanı boyunca beyaz gürültüyle ayrıştırarak $IMF_2^i(t)$ 'yi elde eder. $IMF_2(t)$ Denklem (62) ve (63) olarak ifade edilir.

$$IMF_2(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n IMF_2^i(t) \quad (62)$$

$$r_2(t) = r_1(t) - IMF_2(t) \quad (63)$$

4. Benzer şekilde, CEEMDAN'ın k 'inci IMF'si ve k 'inci kalan $r_k(t)$ Denklem (64) ve (65) olarak elde edilebilir.

$$IMF_k(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n IMF_k^i(t) \quad (64)$$

$$r_k(t) = r_k(t) - IMF_k(t) \quad (65)$$

5. Ayırıştırma işlemi, kalıntının ayırıştırılamayan monoton bir fonksiyon olduğu bir noktaya ulaşana kadar yinleme yapacaktır. Oysa $R(t)$, Denklem (66)'de gösterildiği gibi son kalıntıdır.

$$X(t) = \sum_{n=1}^k IMF_n(t) + R(t) \quad (66)$$

4.10. Geliştirilmiş Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması

Geliştirilmiş Uyarlanabilir Gürültü ile Komple Topluluk Ampirik Mod Ayırıştırması (Improved Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise-ICEEMDAN), CEEMDAN algoritmasına dayanan, gelişmiş bir mod ayırıştırma yöntemidir. Bu yöntem, psödo-mod bileşenlerin oluşumunu etkili biçimde azaltır ve içsel mod bileşenlerdeki kalıntı gürültü sorunlarını ortadan kaldırarak sinyal-gürültü oranını (SNR) artırır [47]. Psödo-mod bileşen (pseudo-mode component), EMD ve türevlerinde ortaya çıkan, sinyalin gerçek fiziksel özelliklerini temsil etmeyen ve çoğunlukla gürültü veya yöntemden kaynaklanan anlamsız mod bileşenlerini ifade eder. Bu tür bileşenler analiz sonuçlarını bozabilir. ICEEMDAN yöntemi, psödo-mod bileşenlerin oluşumunu azaltarak sinyal-gürültü oranını iyileştirir ve daha güvenilir IMF bileşenleri elde edilmesini sağlar[48].

Böylece sinyalin daha doğru bir şekilde farklı IMF bileşenlerine ayırıştırılması sağlanır ve analiz yeteneği geliştirilir.

ICEEMDAN'ın ayırıştırma süreci genel olarak aşağıdaki adımlardan oluşur:

1. ICEEMDAN algoritmasında, orijinal boru hattı sinyali x , ortalaması 0 ve varyansı 1 olan gürültü η^i ile toplanarak yeni bir sinyal x^i elde edilir. Bu yeni sinyal için EMD uygulanarak sinyalin yerel ortalaması hesaplanır; böylece bir kalıntı bileşeni r_i ve birkaç IMF bileşeni elde edilir.

Bu işlemler sırasıyla Denklem (67)–(69) ile ifade edilir:

- Denklem (67): Gürültü eklenmiş sinyal x^i
- Denklem (68): İlk dereceden kalıntı bileşeni r_1
- Denklem (69): Birinci dereceden IMF bileşeni IMF_1

ICEEMDAN algoritması, EMD ve EEMD yöntemlerinde karşılaşılan mod karışımı (mode mixing) ve kalıntı gürültüsü gibi sorunları etkili bir biçimde ortadan kaldırır. Böylece ayırıştırılan IMF bileşenleri daha doğru ve güvenilir hale gelir.

$$x^i(t) = x(t) + \beta_0 E_1(\eta^i(t)) \quad (67)$$

$$r_1 = \langle M(x^i(t)) \rangle \quad (68)$$

$$IMF_1(t) = x^i(t) - r_1(t) \quad (69)$$

Burada $x(t)$, sinyalin farklı zamanlardaki değerini tanımlayan bir fonksiyondur ve t bağımsız değişkendir; η^i Gauss beyaz gürültüsünü temsil eder, burada $i = 1, 2, \dots, n$;

$\beta_0 = \frac{\varepsilon_0 \text{std}(x(t))}{\text{std}(E_1(\eta^i(t)))}$ gürültü katsayısını temsil eder; ve ε_0 ilk gürültü sinyali ile analiz edilen sinyal arasındaki beklenen SNR'nin karşılığı temsil eder. Ayrıca, i gürültünün eklendiği zaman sayısını temsil eder ve $\text{std}(\bullet)$ standart sapma operatörüdür. Son olarak $E_k(\bullet)$, EMD tarafından elde edilen k 'inci moddur, $M(\bullet)$ üretim sinyali için kullanılan yerel ortalama değeri temsil eder ve $\langle \bullet \rangle$ bütünün ortalamasını temsil eder.

2. Birinci dereceden kalıntıya bir grup Gauss beyaz gürültüsü eklenmesiyle ayrıştırılarak yeni bir sinyal olan $r_{1(t)} + \beta_1 E_2(\eta^i(t))$ oluşturulur ve ikinci dereceden kalıntı r_2 'yi ve ikinci IMF bileşenini EMD kullanarak Denklem (70), (71)'deki gibi elde edilir:

$$r_2 = \langle M(r_1(t) + \beta_1 E_2(\eta^i(t))) \rangle \quad (70)$$

$$IMF_2 = r_1(t) - r_2(t) \quad (71)$$

3. Benzer şekilde, k 'inci mertebe modunda Denklem (72)-(73) hesaplanır:

$$r_k(t) = \langle M(r_{k-1}(t) + \beta_{k-1} E_k(\eta^i(t))) \rangle \quad (72)$$

$$IMF_k(t) = r_{k-1}(t) - r_k(t) \quad (73)$$

4. Adım (3), kalıntı bileşeni belirli bir sonlandırma koşulunu sağlayana kadar veya elde edilen modal bileşenin yerel uç değer sayısı ilk üç dereceden daha az olana dek tekrarlanır. Sürecin sonunda, algoritma tüm kalıntı ve IMF bileşenlerini çıktı olarak verir.

ICEEMDAN süreci ile orijinal boru hattı sinyali, farklı zaman ölçeklerine ait karakteristik sinyalleri içeren çeşitli IMF bileşenlerine ayrıştırılır. Bu bileşenler arasında, boru hattı kusurlarını temsil eden IMF'ler de yer alır ve tüm modal bileşenler frekanslarına göre sıralanır. Bu yöntem, içsel modal bileşenlerdeki kalıntı gürültüyü etkili biçimde ortadan kaldırır ve yanlış modal bileşenlerin oluşumunu önemli ölçüde azaltır [47].

5. AMPİRİK MOD AYRIŞTIRMA İLE YAPILAN ÇALIŞMALAR

EMD, sinyallerin zaman-frekans özelliklerini ortaya çıkarmak amacıyla geliştirilen yeni bir sinyal analiz yöntemidir. İlk olarak okyanus araştırmalarında [11] kullanılmaya başlanan bu yöntem, doğrusal olmayan ve durağan olmayan verilerin analizi için önemli bir araç hâline gelmiştir. Geleneksel sinyal ayrıştırma tekniklerinden farklı olarak, önceden tanımlı bir temel uzayına ihtiyaç duymaz; bunun yerine, verileri doğrudan analiz ederek IMF adı verilen temel bileşenlere ayırır.

Gerçek değerli (imajiner olmayan) sinyaller için başarıyla uygulanabilen EMD, sinyal işlemede geniş bir kullanım alanı bulmuştur. Ancak, bu yöntemin yalnızca gerçek değerli verilere yönelik geliştirilmiş olması, daha geniş uygulamalarının önünde bir engel oluşturmaktadır. Oysa telekomünikasyon, sonar ve radar gibi birçok önemli sinyal işleme alanında veriler genellikle karmaşık sayı biçimindedir[49]. EMD, zaman alanı bilgilerini koruyarak sinyalleri ayrıştırma imkânı sunar. Bu özelliği sayesinde, rüzgâr enerjisi üretimi, fotovoltaik (PV) güç çıkışı ve elektrik yük talebi gibi doğrusal olmayan ve durağan olmayan veri serilerinin analizinde etkili bir şekilde kullanılabilir. [50].

Aşağıda EMD'nin kullanım alanlarına örnek teşkil edebilecek çeşitli alanlarda yapılan bazı çalışmaların özeti verilmiştir.

5.1. Ayrıştırma Yöntemlerinin Derin Öğrenme Algoritması ile Tanımlanan Rüzgâr Hızı Tahmin Modeli Başarımına Etkisinin İncelenmesi [10]

Atmosferi kirleten fosil kökenli enerji kaynaklarına kıyasla temiz bir enerji kaynağı olan rüzgâr enerjisi, dünya çapında hızlı büyüyen alternatif enerji teknolojilerinden biridir. Türkiye'nin tahmin edilen ekonomik rüzgâr enerji potansiyelinin yaklaşık 50.000 MW olduğu, kurulu sistem kapasitesinin ise bu değerin yaklaşık %10'u civarında olduğu bilinmektedir. Rüzgâr enerjisinden etkin bir şekilde faydalanılabilmesi için yüksek rüzgâr enerjisi potansiyeline sahip bölgelerin belirlenmesi, rüzgâr karakteristiklerinin ve hızlarının yüksek doğrulukla tahmin edilmesi gerekmektedir. Rüzgâr hızının durağan olmaması ve stokastik yapısı, rüzgâr hızı tahmininde ayrıştırma yöntemlerini ön plana çıkarmaktadır.

Altan ve Karasu çalışmalarında, melez rüzgâr hızı tahmin modellerinde sıklıkla kullanılan ayrıştırma yöntemlerinden EMD, EEMD ve EWT'nin derin öğrenme yöntemlerinden uzun-kısa süreli bellek (long-short term memory-LSTM) ile elde edilen rüzgâr hızı tahmin modeli başarımına etkisini incelemişlerdir. Bu çalışmada amaç, rüzgâr hızı tahmin modeli oluşturulmasında sıklıkla kullanılan üç ayrıştırma yönteminin derin öğrenme yöntemlerinden LSTM ile oluşturulan tahmin modeli üzerindeki etkisini incelemektir. Tekli derin öğrenme modelinin başarımı ve her bir ayrıştırma yöntemi ile birlikte elde edilen melez modellerin başarımları istatistiksel hata ölçütlerine göre değerlendirilmiş ve rüzgâr hızı tahmin modeli performansına en fazla iyileştirici katkı sağlayan ayrıştırma yöntemi gerçek zamanlı melez rüzgâr hızı tahmin modeli elde edilmesi çalışmaları için önerilmiştir. Çalışmada kullanılan rüzgâr hızı verileri Türkiye'nin Marmara Bölgesi çevresindeki üç farklı meteoroloji istasyonlarından Bandırma, Bozcaada ve İpsala'da konumlandırılmıştır. Verilerin toplandığı bu bölgeler, Türkiye'nin en yüksek potansiyel rüzgâr enerjisine sahip konumları arasında yer almaktadır. Adı geçen istasyonlardan toplanan rüzgâr hızı zaman serisi verilerine ilişkin bazı istatistiksel değerler Çizelge 5.1'de sunulmuştur.

Çizelge 5.1. Türkiye'nin Marmara bölgesindeki üç rüzgâr istasyonundan toplanan rüzgâr hızı zaman serisi verilerinin istatistiksel değerleri [20]

Konum	Veri Seti	Örnek Sayısı	İstatistiksel Değerleri (m/s)			
			Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Sapma
Bandırma	Tümü	5173	0.6	25.7	3.9893	2.5093
	Eğitim	4397	0.7	25.7	4.0370	2.5426
	Test	775	0.6	11.6	3.7145	2.2926
Bozcaada	Tümü	5173	0.5	30.5	5.8528	3.1660
	Eğitim	4397	0.7	30.5	5.9617	3.2106
	Test	775	0.5	17.5	5.2316	2.8233
İpsala	Tümü	5173	0.3	14.9	2.8671	1.5143
	Eğitim	4397	0.3	14.9	2.9177	1.5406
	Test	775	0.4	10.9	2.5785	1.3203

Çalışmada oluşturulan rüzgâr hızı tahmin modellerinin performansının değerlendirilmesinde Çizelge 5.2’de verilen ortalama mutlak hata (mean absolute error-MAE), ortalama kare hata (mean squared error-MSE) ve kök ortalama kare hata (root mean square error-RMSE) performans ölçütleri kullanılmıştır. Bu üç performans ölçütü için, dizin değeri ne kadar küçük olursa, model performansı o kadar iyi olmaktadır. Belirtilen performans ölçütlerinin matematiksel ifadeleri Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Rüzgâr hızı tahmin modellerin performansının değerlendirilmesinde kullanılan ölçütler [20]

Ölçüt	Tanım	Denklem
MAE	Mean absolute error	$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{tahmin}^i - p_{gerçek}^i $
MSE	Mean squared error	$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_{tahmin}^i - p_{gerçek}^i)^2$
RMSE	Root mean square error	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_{tahmin}^i - p_{gerçek}^i)^2}$

Çalışmada önerilen EWT-LSTM rüzgâr hızı tahmin modeli, tekli LSTM, EMD-LSTM, EEMD-LSTM modelleri ile birlikte ölçümün yapıldığı istasyonlardan toplanan rüzgâr hızı veri setine uygulanmıştır. Modellerin başarımları MAE, MSE ve RMSE performans indeksleri ile ölçülmüştür. Rüzgâr hızı tahmini için ele alınan tüm modellerin performansı Çizelge 5.3’te verilmiştir.

Çizelge 5.3. Tahmin modellerinin çeşitli rüzgâr istasyonlarından toplanan rüzgâr hızı zaman serileri üzerindeki başarımı [20].

İstasyon	Model	MAE	MSE	RMSE
Bandırma	LSTM	1.0452	1.8892	1.3745
	EMD-LSTM	0.7169	0.9648	0.9822
	EEMD-LSTM	0.4219	0.3184	0.5642
	EWT-LSTM	0.0540	0.0046	0.0678
Bozcaada	LSTM	1.4140	3.2929	1.8146
	EMD-LSTM	0.9721	1.9959	1.4128
	EEMD-LSTM	0.6220	0.6793	0.8242
	EWT-LSTM	0.0896	0.0080	0.0720
İpsala	LSTM	0.7956	1.1318	1.0639
	EMD-LSTM	0.4378	0.4012	0.6334
	EEMD-LSTM	0.3703	0.2806	0.5297
	EWT-LSTM	0.0592	0.0082	0.0907

Ayrıştırma yöntemlerinin LSTM üzerindeki etkisinin belirlenebilmesi için çalışmada oluşturulan modeller tekli LSTM modeli ile kıyaslanmıştır. EMD ayrıştırma yönteminin LSTM modelinin tahmin başarımını MAE performans ölçütüne göre en az %31 ile %44 arasında iyileştirdiği görülmektedir. EEMD ayrıştırma yönteminin LSTM modelinin tahmin başarımını MAE performans ölçütüne göre en az %53 ile %59 arasında, EWT ayrıştırma yönteminin ise LSTM modelinin tahmin başarımını en az %92 ile %95 arasında iyileştirdiği belirlenmiştir. Önerilen model tekli LSTM modeli ile kıyaslandığında tahmin başarımını MSE performans ölçütüne göre en az %99, RMSE performans ölçütüne göre en az %91 ile %95 arasında iyileştirmektedir. Önerilen EWT-LSTM modelinin rüzgâr hızının anlık değişimlerini tahmin etmede oldukça başarılı olduğu görülmüştür [20].

5.2. Hybrid pixel based method for multimodal image fusion based on Integration of Pulse Coupled Neural Network (PCNN) and Genetic Algorithm (GA) using Empirical Mode Decomposition (EMD) [41]

Görüntüleri kullanarak tıbbi teşhis, hastanın durumunu tanımlamak ve hekim tarafından tedavi için karar verme sürecine yardımcı olmak için kritik öneme sahiptir. Bazı enfeksiyonlar ve durumlar gibi kolorektal kanser, akciğer lezyonu, beyin tümörü, metastaz belirsiz olabilir ve tanı tek bir görüntü kullanılarak doğru bir şekilde belirlenemez. Görüntü füzyonu, altta yatan bu sorunu hafifletmeye yardımcı olan olgudur. Görüntü füzyonu, iki veya daha fazla farklı görüntüden gelen tamamlayıcı bilgileri, bilgi kaybı olmadan tek bir görüntüye entegre etme işlemidir. Giriş görüntüsündeki her pikselden gelen bilgileri işleme ve kaynak görüntülerden gelen bilgilere dayanma yeteneğine sahiptir, böylece bilgilerin okunabilirliğini artırır, doktorların sağlık durumlarını çok verimli bir şekilde teşhis etmelerine yardımcı olur. Örneğin, CT ve PET görüntülerinin birleşik sonuçları, beyin tümörü teşhisi için somut sonuçlar sağlamaya yardımcı olur, SPECT ve MRI görüntülerinin kombinasyonu, subkortikal odaklanmanın teşhisine yardımcı olur. Bu çok modlu tıbbi görüntü füzyonu, teşhisin deşifre etmesi gereken çoklu kaynak görüntüler yerine anlamlı bir kaynaşmış görüntü sağlayarak hastalığın etkili bir şekilde teşhis edilmesine yardımcı olur.

Bu çalışmada Indhumathi vd. tıbbi görüntüleme amaçları için EMD kullanılarak görüntü füzyonu araştırılmıştır. Özellikle, CT ve PET görüntülerini parçalamak ve görüntüleri PCNN kullanarak GA optimizasyonu ile birleştirmek için EMD tekniği kullanılmıştır. EMD stratejisi, anatomik olarak tutarlı bir çıktı sağlamaktadır. Önerilen strateji, doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyaller için uyarlanabilir zaman-frekans-genlik uzayını kontrol etmek için öne sürülmüştür. EMD tekniği, girişi IMF ve kalıntıya ayırmaktadır. Önerilen stratejinin temel fikri, insan görme sisteminin biyolojik aktivitesini uyarmak için her yüksek frekans katsayısı için bir

PCNN modeli oluşturmaktır. Üst katmandaki füzyon ağırlıklarının örtülü koşullarının rehberliğinde, Genetik Algoritma (GA) kullanılarak gizli katmanların daha net alanından değerler hassas bir şekilde elde edilir. RMSE, tahmin edilen çıktı ile gerçek çıktı arasındaki farktır. RMSE'nin daha düşük değeri, çıktının kalitesinin üstün olduğunu gösterir. Çizelge 5.4'te gösterildiği gibi DWT(ortalama, gradyan), SWT (ortalama, gradyan), NSCT (Ortalama, gradyan), PCNN (gradyan), GA, PCNN'nin GA ile Hibridizasyonu, PCNN'nin GA ile Hibridizasyonunun RMSE değerleri karşılaştırıldığında, ampirik mod ayrıştırma kullanılarak PCNN'nin GA ile EMD kullanılarak karşılaştırıldığında, EMD tekniği kullanılarak GA ile PCNN'nin her üç veri seti için de daha iyi sonuçlar verdiği sonucuna varılmıştır.

Çizelge 5.4. Kaynaşmış görüntünün RMSE'sinin farklı yöntemler için değerlendirilmesi [51].

V e r i	DCT	DWT	SWT (Türkçe)	NSCT(Ulus al Güvenlik Konseyi)	PCNN (Bilgisayar)	GA	PCNN+G A	EMD ile PCNN+GA
1	0.458	0.363	0.363	0.156	0.008	0.011	9.032E-13	8.635E-13
2	0.645	0.387	0.387	0.278	0.009	0.019	7.670E-13	7.499E-13
3	0.632	0.402	0.403	0.145	0.011	0.013	9.133E-13	8.806E-13

Sonuçlar üç set Bilgisayarlı Tomografi (BT) ve Pozitron Emisyon Tomografisi (PET) gerçek zamanlı tıbbi görüntüler kullanılarak değerlendirilmiştir. Ampirik mod ayrıştırma kullanan Genetik Algoritma (GA) ile Darbe Bağlantılı Sinir Ağı (PCNN) kullanan farklı bir piksel tabanlı görüntü füzyon algoritması önerilmiştir. Nöronların ateşleme frekansı, Darbe Bağlantılı Sinir Ağında (PCNN) görüntü füzyonunu işlemek için kullanılır ve ardından Genetik Algoritma (GA) kullanılarak optimizasyon yapılır. Önerilen stratejinin etkinliği, üç set Bilgisayarlı Tomografi (BT) ve Pozitron Emisyon Tomografisi (PET) gerçek zamanlı tıbbi görüntüler kullanılarak değerlendirilmiştir. Nicel ve nitel analiz, önerilen stratejinin DCT, DWT, SWT, NSCT, PCNN ve Derin Öğrenme Algoritması gibi mevcut görüntü füzyon stratejilerinden daha iyi performans gösterdiğini kanıtlamaktadır [51].

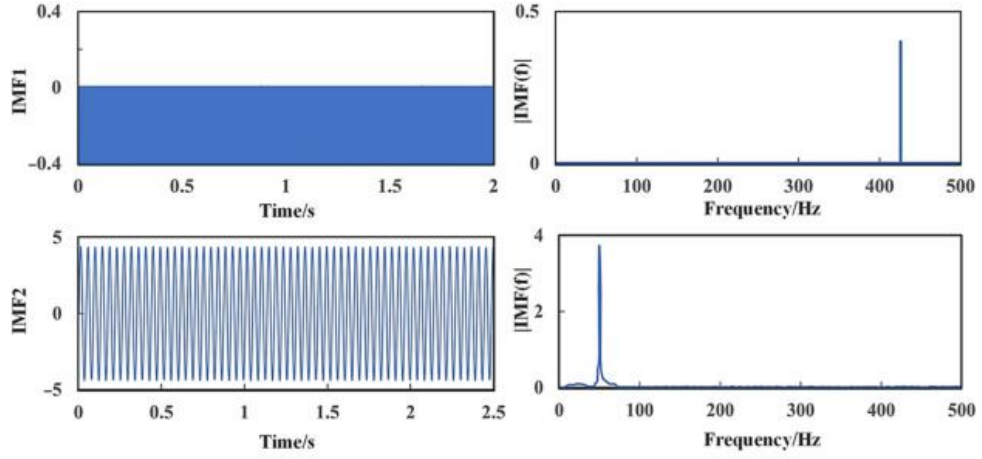
5.3. A New Method for Evaluating Natural Gas Pipelines Based on ICEEMDAN-LMS: A View of Noise Reduction in Defective Pipelines [37]

Uzun mesafeli boru hatları, petrol ve gaz endüstrilerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Korozyon, doğal hasar, üçüncü taraf hasarı, boru hattı malzemeleri ve diğer faktörlerden kaynaklanan boru hattı kusurları, boru hatlarının bütünlüğüne zarar vererek her boru hattı için hizmet süresinin kısalmasına neden olur ve bu, normal boru hattı çalışmasını etkileyen çeşitli kazalara bile neden olabilir. Bu nedenle, kusurların neden olduğu güvenlik ve çevre risklerini ortadan kaldırmak için, bu kusurları boru hattı sinyalleri kullanarak tespit etmek gerekir. Boru hattı arıza tespiti sürecinde, orijinal arıza sinyali doğrudan analiz edildiğinde, yüksek seviyelerde arka plan gürültüsü genellikle algılama performansını etkiler ve nihai algılama sonucuna ciddi şekilde müdahale eder. Boru hattı sinyallerinin algılanması genellikle gürültüden etkilenir ve bu da boru hattı kusur teşhisinin doğruluğunu azaltır. Mevcut tahribatsız muayene teknolojisinin birçok avantajı olmasına rağmen, boru hattı, kusur sinyallerinin toplanması sürecinde çok sayıda gürültü sinyalinden rahatsız olacaktır. Boru hattı sinyali gürültüden arındırılmazsa, etkili boru hattı kusur bilgisi doğrudan sinyalden elde edilemez. Bu nedenle, boru hatlarının acil durum yönetimini iyileştirmek için boru hattı kusur sinyallerinin gürültüsünü azaltmak için etkili bir sinyal işleme yöntemi önermek gerekir. Bu, boru hattı kusurlarının tanımlanması, ölçülmesi, felaket önleme ve acil durum yönetimi için büyük önem taşımaktadır.

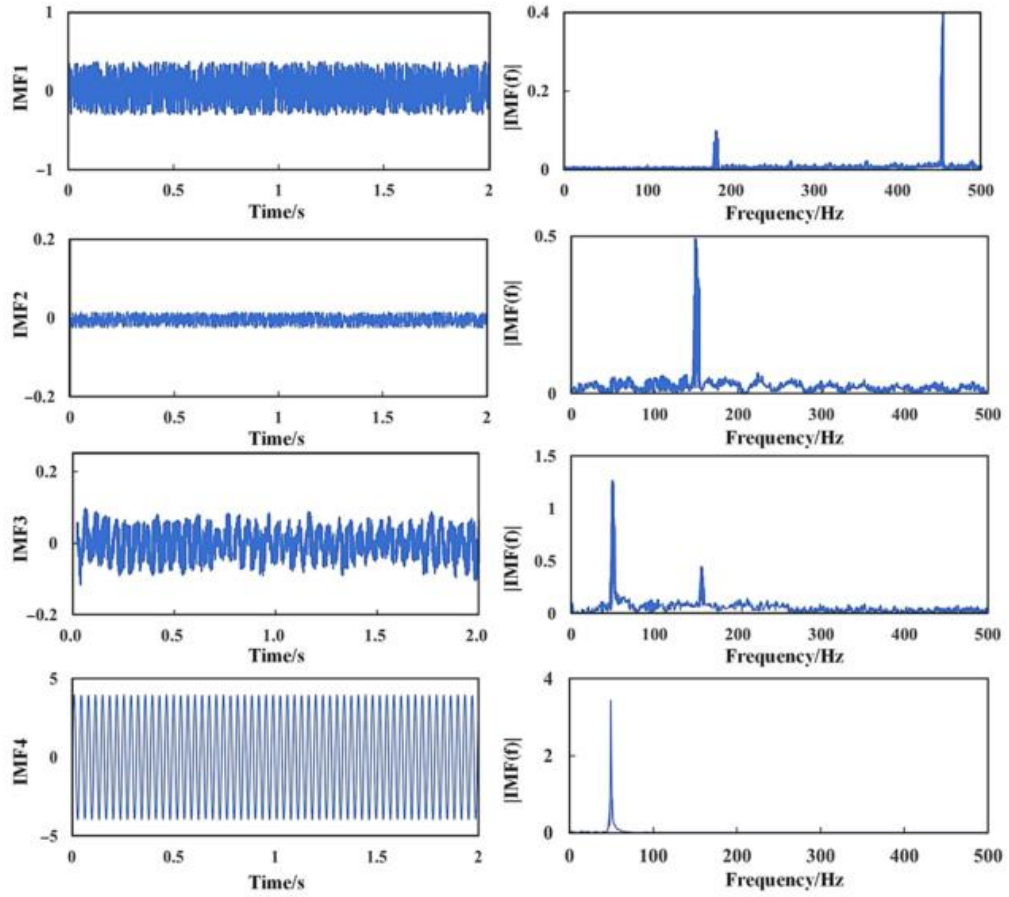
Bu makalede Gao vd. mevcut geleneksel gürültü azaltma yöntemlerinin mod örtüşmesi, son efekt, artık gürültü vb. gibi dezavantajları olduğundan ICEEMDAN'ın sinyal ayrıştırma

algoritması ve IMF'nin seçim yönteminden oluşan yeni bir hibrit yöntem önermektedirler. LMS algoritması yalnızca tek frekanslar için uygundur ve bu nedenle, karmaşık birçok frekanslı sinyalin, LMS işlemeye uygun tek frekanslı bir sinyale ayrıştırılması gerekir. ICEEMDAN, CEEMDAN hesaplaması sonrası rekonstrüksiyon hatasını azaltırken EMD yönteminin mod-aliasing problemini çözer. Karmaşık çok frekanslı sinyaller tek bir IMF bileşenine ayrıştırılır ve daha sonra uyarlanabilir LMS algoritması kullanılarak her bir IMF bileşeninde gürültü azaltma gerçekleştirilir. Yani, toplanan orijinal gürültülü sinyaller önce ICEEMDAN kullanılarak birden fazla IMF bileşenine ayrıştırılır ve ölçülen gürültü sinyalleri de ICEEMDAN kullanılarak birden çok IMF bileşenine ayrıştırılır. Ayrıştırılmış çok ölçekli sinyaller elde edildikten sonra, giriş sinyalleri ve gürültü her bir frekans bandına ayrıştırılır ve daha sonra ayrıştırılan bileşenler, gürültüsü giderilmiş IMF bileşenlerini elde etmek için geliştirilmiş LMS algoritması tarafından işlenir. Bu IMF bileşenleri, sinyalleri farklı frekans ölçeklerinde güncellemek için toplanır. Son olarak, gürültüden arındırılmış sinyal yeniden oluşturulur. Bu sinyal işleme ve ayrıştırma kullanılarak, her bir frekans bandının sinyali ve gürültüsü basitleştirilir. Bu nedenle, bu yöntemi benimseyerek, filtre sırası seçimi çok yüksek olmayacak, böylece yakınsama süresini azaltacak ve karşılık gelen gürültü giderme sonuçlarını iyileştirecektir.

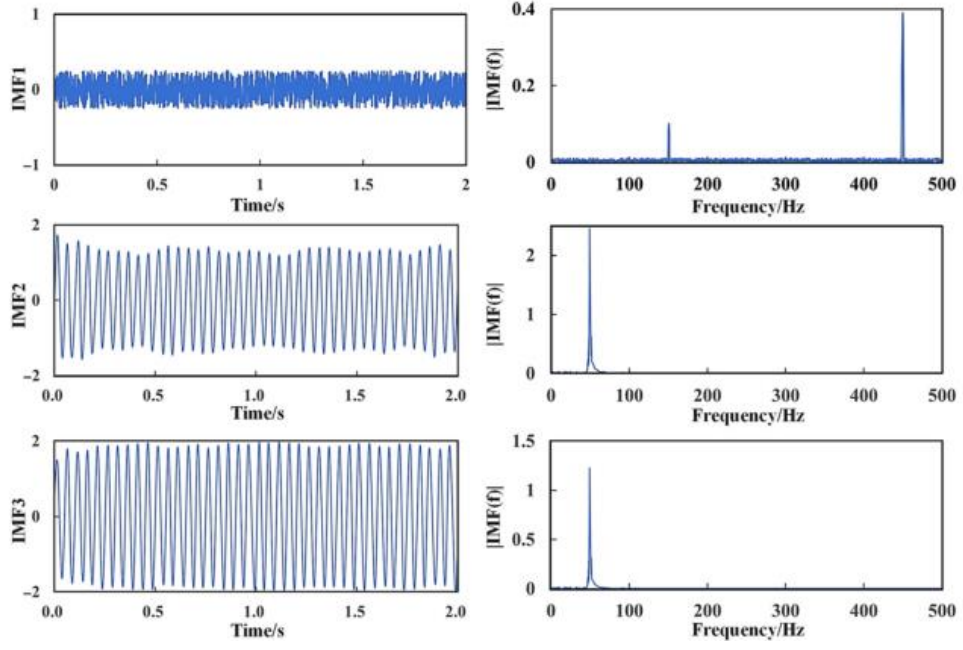
Gaz boru hattı arıza tespiti sırasında, kaçınılmaz olarak gürültü ve insan müdahalesi mevcuttur, bu da algılama sinyalini bozar ve algılamayı etkiler. Uzun mesafeli boru hatları tipik olarak karmaşık jeolojik ortamlardan geçer. Bu çalışmada, boru hattı kusur sinyalini tespit etmek için manyetik akı kaçağı tespit yöntemi, boru hattı kusur sinyalini analiz etmek için ise ICEEMDAN-LMS kullanılmıştır. Referans sinyalleri, normal boru hattı çalışma koşulları altında ölçülen kusur sinyallerinden alınmış ve normal sinyaller, yüksek frekanslı bileşenleri çıkarmak için filtrelenmiştir. Shanjing DN250 boru hattının algılama cihazının hızı 0.1 m/s idi ve deneyde 14.016 numune uzunluğunda sinyaller elde edilmiştir. ICEEMDAN, boru hattı sinyallerinin sinyal özelliklerini ayırtmak ve bunları diğer üç EMD tabanlı yöntemle karşılaştırmak için kullanılmıştır: EEMD, CEEMDAN ve ICEEMDAN. Şekil 5.5'de, farklı yöntemlerin sinyal gürültü giderme ayrıştırma sonuçlarını göstermektedir. Şekil 5.1, Şekil 5.2, Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'de gösterildiği gibi, dört gürültü azaltma yönteminin tümü boru hattı kusur sinyali gürültüsünü azaltmak için uygundur. Farklı yöntemler gürültünün bir kısmını ortadan kaldırılabile de, hiçbir yöntem yeterince iyi performans göstermez. Şekil 5.1, EMD'nin ayrıştırma sonuçlarını göstermektedir. Orijinal sinyal tamamen ayrışmamıştır ve gürültü azaltmadan sonra sinyalde gürültü kalır. Ayrıca, sinyal çok bozulduğunda, nihai sonuçlar kötüdür. Şekil 5.2'de gösterildiği gibi, EEMD yöntemi, gürültü azaltma açısından EMD yönteminden üstündür; Bununla birlikte, sinyal bozulmasının işlenmesi tatmin edici değildir ve ayrışmış özmod bileşenlerinde mod örtüşme sorunu hala mevcuttur. CEEMDAN'ın ayrıştırma sonuçlarında da aynı sorun ortaya çıkmaktadır. Şekil 5.3'te gösterildiği gibi, gürültü giderme performansı daha iyidir ve sahte modların ve artık gürültünün giderilmesinde ilerleme kaydedilmiştir. Şekil 5.4'teki sonuçlar, artık gürültü modları sorununun büyük ölçüde çözüldüğünü, sinyal-gürültü oranı(SNR)'nın arttığını ve iyi gürültü azaltma sonuçlarının elde edildiğini ortaya koymaktadır. Bu yöntem gürültüyü bastırmada daha az etkilidir ve daha az sağlamdır. Bununla birlikte, bu uyarlanabilir gürültü giderme yöntemi, boru hattı kusur sinyallerinin gürültüden arındırılması için özellikle uygundur [47].



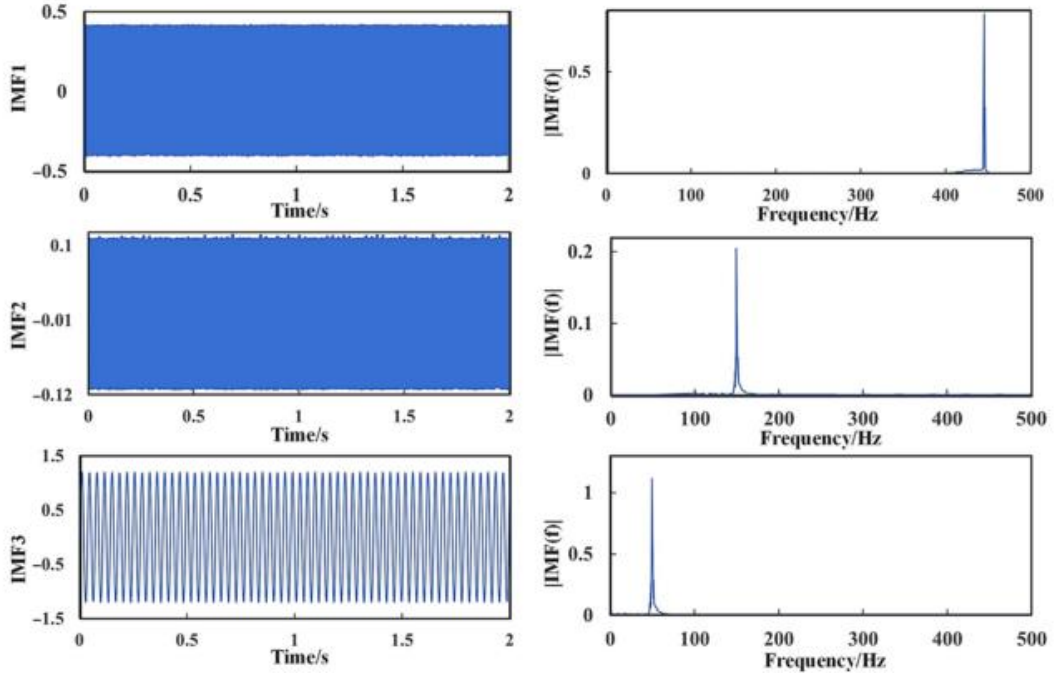
Şekil 5.1. EMD kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].



Şekil 5.2. EEMD kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].

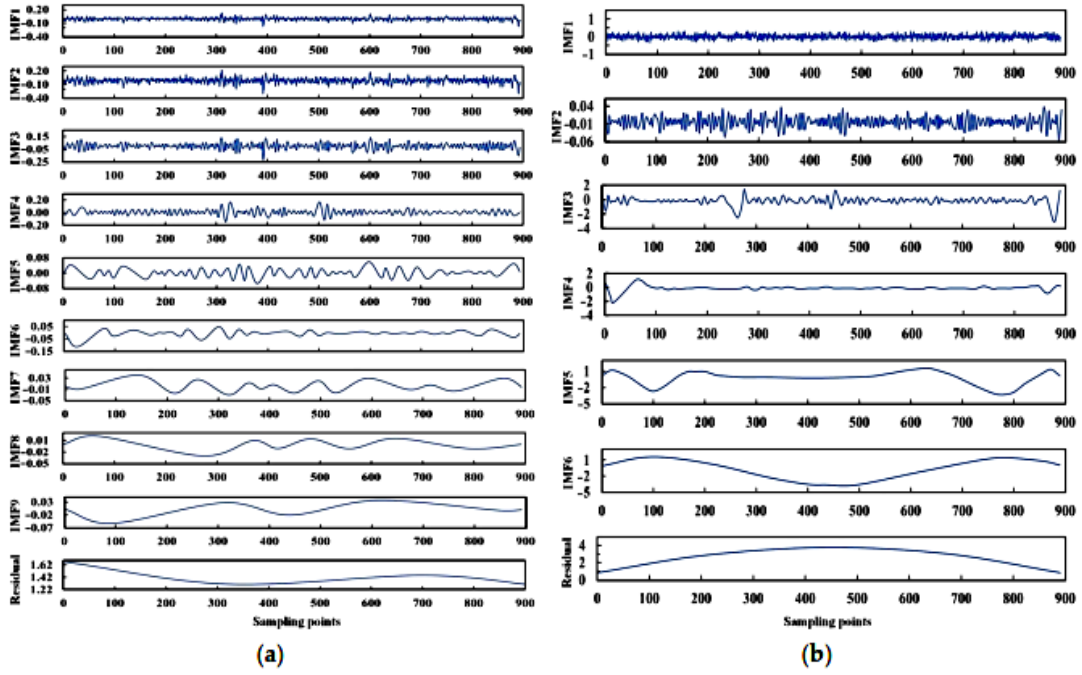


Şekil 5.3. CEEMDAN kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].



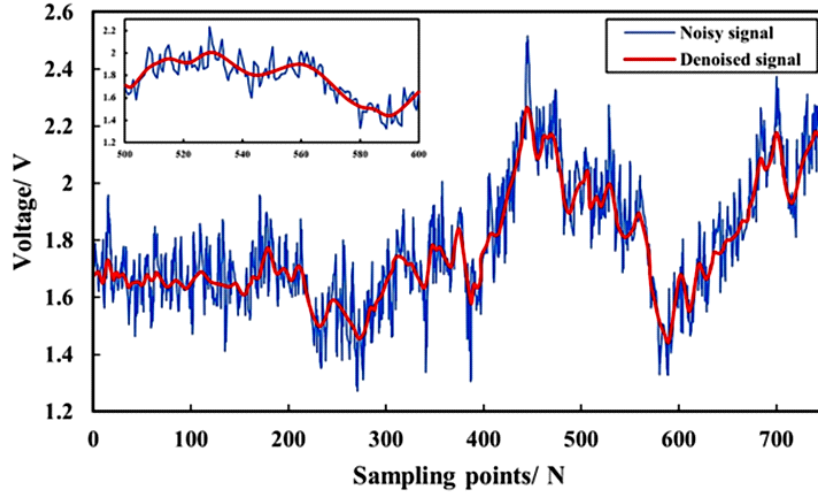
Şekil 5.4. ICEEMDAN kullanılarak elde edilen ayrışma sonuçları [47].

ICEEMDAN-LMS'nin boru hattı kusur sinyallerini azaltmadaki etkinliğini daha fazla göstermek için, ICEEMDAN ilk olarak dokuz IMF bileşeni ve kalıntısı elde etmek için boru hattı sinyalleri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Şekil 5.5'te EMD ve ICEEMDAN kullanılarak boru hattı sinyal ayrıştırmasından elde edilen IMF bileşenlerini göstermektedir. ICEEMDAN'ın ayrışması kritiktir, çünkü ayrışma sonuçları sonraki gürültü giderme adımlarını etkiler.



Şekil 5.5. ICEEMDAN boru hattı kusur sinyalinin gürültü giderme ayrışma diyagramı. (a) EMD (b) ICEEMDAN [47].

Ayrışma sonuçlarına göre, düşük frekanslı bileşenler nispeten kararlıdır. Her bir yüksek frekanslı bileşenin dalgalanma frekansı farklıdır, ancak aynı zamanda tüm zaman periyodunda belirgin bir düzenliliğe ve küçük dalgalanmalara sahiptir. Bununla birlikte, EMD tarafından üretilen IMF9 eğilimi, artık bileşene yakındır, bu da EMD'nin aşırı ayrışma fenomenine sahip olduğunu ve yeniden yapılandırma hatasının büyük olduğunu gösterir. Bu nedenle ICEEMDAN, IMF bileşeninde var olabilecek kalıntı gürültü ve mod örtüşme problemlerini bastırmada daha etkilidir. Bu yazıda önerilen modelin geçerliliğini doğrulamak için, ICEEMDAN ayrıştırılmış veriler geliştirilmiş LMS modeline girilmiş ve gürültü IMF bileşenlerini ve gerçek sinyal IMF bileşenlerini elde etmek için LMS'nin gürültü azaltma işlemi geliştirilmiştir. LMS gürültü azaltmada, ortalama kare hatası en aza indirildiğinde filtrenin çıkışı optimaldir. Her bir frekans bandının optimum çıkışı, gürültüden arındırılmış sinyali yeniden oluşturmak için birleştirilebilir. ICEEMDAN-LMS'nin boru hattı kusurları için gürültü azaltma sonuçları Şekil 5.6'da gösterilmiştir ve ICEEMDAN-LMS gürültü azaltma yönteminin boru hattı kusur sinyalinin dalga biçimini daha pürüzsüz ve daha gerçekçi hale getirdiğini ve yüksek frekanslı gürültü sinyallerinin çoğunun kaldırıldığını ortaya koymaktadır. Çizelge 5.5'te sunulduğu gibi, ICEEMDAN-LMS en yüksek SNR'yi verir, bu da ICEEMDAN-LMS'nin en büyük etkili sinyal oranına ve en iyi gürültü azaltma performansına sahip olduğunu gösterir. Minimum ortalama kare hatası, yeniden yapılandırılmış ve orijinal sinyallerin en benzer olduğunu gösterir. CEEMDAN yöntemi ile karşılaştırıldığında, ICEEMDAN-LMS, SNR'yi %6,74 oranında iyileştirir ve RMSE'yi %4,36 oranında azaltır. Bu nedenle ICEEMDAN-LMS, SNR ve RMSE'yi iyileştirir ve dolayısıyla gürültüyü daha iyi azaltır [47].



Şekil 5.6. Test sinyali gürültü azaltma performansı [47].

Çizelge 5.5. Dört yöntemin SNR ve RMSE değerlerinin karşılaştırılması [47].

Methods	SNR	RMSE
EMD	21.0942	0.0098
EEMD	21.2068	0.0128
CEEMDAN	26.5030	0.0056
ICEEMDAN-LMS	28.4176	0.0039

5.4. Joint Empirical Mode Decomposition and Singular Spectrum Analysis Based Pre-processing Method for Wearable Non-invasive Blood Glucose Estimation [42]

Dünya Sağlık Örgütü, diabetes mellitusun neden olduğu toplam ölüm sayısının 2017 yılında 420 milyon olduğunu tahmin ediyor. Diyabetin en sık görülen komplikasyonları retinopati, nöropati, nefropati ve kardiyomiyopatidir. Diyabet, esas olarak artan kan şekeri konsantrasyonu ile karakterize kronik bir hastalıktır. Hiperглиsemi, diyabetik mikro damarların ve büyük kan damarlarının hasarına yol açacaktır. Bu nedenle diyabetik hastalarda kardiyovasküler otonomik nöropati sık görülür. Diyabetik hastalarda ağrısız miyokard infarktüsü, ani ölüm ve postüral kan basıncının ana nedeni haline gelmiştir. Bu nedenle, kan şekerinin sürekli izlenmesi diyabetik komplikasyonların ortaya çıkmasını önleyebilir. Kalp atış hızı, sabit olmayan ve doğrusal olmayan bir sinyaldir. Elektrokardiyogram sinyali üzerinde iki ventriküler kasılma arasında geçen süre veya iki ardışık R dalgası arasındaki süre hesaplanarak elde edilir. RR zirvelerinin değişkenliği, bir tür kalp atış hızı değişkenliği ölçüsüdür. Otonom sinir sisteminin hem sempatik hem de parasempatik dalları ile yakın bir ilişkisi vardır. Kalp atış hızı değişkenliği ile kan şekeri seviyesi arasındaki ilişki de incelenmiştir. Diabetes mellituslu katılımcılarda düşük frekans gücü, yüksek frekans gücü ve kalp hızı değişkenliğinin toplam gücünün kan şekeri ile negatif ilişkili olduğu gösterilmiştir. Ek olarak, düşük frekanslı gücün yüksek frekanslı güce oranı kan şekeri ile pozitif korelasyon gösterir.

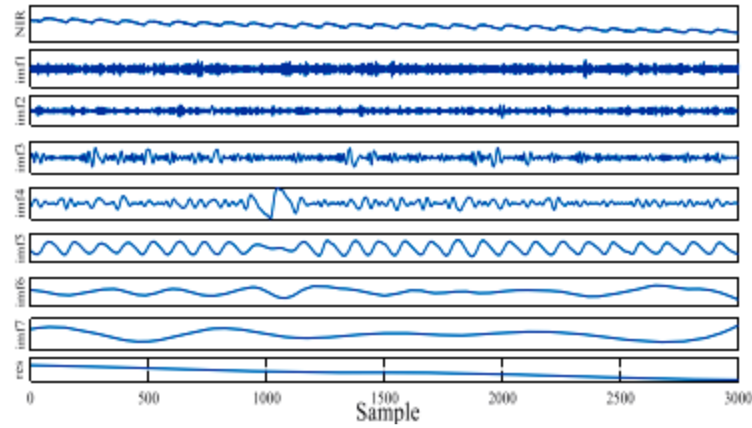
Bu makale için Zhou vd. sinyal alımı, ön işleme, öznetelik çıkarımı ve rastgele orman tabanlı tahmini gerçekleştirmeyi amaçlamaktadırlar. İlk olarak, yakın kızılötesi sinyalleri ve elektrokardiyogram sinyali içeren sinyaller, giyilebilir bir non-invaziv kan şekeri tahmin cihazından elde edilir. İkinci olarak, gürültü giderme ve trendden arındırma dahil olmak üzere ön işleme, RR aralığını ve darbe aktarım süresini elde etmek için elde edilen yakın kızılötesi sinyaller ve elektrokardiyogram sinyali üzerinde gerçekleştirilir. Üçüncüsü, RR aralığı ve nabız aktarım süresi, özellikler olarak kullanılır ve yakın kızılötesi sinyaller de kan şekeri tahminini

gerçekleştirmek için bazı özellikleri çıkarmak için kullanılır. Son olarak, tahmini kan şekeri ile bu özellikler arasındaki matematiksel ilişki, rastgele orman regresyon modeli aracılığıyla kurulur. Son olarak, kan şekeri tahmin performansını değerlendirmek için Clarke hata tablosu kullanılır.

EMD, sinyali IMF olarak adlandırılan bir dizi genlik ve frekans modülasyonlu sinyal bileşenine ayıran doğrusal olmayan ve uyarlanabilir bir sinyal temsidir. Gürültü giderme ve trendden çıkarma işlemlerini gerçekleştirmek için yaygın olarak kullanılır. Bu yazıda, ortak gürültü giderme ve trendden çıkarma algoritması aşağıdaki gibi değiştirilmiştir:

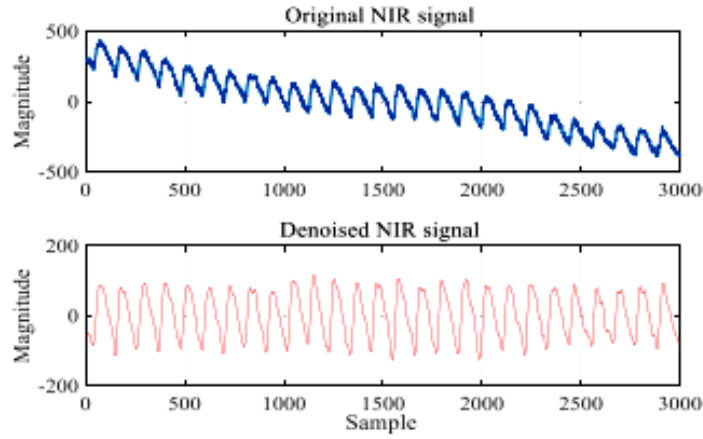
- Adım 1: Orijinal yakın kızılötesi sinyaller, EMD yoluyla ayrıştırılır.
- Adım 2: İçsel mod, istenmeyen gürültülerin en fazlasını içeren en yüksek frekans bileşenleriyle çalışır ve içsel mod, trendlerin çoğunu içeren en düşük frekans bileşenleriyle çalışır.
- Adım 3: Her orijinal yakın kızılötesi sinyal için, orijinal sinyal ile geri kalan IMF'lerin her biri arasındaki korelasyon katsayısı hesaplanır.
- Adım 4: Göreceli korelasyon katsayısı oranlarını elde etmek için her bir korelasyon katsayısı, bu korelasyon katsayılarının toplamına bölünür.
- Adım 5: Bu bağlı korelasyon katsayısı oranları azalan düzende sıralanır.
- Adım 6: Bu sıralanmış göreceli korelasyon katsayısı oranları, en büyük değerden başlayarak, toplam bir eşik değerinden küçük veya ona eşit olana kadar toplanır. Bu çalışmada eşik değer 0,85 olarak seçilmiştir.
- Adım 7: Yukarıda eklenen IMF'ler, önceden işlenmiş sinyali elde etmek için bir araya getirilir.

Şekil 5.7, gürültü tarafından bozulan orijinal yakın kızılötesi sinyali ve karşılık gelen içsel mod işlevlerini göstermektedir.



Şekil 5.7. Orijinal yakın kızılötesi sinyali ve buna karşılık gelen içsel mod fonksiyonları [52]

Benzer şekilde, orijinal yakın kızılötesi sinyalini ve Şekil 5.7'deki EMD yaklaşımıyla elde edilen önceden işlenmiş yakın kızılötesi sinyali Şekil 5.8'de gösterilmektedir. Burada önceden işlenmiş sinyalde hem gürültünün hem de trendin önemli ölçüde bastırıldığı görülebilir [52].



Şekil 5.8. Orijinal yakın kızılötesi sinyal ve ampirik mod ayrıştırma yaklaşımıyla elde edilen önceden işlenmiş yakın kızılötesi sinyal [52].

Bu yazıda, kan glikozu tahminini gerçekleştirmek için ortak bir EMD ve tekil spektrum analizine dayalı bir ön işleme yöntemi önerilmiştir. Burada, hem yakın kızılötesi sinyaller hem de elektrokardiyogram sinyali, giyilebilir bir non-invaziv kan şekeri tahmin cihazından elde edilir. Elde edilen sonuçlar ISO 15197:2013 standart gerekliliklerine uygundur. Ayrıca, yöntem hızlıdır [52]

5.5. Combined ultra-short-term photovoltaic power prediction based on CEEMDAN decomposition and RIME optimized AM-TCN-BiLSTM [43]

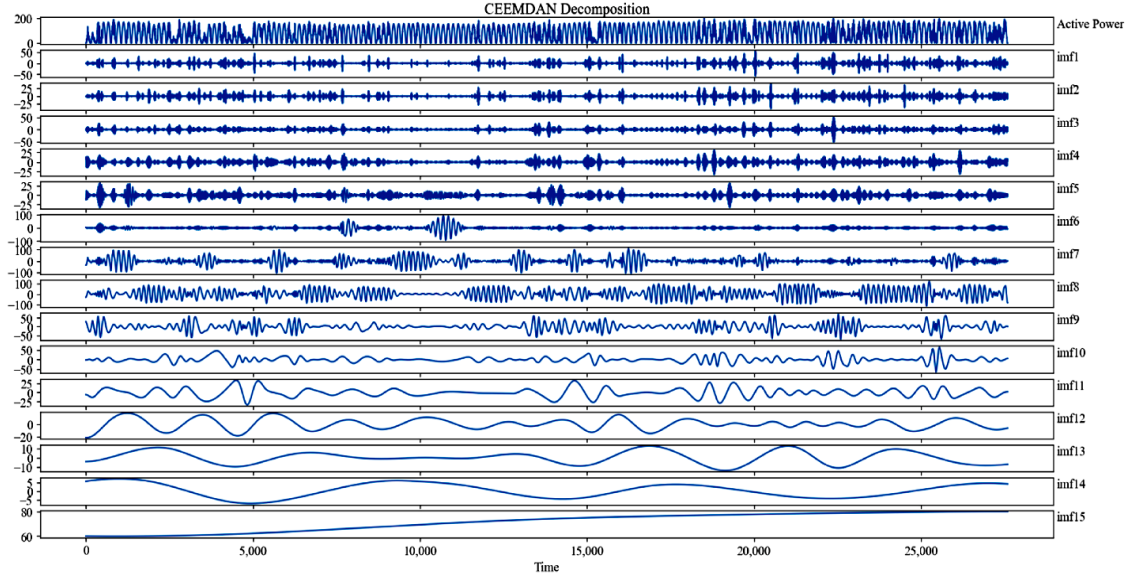
Güneş enerjisi temiz, güvenli, çevreyi kirliletmeyen ve düşük maliyetli bir yenilenebilir enerji kaynağıdır ve fotovoltaik enerji üretimi, küresel enerji sektöründe yaygın ilgi görmüştür. Bununla birlikte, fotovoltaik enerji üretimi çeşitli meteorolojik faktörlerden etkilenir ve belirli bir derecede oynaklık ve aralık sergiler. PV enerji üretiminin doğru tahmini, enerji kullanımını iyileştirmek ve enerji santrallerinin verimliliğini artırmak için faydalıdır. PV enerji üretiminin doğru tahmini büyük önem taşımaktadır. Fotovoltaik güç tahmini, güç sisteminin kararlı çalışması için çok önemlidir. Zhou vd. çalışmalarını yaptıkları bu makalede fotovoltaik güç tahmininin doğruluğunu daha da arttırmak için, CEEMDAN ve Rime-ice (RIME) optimizasyon algoritması ve optimizasyon dikkat mekanizması (AM)- zamansal evrişimli ağ (TCN)- çift yönlü uzun kısa süreli bellek sinir ağı (BiLSTM) birleşik ultra kısa vadeli fotovoltaik güç tahmin modeli önerilmiştir. İlk olarak, daha düzgün veriler elde etmek için orijinal güç dizisi CEEMDAN kullanılarak ayrıştırılır; daha sonra, PV güç üretiminin doğal aralıklılığı, değişkenliği ve stokastikliği için, özellikleri çıkarmak ve PV gücünü öğrenmek için birleşik bir TCN-BiLSTM tahmin modeli oluşturulur ve RIME, güçlü küresel optimizasyon işlevleriyle ökse otu parçacık popülasyonlarının büyüme ve çarpaz davranışlarını simüle eder. Tahmin modelinin hiper parametreleri, RIME algoritması tarafından optimize edilir ve optimize edilmiş hiper parametre tahmin modeli, ayrıştırmadan elde edilen her bir alt diziyi tahmin etmek için kullanılır.

Önerilen CEEMDAN-RIME -- TCN-BiLSTM tahmin yönteminin akışı, beş temel aşamayı içerir: özellik seçimi, veri ayrıştırma ve gürültü azaltma, model oluşturma, parametre optimizasyonu ve tahmin sonuçlarının değerlendirilmesi ve karşılaştırılması aşamaları aşağıda verilmiştir.

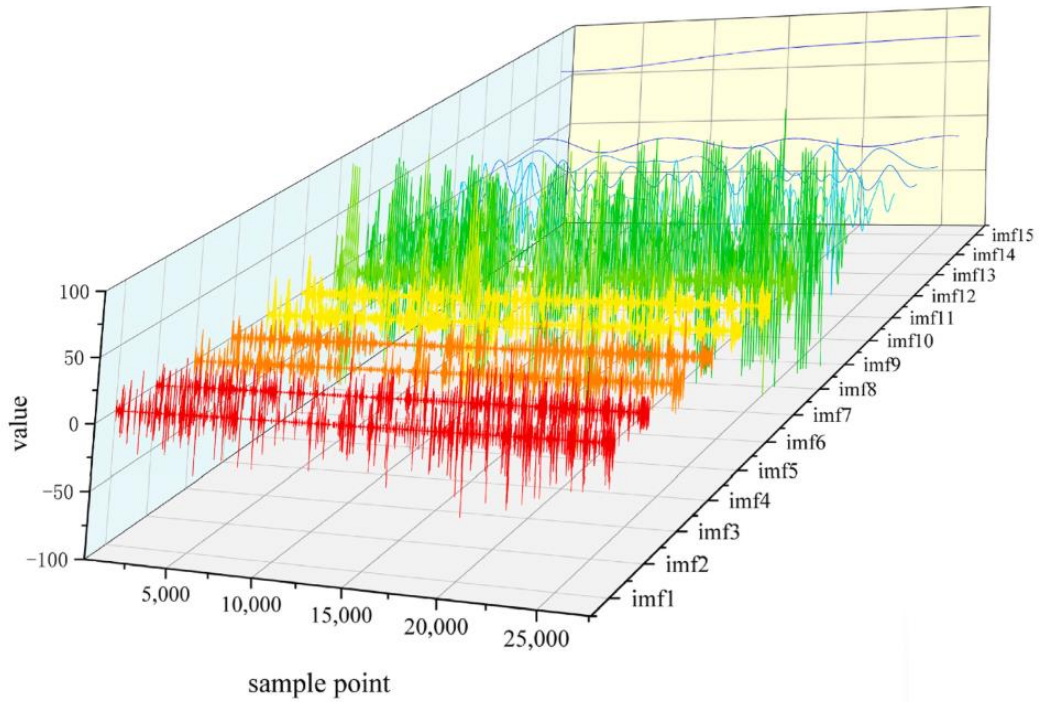
1. Aşama: Özellik seçimi. PV enerji üretimi ve meteorolojik faktörleri ile ilgili geçmiş verileri analiz etmek için Pearson korelasyon katsayısı yöntemini kullanarak, yüksek korelasyona sahip özellikler taranır ve genel veri giriş kalitesini iyileştirmek için temel özellikler basitleştirilir.

2. Aşama: Veri ayrıştırma ve gürültü azaltma. Gürültüyü azaltmak, güç değerinin durağan olmayışını zayıflatmak ve daha düzenli bir dizi elde etmek için PV güç geçmişi verilerini ayrıştırmak için CEEMDAN veri ayrıştırma algoritmasını kullanma.

PV verilerinin CEEMDAN tarafından ayrıştırılmasının sonuçları Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'da verilmiştir.



Şekil 5.9. CEEMDAN ayrışma diyagramı [53].



Şekil 5.10. CEEMDAN bileşenlerinin ayrışması [53].

PV gücü çeşitli faktörlerden etkilenir ve eğri büyük ölçüde dalgalanır, bu nedenle daha düzenli bir seri elde etmek için durağansızlık, CEEMDAN ayrışması ile zayıflar. Şekil 5.9’da güç sütununun toplam 15 set IMF bileşeni ve bir artık bileşen ile ayrıştırıldığını göstermektedir. Şekil 5.10’dan PV güç verilerinin CEEMDAN yöntemi ile ayrıştırılmasından sonra, ortaya çıkan alt veri dizisi dalgasının kademeli olarak düzleşme eğiliminde olduğu açıktır. Bu nedenle CEEMDAN ayrışması, sonraki modelin işlenmesine daha elverişli olan güç dizisinin durağanlığını etkili bir şekilde azaltabilir.

- 3. Aşama: Model yapımı. TCN-BiLSTM modeli temelinde, ağırlık parametrelerini atamak için dikkat mekanizması eklenir ve derinlik özellikleri, sinir ağının derinliğini arttırmak için BiLSTM üzerine bindirilmiş TCN katmanı kullanılarak çıkarılır.
- 4. Aşama: Parametre optimizasyonu. Oluşturulan model hiper parametreleri, RIME algoritması kullanılarak optimize edilir ve çözülen hiper parametreler, tahminin çözülmesi için modele atanır.
- 5. Aşama: Bu makalede önerilen model ve ilgili karşılaştırma modelleri için bir dizi tahmin modeli değerlendirme metriği kullanarak model değerlendirmesi yapılır ve bu belgede önerilen algoritmanın tahmininin doğruluğu gerçek tahmin performansı sonuçları aracılığıyla doğrulanır.

İnşa edilmiş model CEEMDAN-RIME--TCN-BiLSTM, CEEMDAN--TCN- BiLSTM, CEEMDAN-PSO--TCN-BiLSTM, vb. ile karşılaştırıldığında güç değeri üzerinde daha iyi bir tahmin performansına sahiptir ve doğruluk, kontrol grubuna göre önemli ölçüde iyileştirilmiştir. Bunun başlıca üç nedeni vardır: Birincisi, orijinal zaman serisinin karmaşıklığı CEEMDAN ayrışmasından sonra azalır; ikinci olarak, Dikkat Mekanizması, TCN-BiLSTM çıkışının gizli katman durumu parametre ağırlıklarını yeniden dağıtır; üçüncüsü, RIME algoritması, tahmin modelinin hiper parametrelerinin optimal değerlerini bulabilir, bu da modelin kararlılığını ve tahmin yeteneğini etkili bir şekilde artırabilir [53].

5.6. A Hybrid Deep Learning Method Based on CEEMDAN and Attention Mechanism for Network Traffic Prediction [44]

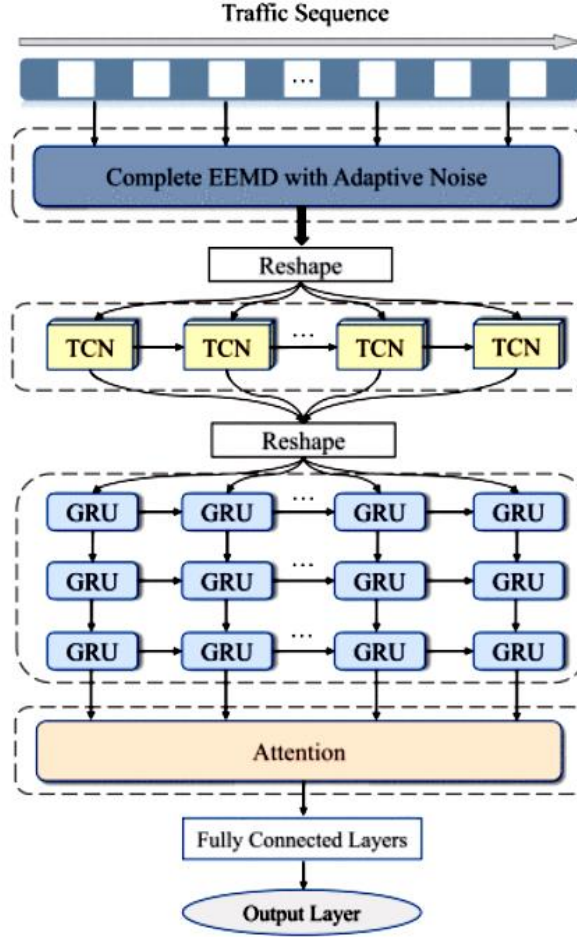
Ağ trafiği eğilimlerinin doğru tahmini, baz istasyonlarının kendi kendini yönetmesi, akıllı zamanlaması ve ağ kaynağı optimizasyonu için önemlidir. Ağ trafiği tahmini, baz istasyonlarının akıllı programlaması için bir ön koşuldur ve doğru tahmin, ağ kullanımını iyileştirmek ve programlamada enerji tasarrufu sağlamak için faydalı olacaktır. Wang vd. çalışmalarında, ağ trafiği tahmini için hibrit bir derin öğrenme yöntemi olan CEEMDAN-TGA, zamansal evrişimli ağ (TCN), geçitli tekrarlayan birim (GRU) ve dikkat mekanizmasından oluşan bir yöntem önermişlerdir.

CEEMDAN ayrışması ile, durağan olmayan sinyal birden fazla durağan olmayan bileşene ayrıştırılabilir ve her bir bileşenin özelliklerine göre trend ve gürültüye bölünür. Trend bileşeni yeniden yapılandırılır. Yeniden yapılandırılan sinyal, gürültüden arındırılmış ağ trafiği dizisi olarak kullanılır. CEEMDAN ile gürültü giderme, tahmin doğruluğunu artırmak ve gürültünün etkisini azaltmak için çok faydalıdır.

Wang vd. yukarıda adı geçen yöntemlerin avantajlarını birleştirmek ve işbirliği yapmak, gürültünün etkisini azaltmak ve gizli özelliklerin çıkarılmasını en üst düzeye çıkarmak için, avantajları arasında CEEMDAN’ın gürültü giderme yeteneği, TCN’nin kısa vadeli özellik çıkarma yeteneği, GRU’nun uzun vadeli bağımlılık yakalama yeteneği ve dikkat mekanizmasının ağırlık atama yeteneği bulunan CEEMDAN-TGA’yı önermişlerdir.

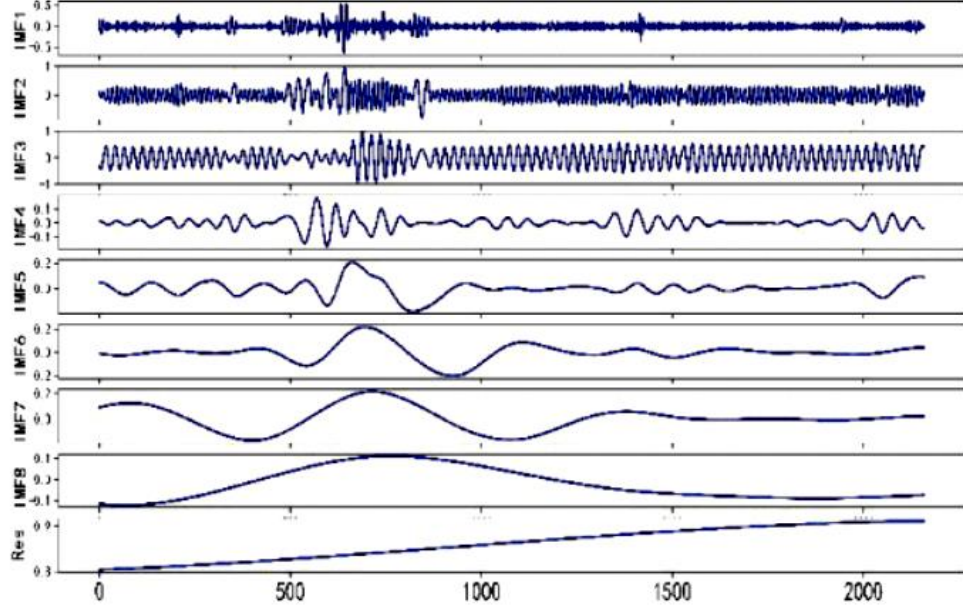
CEEMDAN-TGA, CEEMDAN, TCN, GRU ve dikkat mekanizmasını uçtan uca birbirine bağlayarak sürekli bir bütün haline getirmektedir. İlk olarak, CEEMDAN sinyal ayrıştırma yoluyla gürültüyü tanımlamış ve ortadan kaldırmıştır. Daha sonra, TCN ve GRU’nun doğrusal olmayan modellerinin montaj kabiliyetinin avantajları, özellikleri yeterli şekilde çıkarılmasını sağlamak için birleştirilir ve daha sonra ağırlıklar dikkat mekanizması aracılığıyla

ayarlanmaktadır. Son olarak, çıkarılan uzun ve kısa vadeli zamansal özellikler, ağ trafiğinin doğru bir şekilde tahmin edilmesini sağlamak için tam bağlı katman aracılığıyla gerçek trafik değerleriyle eşleştirilmektedir. CEEMDAN-TGA'nın yöntemi Şekil 5.11'de gösterilmiştir.



Şekil 5.11. CEEMDAN-TGA yapı şeması [54]

Veriler, yineleme sürecinde birden fazla IMF'ye ayrıştırılır, her IMF farklı bir özelliği temsil eder ve ayrışma, artık dizi monoton bir işlev sunduğunda sona erer. Deney sırasında CEEMDAN, diziyi 8 IMF'ye ve monotonluk ile 1 artık diziye ayırır. Farklı IMF'ler, sırasıyla durağan periyodiklik, eğilim ve durağan olmayan gürültü gibi belirli özellikler sunar. CEEMDAN ayrışmasının sonuçları, IMF1, IMF2'nin belirli gürültü özellikleri sunduğunu, IMF2, IMF3 ve IMF4'ün belirli periyodik özellikler sunduğunu ve IMF4-IMF8'in belirli eğilim özellikleri sunduğunu göstermektedir. IMF'nin temsil ettiği bu özellikler sadece deneyimle tamamen belirlenemez [54]. Elde edilen IMF bileşenleri Şekil 5.12'de verilmiştir.

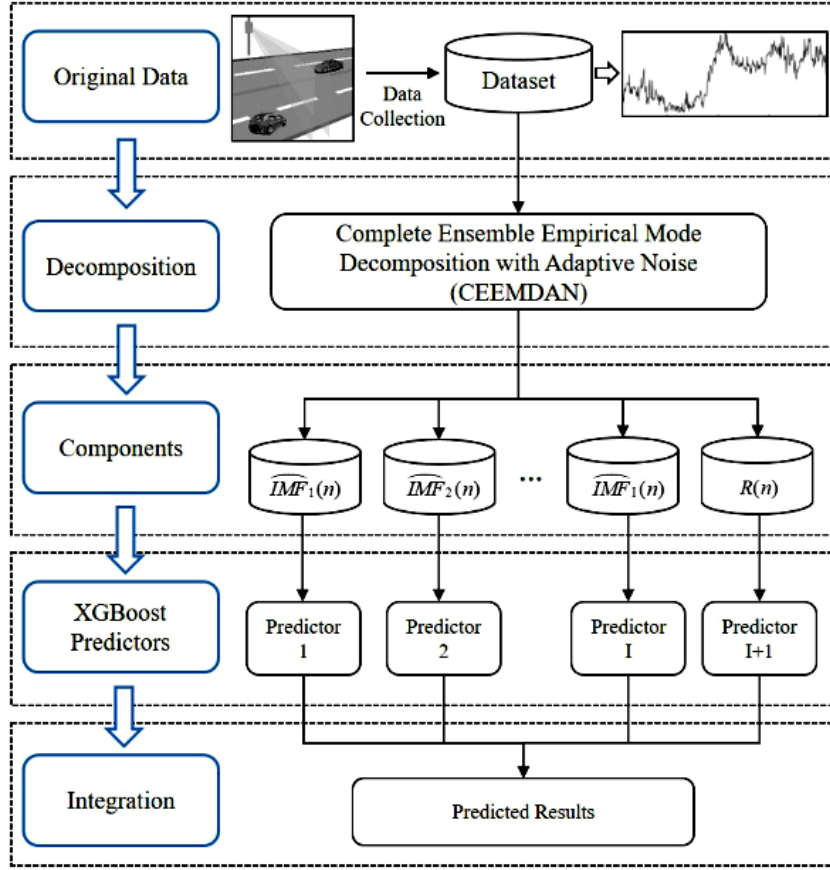


Şekil 5.12. CEEMDAN ayrıştırma ile elde edilen IMF'ler [54]

5.7. A Hybrid Model for Lane-Level Traffic Flow Forecasting Based on Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition and Extreme Gradient Boosting [45]

Doğru ve zamanında trafik akışı tahmini, akıllı ulaşım sistemlerinin (ITS) başarılı bir şekilde geliştirilmesi için kritik öneme sahiptir. Değişken hız limit kontrolü ve rota yönlendirme sistemleri gibi çeşitli temel uygulamalara katkıda bulunarak hem trafik yönetimi kurumlarına hem de yolculara fayda sağlayabilir. Son otuz yılda, benzeri görülmemiş veri kullanılabilirliği ve bu verileri işleme yeteneğinin birleşimi, ITS teknolojilerinin muazzam bir şekilde gelişmesine ve yayılmasına neden olmuştur. Aynı zamanda, trafik akışının makroskopik ve mikroskopik teorilerine dayanan, temel matematiksel modellere paralel olarak, yeni bir veri odaklı araştırma alanı sistematik olarak büyüyor.

Bu makalede Lu vd. uyarlanabilir gürültü (CEEMDAN) ve aşırı gradyan artırma (XGBoost) ile EEMD'ye dayalı şerit düzeyinde trafik akışı tahmini için yeni bir hibrit model önermişlerdir. CEEMDAN yöntemi, ham trafik akışı verilerini birkaç iç mod işlevi bileşenine ve bir artık bileşene ayırmak için kullanılmıştır. XGBoost yöntemi ise eğitilir ve sırasıyla ayrıştırılan bileşenler üzerinde tahminler için kullanılmıştır. Önerilen hibrit model, CEEMDAN yöntemini ve XGBoost yöntemini birleştirmektedir. Şekil 5.13'te önerilen modelin genel mimarisini tanıtmakta ve şerit düzeyinde trafik akışı tahminini uygulamak için nasıl kullanılacağını göstermektedir [55].



Şekil 5.13. CEEMDAN-XGBoost modelinin mimarisi [55]

İlk olarak, hedef şerit bölümünün orijinal trafik akış verileri, dedektörler tarafından bir örnekleme aralığı ile yakalanabilir. Şeridin ham trafik akış verileri $Y(n)$ olarak adlandırılmıştır. İkinci olarak, orijinal trafik akışı verilerini $Y(n)$ 'i birkaç IMF bileşenine $IMF_i(n)$, $i = 1, 2, \dots, I$, ve artık bir bileşen $R(n)$ olarak ayırmak için CEEMDAN yöntemi tanıtılmıştır. I IMF bileşenlerinin sayısıdır. CEEMDAN yöntemi, şerit bölümünün karmaşık ham trafik akışı verilerini, şerit düzeyinde kısa vadeli trafik akışını tahmin etmenin zorluğunu ve karmaşıklığını azaltmak için faydalı olan birkaç düzenli gürültüden arındırılmış bileşene dönüştürmeyi sağlamaktadır. Daha sonra, eğitilmiş XGBoost tahmincileri, her tahmin zaman aralığında ayrıştırılmış bileşenler üzerinde ayrı ayrı tahminler yapmak için kullanılır. Son olarak, şerit bölümünün t zaman aralığındaki tahmin trafik akış verileri, CEEMDAN-XGBoost modelindeki tüm XGBoost tahmin edicilerinin tahmin değerlerinin toplamıdır. Genel olarak, CEEMDAN-XGBoost modelinin kullanarak şerit tabanlı trafik akışı tahminini uygulama prosedürleri aşağıdaki gibi özetlenmiştir.

- 1. Adım:** Dedektörler tarafından hedef şerit bölümünün ham trafik akış verileri toplanır.
- 2. Adım:** Ham verileri birkaç IMF bileşenine ve artık bir bileşene ayırmak için CEEMDAN yöntemi kullanılır ve ayrıştırılmış zaman serisi verilerini bir eğitim veri kümesine ve bir test veri kümesine bölünür.
- 3. Adım:** İlgili parametreleri ayarlayarak XGBoost tahmincilerini eğitim veri kümesine paralel olarak eğitilir.
- 4. Adım:** Tüm XGBoost tahmincilerinin tahmin edilen değerlerini toplayarak her tahmin zaman aralığında şerit bölümünün tahmini trafik akışı hesaplanır.

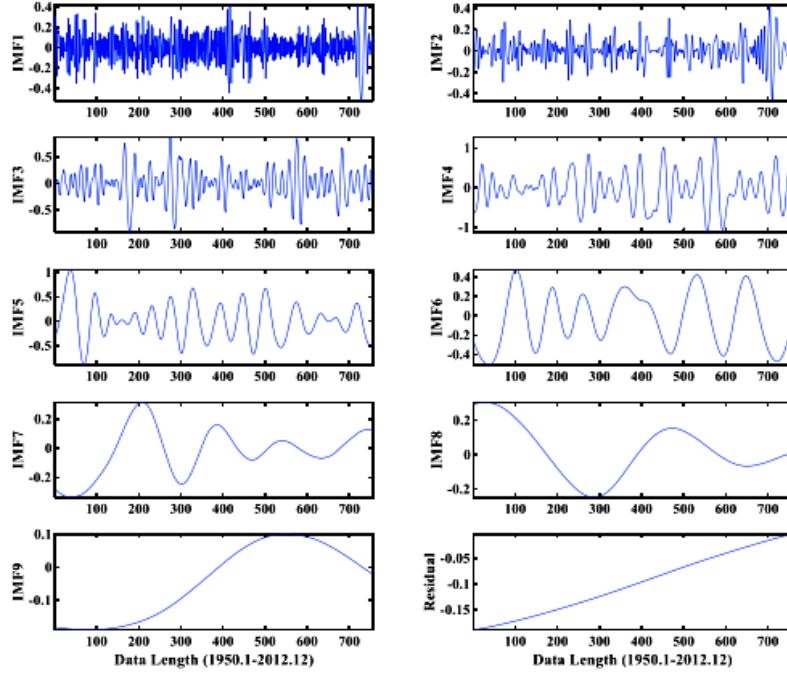
Çalışmalardan elde edilen bulgular ile CEEMDAN-XGBoost modelinin farklı şerit türlerinde farklı trafik koşulları altında trafik modellerini verimli bir şekilde öğrenebileceğini ve yakalayabileceğini göstermektedir. Kıyaslama modelleriyle yapılan karşılaştırmalar, önerilen modelin, kısa vadeli şerit düzeyinde trafik akışı tahmini yapma görevinde ARIMA, MLP, BPNN, LSTM, GRU, XGBoost, Wavelet-XGBoost, EMD-XGBoost ve EEMD-XGBoost modeline göre üstün tahmin doğruluğu ve kararlılığı elde ettiğini ortaya koymaktadır. Giriş zaman adımı ve bir ağacın maksimum derinliği, CEEMDAN-XGBoost modelinin tahmin performansını etkilemektedir. CEEMDAN-XGBoost modeli, hem tek adım ileri hem de çok adım ileri şerit düzeyinde trafik akışını tahmin etme görevinde Wavelet-XGBoost, EMD-XGBoost ve EEMD-XGBoost modeli gibi diğer XGBoost tabanlı modellerden daha iyi performans göstermektedir [55].

5.8. A New Hybrid Prediction Method of El Niño/La Niña Events by Combining TimesNet and ARIMA [46]

El Niño ve La Niña olayları, benzer oluşum özellikleri ve alternatif doğaları nedeniyle sıklıkla birlikte tartışılmaktadır. Bu olaylar küresel iklimi önemli ölçüde etkiler ve genellikle doğal afetlere neden olur. Örneğin La Niña olayı, soğuk kışlar ve sıcak yazlar, güney Çin'de kuraklıklar ve kuzeyde sellerden oluşan bir iklim modeline yol açarak önemli ekonomik ve mülk kayıplarına neden olabilir. Diğer taraftan Endonezya, Doğu Avustralya ve Kuzeydoğu Brezilya artan yağış nedeniyle sele daha yatkındır. Ekvator Afrika ve Güneydoğu Amerika Birleşik Devletleri kuraklık yaşamaktadır. Son yıllarda, şiddetli küresel ısınma nedeniyle La Niña olaylarının sıklığı artmıştır. Ağustos 2020'den bu yana üçlü La Niña olaylarının son zamanlarda meydana gelmesiyle El Niño/ La Niña olaylarının tehlikeleri halk tarafından iyi bilinmektedir ve bu olayların uzun vadeli tahminleri büyük önem taşımaktadır. Günümüzde, El Niño tahmin yöntemleri üç türe ayrılır: El Niño olaylarını tahmin etmede uygulanabilir olduğu kanıtlanmış dinamik yöntemler, istatistiksel yöntemler ve hibrit dinamik-istatistiksel yöntemlerdir. Bununla birlikte, El Niño'nun tahmini hala büyük zorluklara karşı karşıyadır: ENSO'nun zaman ve uzaydaki belirsizliği, yeni verilerle mevcut model tahmin tekniklerinin azalan doğruluğu, El Niño ve La Niña oluşumunun asimetrisi ve bahar öngörülebilirlik engeli hepsi El Niño/ La Niña olaylarını tahmin etmede zorluklar yaratmaktadır.

Du vd. makalelerinde CEEMDAN ve TimesNet zaman serisi tahmin çerçevesine dayalı bir El Niño/ La Niña endeksi tahmin yöntemi önermişlerdir. İlk olarak, Niño3.4 zaman serisi endeksi CEEMDAN kullanılarak yeniden yapılandırılmıştır. Daha sonra her IMF için birleşik TimesNet-ARIMA tahmin yöntemi kullanılmıştır.

Verileri, ayrıştırma parametrelerinin 0.03 ve 100 gürültü ilavesi sinyal-gürültü oranına ayarlandığı CEEMDAN işlemi uygulandıktan sonra 9 IMF ve artık ile elde edilmiştir. Şekil 5.14 ayrıştırılan dizinin frekansının azalan sırasına göre düzenlenmiş IMF bileşenlerini göstermekte ve kalıntı son satırda sunulmaktadır. Kalıntı, genel dizinin mod ayrışmasındaki eğilimini yansıtır ve ayrışma koşulları altında monotonik fonksiyonlar olarak işlev görür.



Şekil 5.14. CEEMDAN işleminden sonra Niño3.4 indeksi [56]

CEEMDAN ayrışmasından elde edilen IMF, ayrışma sayısı arttıkça periyodikliğinin daha pürüzsüz ve basit hale gelmesi özelliğine sahiptir. Ayrıştırılan verilerin ortalama varyansı ve ortalaması, Çizelge 5.6’da gösterildiği gibi orijinal verilere kıyasla önemli ölçüde azalmıştır. Veri kalitesindeki bu değişiklikler, sonraki modelin tahmin doğruluğunu iyileştirmiştir.

Çizelge 5.6. Her IMF’nin ve Kalıntının Temel İstatistiksel Özellikleri [56]

Index	Mean	Min	Max	Variance
IMF1	-0.0010	-0.5216	0.4190	0.0212
IMF2	0.0016	-0.4675	0.4319	0.0116
IMF3	-0.0029	-0.9213	0.8644	0.0808
IMF4	-0.0405	-1.1251	1.2660	0.1999
IMF5	0.0031	-0.8941	1.0514	0.1359
IMF6	-0.0376	-0.5076	0.4727	0.0788
IMF7	-0.0233	-0.3370	0.3134	0.0267
IMF8	0.0197	-0.2486	0.3038	0.0235
IMF9	-0.0431	-0.1898	0.1005	0.0123
Residual	-0.1000	-0.1889	-0.0032	0.0032
Avg.	-0.0224	-0.5402	0.5220	0.0594
Data	-0.2240	-2.4500	2.4100	0.7467

Bu yazıda, (CEEMDAN) ile geleneksel bir ARIMA modelini birleştiren ve yalnızca Niño3.4 indeksini kullanırken ConvLSTM’den daha iyi sonuçlar elde eden TimesNet tabanlı bir El Niño/La Niña olay tahmin modeli önerilmiştir. Ek olarak, birleşik tahmin sonuçlarını dinamik ve istatistiksel modellerin sonuçlarıyla karşılaştırılmış ve sonuçlar, birleşik modelin daha iyi tahmin sonuçlarına sahip olduğunu göstermiş ve bazı temel bulgular aşağıda özetlenmiştir:

1. IMF'nin farklı özelliklerine dayanarak, El Niño / La Niña olaylarını bir yıl öncesine kadar etkili bir şekilde tahmin edebilen uyarlanabilir bir hibrit tahmin aracı tasarlanmıştır. Ayrıca, mod ayrışmasının kalıntılarını inceleyerek, Niño3.4 endeksinin son 70 yılda artan bir eğilim sergilediği belirlenmiştir. Bu bulgu, küresel iklim anormalliklerinin artan seviyesini doğrulamaktadır.
2. CEEMDAN'ın ön işlemi ile TimesNet tahmin tekniği, 10 yıllık doğrulama setinde ConvLSTM'den biraz daha iyi sonuçlar elde edebilir. TimesNet tahmin tekniği, Niño3.4 indeks özelliklerinin çıkarılmasında daha sağlamdır ve RMSE ve MAE varyansı ConvLSTM'den önemli ölçüde daha düşüktür. Bu yazıda önerilen TimesNet-ARIMA hibrit tahmin modeli, on yıl boyunca en iyi tahmin sonuçlarını (MAE = 0.2229 °C, RMSE = 0.3140 °C) elde etmiştir. Model, 2013, 2016, 2019 ve 2020'de hata değerlendirme endeksi için önde gelen MAE'yi elde etmiştir. Modelin RMSE'si, 2013, 2016, 2019, 2020 ve 2022'deki diğer kontrol modellerine liderlik etmektedir.
3. TimesNet-ARIMA hibrit tahmin modeli, 12. dereceden gecikme tahminleri için RMSE'de en yavaş artışa sahiptir, bu da önerilen yaklaşımın en iyi tahmin performansına sahip olduğunu ve bahar öngörülebilirlik engelini modelin tahmin yeteneğini sınırlamadığını göstermektedir.
4. Bu yazıda önerilen model, Niño3.4 endeksinin yalnızca tek dereceli tahminini gerçekleştirir. Deneysel sonuçlar, performansının ConvLSTM'ninkini aştığını gösteriyor ve bu da TimesNet tabanlı tahmin teknikleri geliştirmek için hala nesnel bir potansiyel olduğunu gösteriyor. Gelecekte, çok boyutlu zaman serisi tahmini için ilgili doğrusal göstergeler (Hint Okyanusu dipol anomalisi, deniz seviyesi sıcaklığı, Hint Okyanusu muson anomalisi) gibi diğer ilgili faktörler tanımlanabilir veya tahmin tekniğine uzay-zamansal etkileri dâhil etmek için evrişim araçları kullanılabilir. Daha maliyetli dinamik modellerle karşılaştırıldığında, istatistiksel modeller kolayca uygulanan bir tahmin referansı olarak kullanılabilir ve kısa vadeli tahminde uygun bir alternatif tahmin yöntemi olması beklenmektedir.
5. Seçilen yıllarda (2013-2021), hibrit model, tahmin etkinliğine ilişkin istatistiksel modelle dinamik modelden daha iyi performans göstererek daha basit bir tahmin aracı sağlamaktadır. Buna ek olarak, model, yetersiz veri tanecikliğine sahip anlarda tahmin ihtiyacını, çok faktörlü girdilere sahip bir derin öğrenme çerçevesinden daha iyi karşılayabilir ve düşük veriye bağlı tahmin yetenekleri göstermektedir [56].

5.9. Accurate Stock Price Forecasting Based on Deep Learning and Hierarchical Frequency Decomposition [47]

Küresel ekonominin güçlü bir şekilde gelişmesiyle birlikte, borsa küresel ekonomide daha fazla önem kazandı ve ekonomik durumun bir barometresi olarak kabul edildi. Borsa sadece bir ülkenin ekonomik büyümesini yansıtmakla kalmaz, aynı zamanda bir ülkenin bir sonraki ekonomi politikasını formüle etmesi için temel sağlar. Hisse senedi fiyatındaki değişiklikler, ulusal piyasa ekonomisindeki değişimlerle yakından ilgilidir. Hisse senedi fiyatlarının doğru bir şekilde tahmin edilmesi, hükümete yalnızca ekonomik durumu tahmin etmede ve makroekonomik yönetim politikalarını formüle etmede yardımcı olmakla kalmaz, aynı zamanda işletmelere finansman planları yapma konusunda da rehberlik eder. Ayrıca, yatırım risklerinin azaltılmasına ve yatırım getirilerinin en üst düzeye çıkarılabilmesine yardımcı olabilir, böylece ulusal ekonomik pazarda sağlıklı bir büyüme sağlayabilir.

Li vd. çalışmalarında yeni bir hibrit hisse senedi fiyatı tahmin modeli önermişlerdir. Çalışmalarında çerçeve, böl ve yönet stratejisiyle hareket eder ve hiyerarşik olarak ayrıştırma ve tahmin gerçekleştirmektedir. Özellikle, önerilen model, CEEMDAN kullanılarak orijinal hisse senedi fiyatını birden çok alt seriye ayrıştırmaktadır. Ayrıca, yüksek frekanslı alt serilerin tahmin doğruluğunu artırmak için, yüksek volatiliteye sahip alt serileri yeniden ayrıştırmak için VMD yöntemi benimsenmiştir. Ek olarak, tahmin verimliliğini artırmak için, alt serileri benzer

örneklem entropisi ile entegre etmek için bir kümeleme yöntemi ve hisse senedi fiyatını tahmin etmek için yeni bir hiyerarşik ayrıştırma tabanlı derin öğrenme yöntemi olan HDFM önerilmiştir.

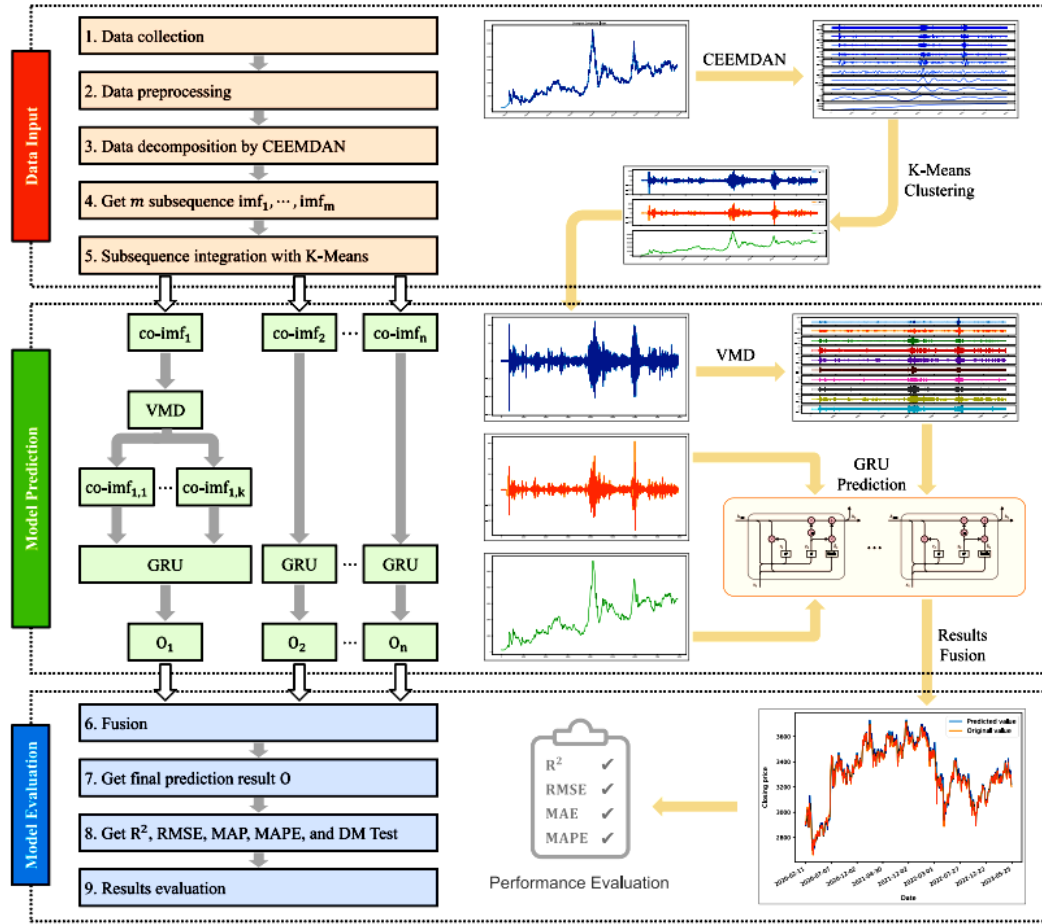
CEEMDAN algoritması Torres vd. tarafından 2011 yılında, doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyallerle başa çıkmak için EEMD türetilmiştir. Bu algoritma yeniden yapılandırılan sinyalin eksik ve hatalı olduğu EEMD sorununun üstesinden gelmektedir. CEEMDAN tarafından üretilen IMF'ler, GRU'nun tahmin sürecini kolaylaştırmak için karmaşıklıklarına veya sıklıklarına göre gruplandırılmıştır. Bu amaçla, K-ortalama kümeleme algoritması benimsenmiştir. K-ortalamlarının önemli bir bileşeni, bir hiper parametre olan sentroidlerin, yani K'nın sayısının seçimidir. Bu çalışmada K klütlerin sayısını otomatik olarak belirlemek için Dirsek Yöntemi kullanılmıştır.

VMD, mod ayrıştırma sayısını uyarlanabilir olarak belirleyen, özyinelemeli olmayan bir sinyal ayrıştırma modelidir. EMD'de mod bileşeni örtüşmesinin etkisini bastırır ve teorik olarak iyi bir temele dayanır. Spesifik olarak, VMD, çözüm problemini varyasyonel bir probleme dönüştürerek bir sinyali ayrıştırır. Ardından, varyasyon problemini çözmek ve sınırlı bant genişliğine ve bunlara karşılık gelen merkez frekanslarına sahip bir dizi mod elde etmek için çarpanların alternatif yön yöntemini (ADMM) benimser.

GRU, Cho vd. tarafından uzun vadeli zaman serisi bağımlılıkları durumunda standart bir RNN ile birlikte gelen gradyan kaybolma problemini ele almayı amaçlayan bir tür RNN modelidir. LSTM'nin daha basit bir sürümüdür ve aynı performansa sahip LSTM'den daha kolay eğitilir.

HDFM modelinin arkasındaki temel fikir ise doğrusal olmayan ve durağan olmayan borsa endeksi fiyatını, daha sonra tahmin modeline girdi olarak kullanılan çok sayıda nispeten basit alt seriye ayırmaktır. Son olarak, her bir alt serinin tahminleri, borsa endeksinin tahminini elde etmek için ağırlıklandırılır. Ayrıştırma işlemi genellikle birkaç alt seri ürettiğinden, bu da sonraki tahmin sürecini zaman alıcı hale getirir, bu çalışma, tahmin sürecinden önce benzer karmaşıklığa sahip alt serileri birleştirmek için K-ortalamlar algoritmasını benimsemiştir. Örnek entropisi, bir zaman serisinde yeni bir değişim modeli oluşturma olasılığının bir ölçüsüdür ve dizilerin karmaşıklığını karakterize etmek için yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışmada örneklem entropisi, ayrılmış IMF'lerin karmaşıklığının bir ölçüsü ve K-ortalama algoritmasına bir girdi olarak hizmet eder. Aynı örnek entropi kümelerine sahip IMF'ler toplanır. Ayrıca, ilk ayrıştırma ve yeniden yapılandırma tarafından üretilen yüksek frekanslı bileşen, daha iyi bir modda alt seriler oluşturmak için yeniden ayrıştırılır, bu da modelin tahmin performansını daha da arttırmıştır. Önerilen HDFM'ye genel bir bakış Şekil 5.15'de gösterilmiştir.



Şekil 5.15. Önerilen HDFM modeline genel bakış [57]

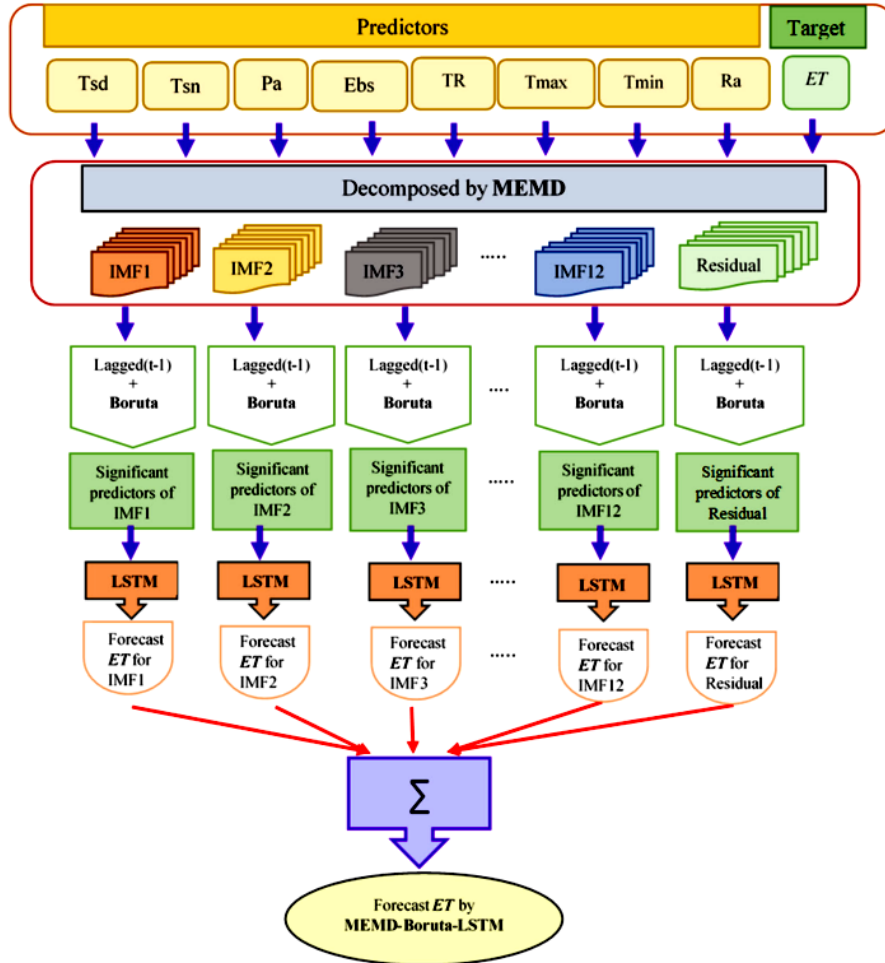
Önerilen modelin performansı, üç farklı borsa endeksi kullanılarak kapsamlı bir şekilde değerlendirilmiştir. Ablasyon çalışması, temel ağ olarak GRU, ayrıştırma yöntemi olarak CEEMDAN ve yeniden ayrıştırma yöntemi olarak VMD'yi içeren modelin her bir elemanının etkinliğini göstermiştir. Model, her üç borsa endeksi için de diğer yöntemlerden daha iyi performans göstermiştir [57].

5.10. Deep Multi-Stage Reference Evapotranspiration Forecasting Model: Multivariate Empirical Mode Decomposition Integrated With the Boruta-Random Forest Algorithm [48]

Su buharının buharlaşması ve terlemesinin bir kombinasyonu olarak evapotranspirasyon, küresel hidrolojik döngülerin birincil bileşenidir. Toprakta atmosfere önemli miktarda toprak nemi kaybına neden olur. Karar verme için evapotranspirasyonu izlemek ve tahmin etmek için güvenilir yöntemler gereklidir. ET olarak gösterilen referans evapotranspirasyon, bir kırpm sistemi içindeki toprak neminin ölçülmesinde yararlı olan önemli bir parametredir. Evapotranspirasyon tahmini, su kaynakları yönetimi, hidrolojik çalışmalar, sulama planlaması, mahsul modellemesi ve kuraklık indekslerinin hesaplanmasında yer almaktadır. Referans evapotranspirasyon (ET) ve mahsul katsayısı çoğunlukla belirli bir mahsulle ilgili evapotranspirasyonu tahmin etmek için kullanılmaktadır. Bununla birlikte, çok aşamalı derin sinir ağlarına dayalı ET tahmini henüz keşfedilmemiştir. Bu araştırma boşluğunu gidermek için Jayasinghe vd. yapmış oldukları bu çalışmada, uydu ve yer verilerine dayalı olarak günlük ET'yi tahmin etmek için yeni bir çok aşamalı MEMD-Boruta-LSTM derin sinir ağı geliştirmeye odaklanmıştır.

Bu çalışma, çeşitli hidrolojik parametrelerin tahmininde yaygın olarak kullanılan DT ve DNN modelleri, model performansının hedef model ile karşılaştırılması için seçilmiştir. Bu çalışma, uydu ve yer tabanlı değişkenleri kullanarak günlük ET'yi tahmin etmek için pratik bir araç olarak yeni bir derin öğrenme çok aşamalı hibrit MEMD-Boruta-LSTM modeli tasarlamayı amaçlamaktadır. Modele ait iş akış şeması Şekil 5.16'da verilmiştir.

MEMD, öngörücü değişken verilerini IMF'lere ve artıklara ayırtırmak için LSTM ile birleştirilmiştir ve Boruta-Rastgele Orman (Boruta) özellik seçim yöntemi, her bir IMF'de ve artıklarda hedef değişken ET ile en ilişkili tahmin değişkenlerini taramak için kullanılmıştır. Günlük tahmin ve hedef değişken verileri (01 Şubat 2003 - 19 Nisan 2011) GIOVANNI-AIRS, GLDAS model uyduları ve Queensland hükümetinin SILO yer veritabanından çıkarılmıştır. Test alanları, Avustralya'nın Queensland kentindeki kuraklığa eğilimli bölgelerde bulunan Gatton, Fordsdale ve Cairns'i içermektedir. LSTM'nin MEMD ve Boruta ile entegrasyonu, performansı istatistiksel puan metrikleri kullanılarak değerlendirilen ve diğer hibrit ve bağımsız modeller olan MEMD-Boruta-DNN, MEMD-Boruta-DT, LSTM, DNN ve DT tabanlı yaklaşımlarla karşılaştırılan yeni çok aşamalı derin öğrenme MEMD-Boruta-LSTM hibrit modeli ile sonuçlanmıştır.



Şekil 5.16. Günlük evapotranspirasyon (ET) tahmini için önerilen derin hibrit MEMD-Boruta-LSTM modelini tasarlamak için atılan gerekli adımları detaylandıran iş akışı şeması [58]

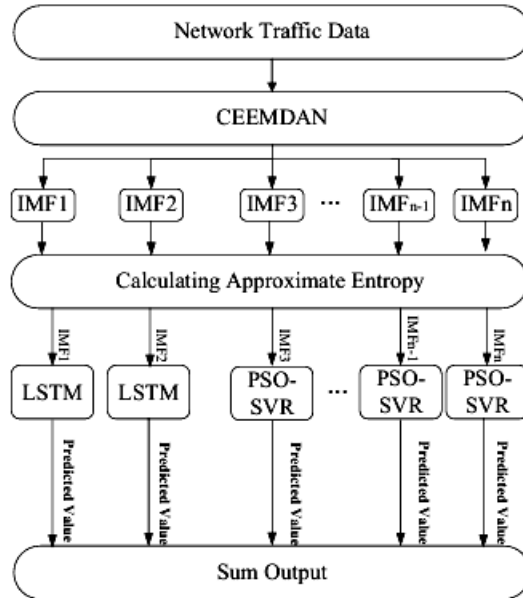
Önerilen yeni derin hibrit MEMD-Boruta-LSTM modeli, ET'nin kesin tahmini için pratik olarak kullanılabilir. Evapotranspirasyon, ekili alanlardan su kayıplarına katkıda bulunan ana nedensel doğal fenomendir. Tahmin edilen ET'yi, tek tek ürünler için benzersiz bir değer olan ilgili mahsul faktörü ile çarparak, evapotranspirasyondan kaynaklanan su kaybı önceden tahmin

edilebilir, bu da kuraklığa eğilimli bölgelerde su kaynaklarının israfını önlerken gelecek için kesin sulama programlarının planlanmasında yardımcı olacaktır. Buna ek olarak, ET tahmin etmek için kullanılan bu çok aşamalı derin öğrenme hibrit modelinin, tarımsal uygulamaların su kaynaklarının kısıtlı olumsuz etkilendiği kurak ve yarı kurak bölgelerde çiftçilere önemli finansal faydalar sağlaması muhtemeldir [58]

5.11. Hybrid Prediction Model for Passive Optical Network Traffic based on CEEMDAN and Machine Learning [49]

İnternetin hızla gelişmesiyle birlikte, ağ trafiği patladı ve mevcut ağ artık yaklaşan veri ihtiyaçlarını karşılayamıyor. Bu makale, pasif optik ağ (PON) trafiği için, CEEMDAN ile parçacık sürüşü optimizasyon-destek vektör regrasyonu (PSO-SVR) ve uzun kısa süreli bellek (LSTM) sinir ağı ile birleştiren hibrit bir tahmin modeli önermektedir.

Tek bir model mevcut karmaşık ağ trafiğiyle baş edemediğinden ve CEEMDAN tarafından ayrıştırılan bileşenler orijinal verilerden daha kararlı olduğundan, her IMF için tek bir tahmin modeli kullanılabilir. Bu yazıda, her bir IMF'nin karmaşıklığı ApEn değeri ile değerlendirilmiş ve tahmin yöntemi olarak PSO-SVR veya LSTM seçilecektir. Önerilmiş modelin akış şeması Şekil 5.17'de gösterilmiştir.



Şekil 5.17. Önerilen modelin akış şeması [59]

Bu yazıda önerilen model, ayrıştırma, değerlendirme, tahmin ve toplama olmak üzere 4 adımda özetlenebilir.

Adım 1: Orijinal ağ trafiği verilerinin CEEMDAN ayrıştırmasıyla, birden fazla IMF ve bir kalıntı değeri elde edilebilir.

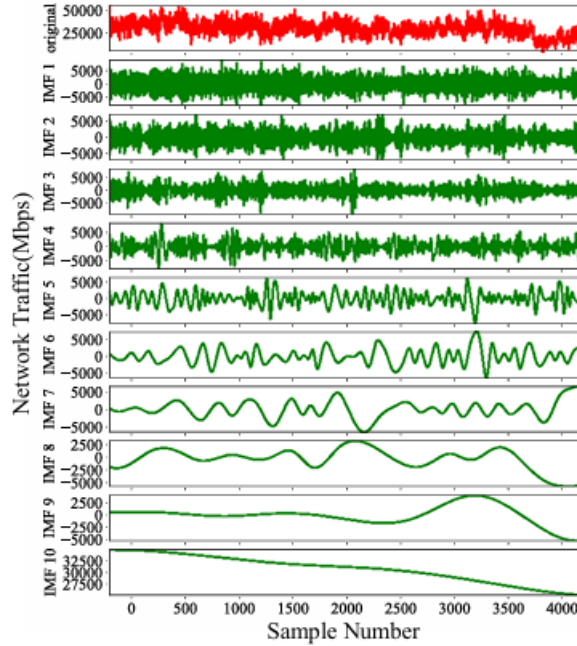
Adım 2: Her IMF için ApEn hesaplanır.

Adım 3: ApEn'e dayalı olarak her IMF için uygun tahmin modeli seçilir. Daha büyük ApEn, dizinin daha kaotik ve düzensiz olduğu ve tahminin daha zor olduğu anlamına gelir. Bu nedenle, tahmini için LSTM kullanılır ve daha pürüzsüz bileşenlerden oluşan daha küçük ApEn'ler için, PSO-SVR tahmin için yeterlidir.

Adım 4: Her IMF için eğitim tahmini işlemi tamamlanır.

Nihai tahmin sonucu, tüm IMF tahminlerinin toplanmasıyla elde edilir.

Simülasyondan elde edilen 4000 veri CEEMDAN yöntemiyle ayrıştırılmış ve 10 bileşen (IMF1–IMF10) elde edilmiştir. Bu bileşenlerin görselleri Şekil 5.18’de gösterilmiştir. CEEMDAN, her ayrıştırma işlemi için rastgele farklı bir gürültü eklediğinden, deneyin tekrarlanabilirliği amacıyla gürültü tohumu (seed) 20 olarak ayarlanmıştır.



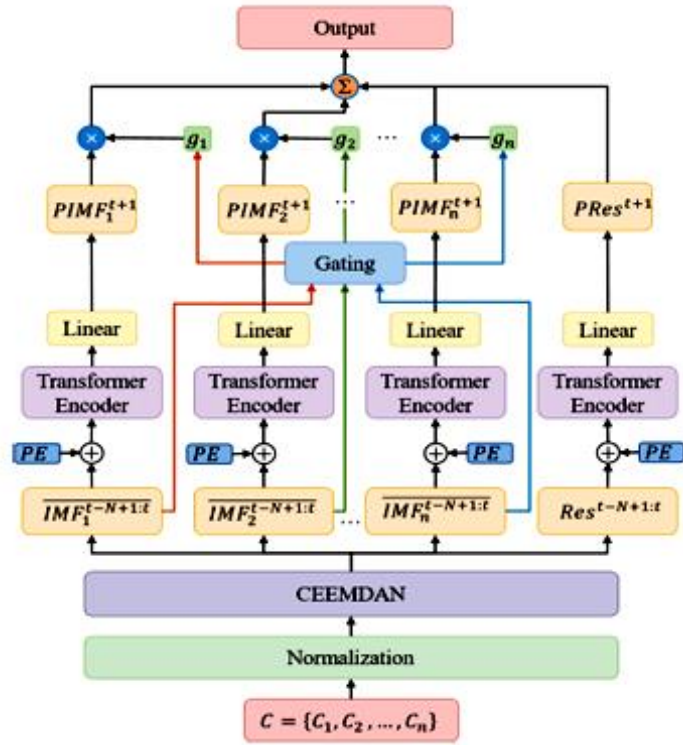
Şekil 5.18. CEEMDAN Sonuçları [59]

Bu arada AÇIK/KAPALI kaynaklar tarafından simüle edilen ağ trafiği verileri üzerinde deneyler yapmak için PSO-SVR doğrudan tahmini, LSTM doğrudan tahmini, yerel ortalama ayrıştırmaya (LMD) dayalı hibrit tahmin ve EMD’ye dayalı hibrit tahmine dayalı dört model seçilmiştir. Deneysel sonuçlar, bu yazıda önerilen modelin daha iyi tahmin sonuçlarına ve daha yüksek tahmin doğruluğuna sahip olduğunu göstermiştir [59].

5.12. Predicting the Remaining Useful Life of Lithium-ion Batteries with Mode-Gating Network [50]

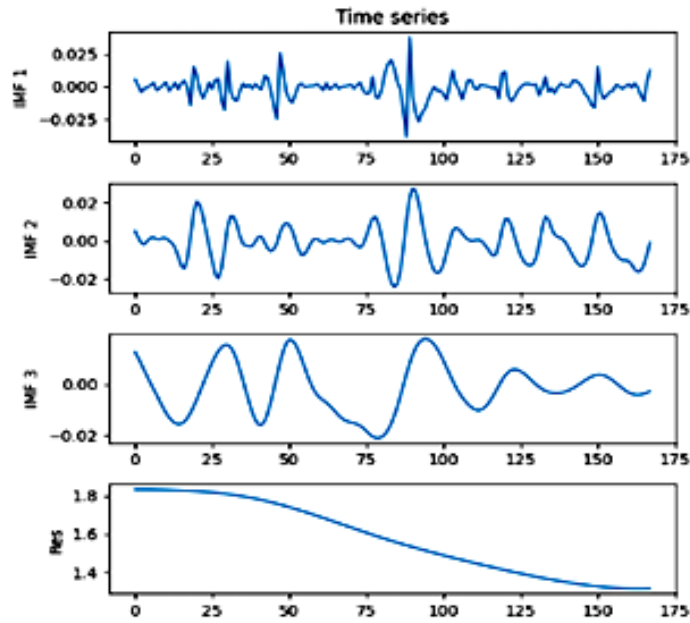
Lityum iyon pillerin Kalan Kullanım Ömrünü (RUL) doğru bir şekilde tahmin etmek, bireysel elektronik cihazlar için çok önemlidir. Bununla birlikte, pil yaşlanma ilkelerinin karmaşıklığı ve kapasite rejenerasyonu olgusu nedeniyle, lityum iyon pillerin RUL’unu doğru bir şekilde tahmin etmek bir zorluk olmaya devam etmektedir. Bunu ele almak için bu makale, lityum iyon pillerin RUL’unu doğru bir şekilde tahmin etmek için yenilikçi bir Mod Geçit Ağı (MGN) önermektedir. İlk olarak, IMF’ler ve bir kalıntı elde etmek için pil kapasitesi bozulma verileri üzerinde çok ölçekli ayrıştırma gerçekleştirmek için CEEMDAN kullanılır. Ardından, her bir IMF’yi ve kalıntıyı tahmin etmek için Trafo ağları kullanılır. Bu arada, IMF’ler, nihai RUL tahminini elde etmek için Transformatör ağlarının tahminlerini birleştirmek için bir geçit ağına girilir.

RUL tahmini için MGN modeli Şekil 5.19’da gösterilmiştir. İlk olarak, pillerin ham bozunma verileri üzerinde çok ölçekli ayrıştırma gerçekleştirmek, farklı frekanslarda birden fazla IMF’yi ve uzun vadeli kalıntıyı çıkarmak için CEEMDAN uygulanmıştır. Daha sonra, her bir IMF ve kalıntı, bireysel özellik öğrenimi için ilgili transformatör modellerine ayrı ayrı girilmiştir. Bu arada, bu IMF’ler de kendi önem ağırlıklarını öğrenmek için bir geçit ağına girilmiştir. Son olarak, birden fazla transformatörden gelen tahminlerin ağırlıklı toplamını hesaplayarak nihai çıktı elde edilir.



Şekil 5.19. MGN'nin Modeli [60]

Bu çalışmada, NASA veri setinden elde edilen pil dizilerini ayrıştırmak için CEEMDAN algoritması kullanılmıştır. Şekil 5.20, B0005 numaralı batarya için CEEMDAN sürecini göstermekte olup, bu süreçte dizi birden fazla IMF bileşeni ve uzun vadeli bir kalıntıya ayrılmıştır.



Şekil 5.20. B0005'in CEEMDAN süreci [60]

IMF bileşenleri daha değişken ve düşük değerlere sahip olsa da önemli bilgiler içermektedir; bu bileşenlerin göz ardı edilmesi, modelleme ve tahmin süreçlerinde ciddi hatalara yol açabilir. Öte yandan, uzun vadeli kalıntı bileşeni, batarya bozulmasının genel eğilimini yansıtan düzgün, monotonik olarak azalan bir eğri sunmakta ve kapasite yenilenmesi gibi olgulara yer vermemektedir.

NASA veri seti üzerinde gerçekleştirilen deneyler, önerilen MGN modelinin, mevcut ileri düzey yöntemlere kıyasla daha yüksek tahmin doğruluğu sunduğunu; aynı zamanda etkinlik ve sağlamlık açısından da üstün performans sergilediğini göstermektedir [60].

5.13. Stock Index Forecasting Using a Novel Integrated Model Based on CEEMDAN and TCN-GRU-CBAM [51]

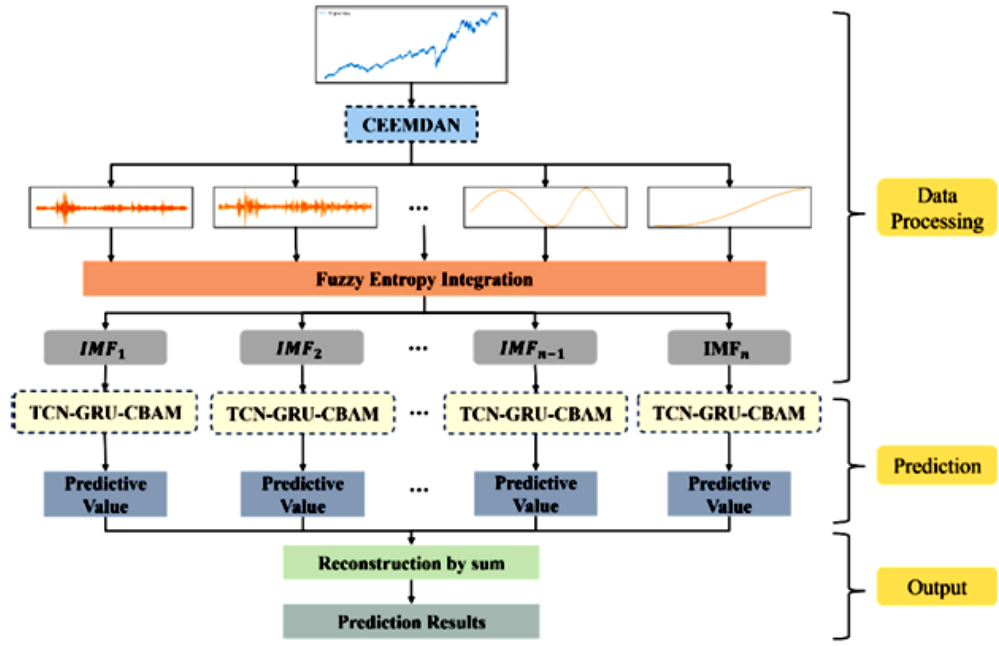
Finansal piyasanın mevcut hızlı gelişimi bağlamında, yatırım risklerinden kaçınmak ve yatırımcılar için yatırım getirilerini artırmak için etkili bir hisse senedi fiyat endeksi modelinin nasıl oluşturulacağı büyük bir endişe konusu haline gelmiştir. Bu temelde, derin sinir ağlarını kullanan yeni bir hisse senedi fiyat endeksi tahmini yöntemi araştırılmıştır. Bu makale, hisse senedi endeksinin zaman serisini bileşen IMF'ler ayırmak için CEEMDAN tekniğini kullanır. Bulanık Entropi (FE) değerlerinin benzerliğine göre, alt dizi, hisse senedi endeksinin farklı frekanslardaki dalgalanma durumunu vurgulayan ve tahmin verimliliğini artıran yeni bir dizi olacak şekilde yeniden düzenlenir. Bir tahmin yöntemi açısından, Zamansal Evrişimli Ağ (TCN), Kapılı Tekrarlayan Birim (GRU) ve Evrişimli Blok Dikkat Modülünün (CBAM) kombinasyonu, yeniden düzenlenen alt diziyi tahmin etmek için kullanılır ve nihai tahmin sonuçları, nihai tahmin değerini elde etmek için yeniden yapılandırılır. Önerilen CEEMDAN-TCN-GRU-CBAM modelinin performansını daha fazla değerlendirmek için, bu makale, gelişmekte olan ve gelişmiş piyasalardaki dört temsili hisse senedi endeksini seçerken, bunları kıyaslama modeliyle karşılaştırmaktadır. Model performansını ölçmek için dört değerlendirme metriği kullanır.

Bu makale, orijinal seriyi tamamen ayırtmak için CEEMDAN ayırtma algoritmasını kullanır, böylece çeşitli zaman ölçeklerinde birden çok alt dizi oluşturur. Aynı zamanda, modal ayırtmaya dayanan mevcut hisse senedi fiyatı tahmin modellerinin sınırlamalarının üstesinden gelmek için aşağıdaki geliştirmeler uygulanmaktadır. İlk olarak, modal ayırmanın neden olduğu büyük ölçekli müteakip tahmin problemi için, bulanık entropi algoritması tanıtılır, bu sadece sonraki tahminin ölçeğini azaltmakla kalmaz, aynı zamanda çoklu tahminlerin getirdiği hataların üst üste binmesini de önler; ikincisi, yeniden birleştirilen dizilerin öğrenilmesi ve tahmin edilmesi için TCN, GRU ve CBAM'ın bir kombinasyonunun kullanılmasıyla, veriler arasındaki süresiz özelliklerin etkili bilgilerinden daha fazla yararlanılmasını gerçekleştirir ve bu da daha güvenilir nihai tahmin sonuçları ile sonuçlanır. Sonuçlar daha güvenilirdir. CEEMDAN-TCN-GRU-CBAM modeli temel olarak üç bölümden oluşur ve model çerçevesi Şekil 5.21'de gösterilmiştir. Prosedür şu şekilde özetlenmiştir:

1 Adım: Veri işleme aşamasında, ilk olarak, kapanış fiyatı verileri CEEMDAN algoritması tarafından işlenir ve bir dizi nispeten düzgün özmod fonksiyonuna ve bir artık bileşene ayrıştırılır; ikinci olarak, normalleştirilmiş bulanık entropi değeri hesaplanır ve diziler, yeni bir dizi kümesi elde etmek için bulanık entropi değerinin büyüklüğüne göre yeniden düzenlenir;

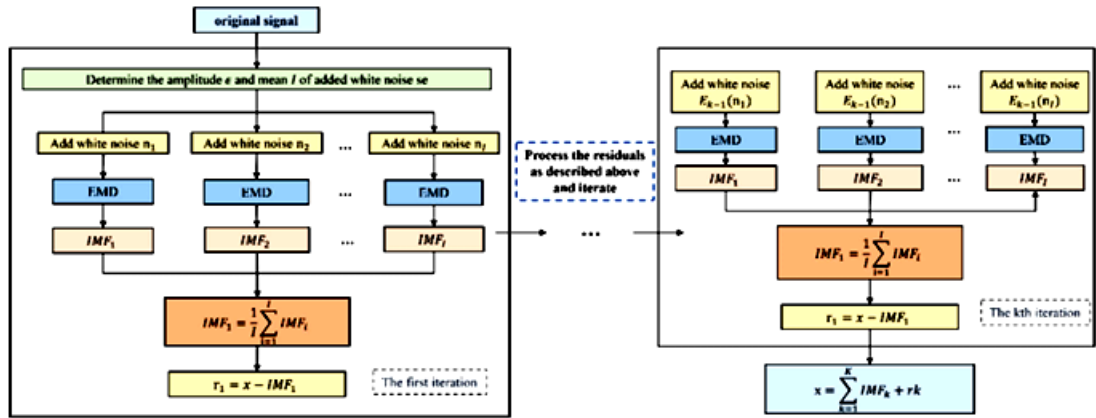
2 Adım: Tahmin aşamasında, elde edilen yeni diziler sırasıyla TCN-GRU-CBAM modeline girilir ve farklı dalgalanma frekansı alt dizilerinin tahmin edilen değerleri elde edilir;

3 Adım: Sonuç kombinasyonu aşamasında, tüm kapanış fiyatı alt dizilerinin tahmin sonuçları toplanır ve nihai kapanış fiyatı tahmin değerini elde etmek için yeniden yapılandırılır.



Şekil 5.21. CEEMDAN-TCN-GRU-CBAM modelinin yapım çerçevesi

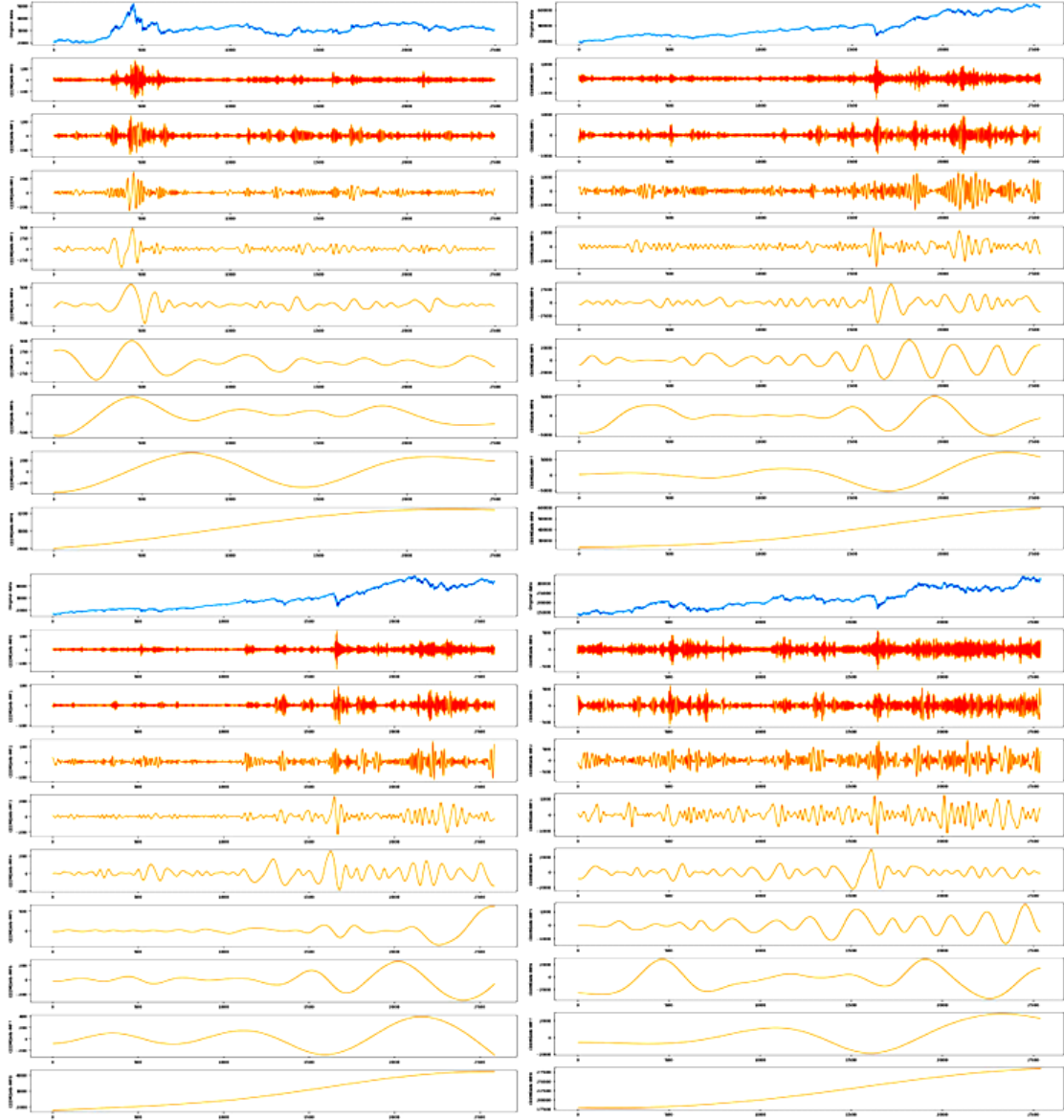
CEEMDAN ayrıştırma yöntemi, Şekil 5.22’de gösterildiği gibi EMD ayrışması sonrası yardımcı gürültü içeren IMF bileşenlerinin eklenmesini, birinci dereceden IMF bileşenlerini elde ettikten sonra genel bir ortalama hesaplamasının yapılmasını ve ardından nihai birinci dereceden IMF bileşenlerinin elde edilmesini içerir. Prosedür, kalan kısım için tekrarlanır ve beyaz gürültünün yüksek frekanstan düşük frekanslı bileşenlere aktarılması ve yayılması sorununu etkin bir şekilde çözer.



Şekil 5.22. CEEMDAN ayrıştırmasının belirli adımları [61]

Bu çalışmada, hisse senedi fiyat endeksleri, gelişmekte olan piyasalar (SSEC ve BSESN) ile gelişmiş piyasalar (SPX500 ve N225) olmak üzere iki perspektifte ele alınmakta ve ayrıştırılmaktadır. Bu amaçla, Python 3.11.5 programlama dili ve EMD-signal 1.0.0 modülündeki CEEMDAN fonksiyonu kullanılmıştır.

Hisse senedi endekslerinin CEEMDAN yöntemi ile elde edilen ayrıştırma sonuçları Şekil 5.23’de sunulmuştur. Şekilde, yukarıdan aşağıya doğru sırasıyla ham veriler, sekiz IMF bileşeni (IMF0–IMF7) ve bir kalıntı bileşeni gösterilmektedir. Yatay eksen, endeksin kapanış fiyatına ait zaman serisini; dikey eksen ise fiyat değerlerini (dolar cinsinden) ifade etmektedir.



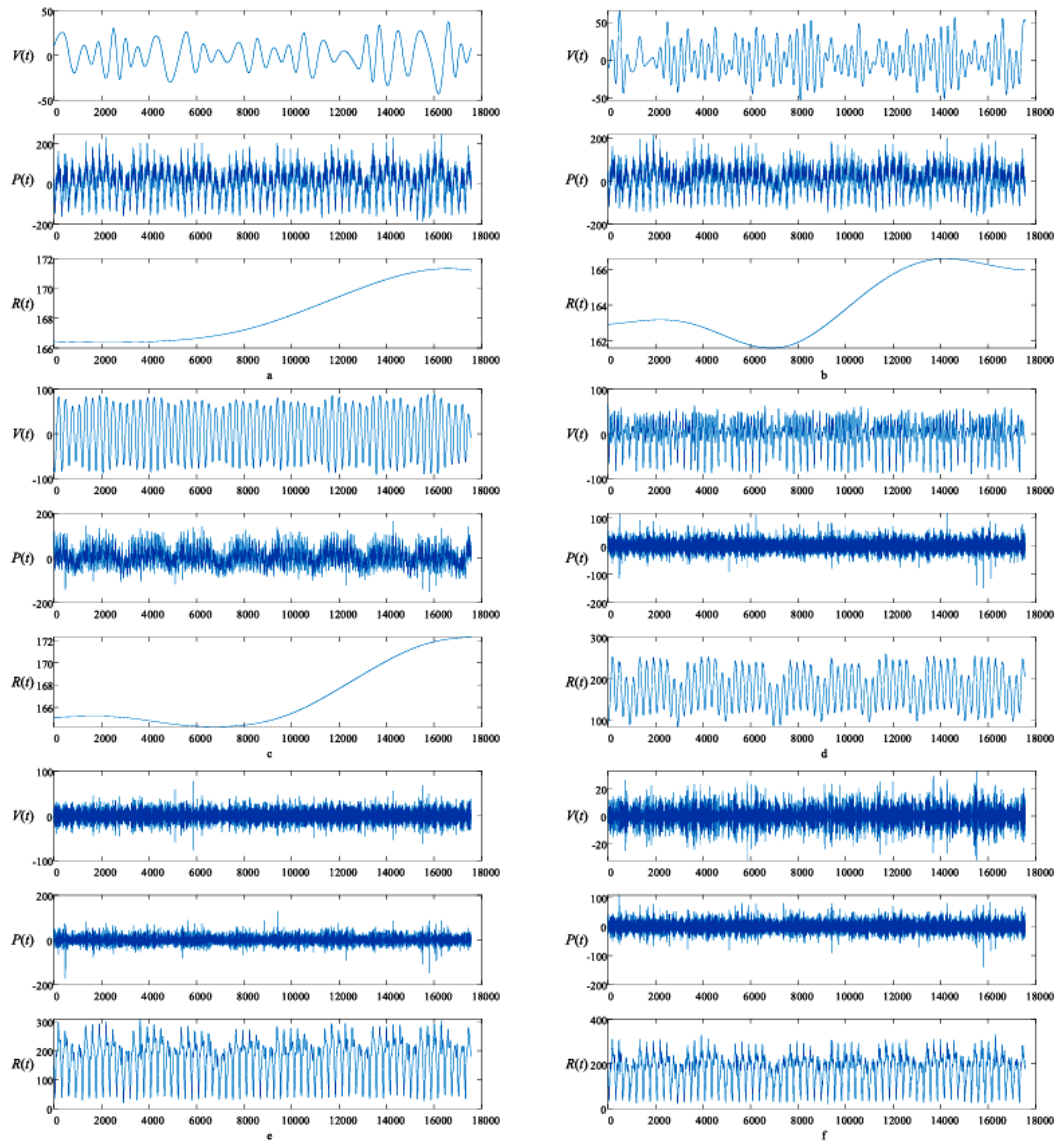
Şekil 5.23. Hisse senedi endeks serileri için ayrıştırma sonuçları [61]

Her işlem günü için ardışık kapanış fiyatları esas alındığında ve IMF bileşenleri ile kalıntı arasındaki zaman farkları göz ardı edildiğinde, elde edilen bileşenlerin hem frekans hem de karmaşıklık düzeylerinin kademeli olarak azaldığı görülmektedir. Elde edilen ayrıştırılmış dizilerdeki değişim eğilimi, orijinal verilere kıyasla daha belirgin bir şekilde ortaya çıkmakta ve genel fiyat trendi daha net bir biçimde izlenebilmektedir.

Çalışma, önerilen modelin diğer kıyaslama modellerinden daha iyi performans gösterdiğini, daha iyi sağlamlığa ve evrenselliğe sahip olduğunu ve daha yüksek tahmin doğruluğuna sahip olduğunu göstermektedir [61].

5.14. Effect of Multi-Scale Decomposition on Performance of Neural Networks in Short-Term Traffic Flow Prediction [52]

Çok sayıda çalışma, sinir ağlarının tahmin performansını iyileştirmek için çok ölçekli ayrıştırma kullanır, ancak ayrıştırma algoritmasını seçmenin gerekçeleri açıklanmamıştır ve ayrıştırma algoritmalarının sinir ağlarının diğer performansı üzerindeki etkileri de daha fazla çalışmadan yoksundur. Bu makale, EMD, EEMD, CEEMDAN, VMD (Varyasyonel Mod Ayrıştırma), WD ve WPD (Dalgacık Paket Ayrıştırma) dahil olmak üzere yaygın olarak kullanılan çok ölçekli ayrıştırma algoritmalarının Sinir Ağlarının performansı üzerindeki etkisini incelemektedir. Trafik akışı verilerini bileşen sinyallerine ayrıştırmak için ayrıştırma algoritmaları benimsenir ve daha sonra bileşen sinyallerini uçuculuk bileşenlerine, periyodik bileşenlere ve artık bileşenlere kümelemek için K-ortalamları kullanılır. Model sayısını birleştirmek ve tahmin modellerinin verimliliğini artırmak için, ayrıştırma algoritması ile elde edilen bileşeni Şekil 5.24'te benzer desene sahip 3 kümeye bölmek için K-ortalamları kullanılmıştır.



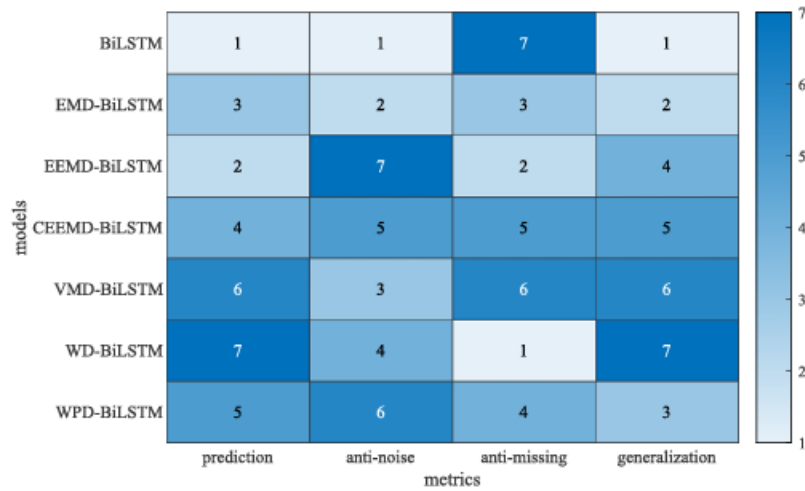
Şekil 5.24. K-ortalamlarının kümeleme sonuçları: (a) EMD (b), EEMD (c), CEEMDAN (d), VMD (e), WD (f) WPD [62]

Çift yönlü LSTM (BiLSTM) sinir ağı, eğitim ve tahmin için standart model olarak benimsenmiştir. Son olarak, sinir ağları için çok ölçekli ayrıştırma algoritmasının etkisini kapsamlı bir şekilde değerlendirmek için tahmin performansı, sağlamlık ve genelleştirme performansı dahil olmak üzere üç metrik önerilmiştir.

Karşılaştırmanın daha kolay yapılabilmesi için, her modelin farklı test koşulları altındaki performansı sıralanarak puanlandırılmıştır. Daha yüksek performans gösteren modeller, daha yüksek puanlar almıştır. Tahmin performansı ve kaçırma önleme performansı, RMSE ve MAPE kriterleriyle değerlendirilmiştir. Gürültü bastırma performansında ise düzenleme etkisi temel değerlendirme ölçütü olarak alınmış, -35 dB ile -45 dB arasındaki hata değerleri yardımcı metrik olarak kullanılmıştır. Genelleme performansı ise, farklı bölümlerdeki hata dalgalanmaları ve ortalama MAPE değeri temel alınarak değerlendirilmiştir.

Şekil 5.25'te karşılaştırmalı sonuçlar incelendiğinde, aşağıdaki bulgular elde edilmiştir:

- Çoğu durumda, çok ölçekli ayrıştırma algoritmaları, sinir ağı modellerinin performansını önemli ölçüde artırabilmektedir. Bu algoritmalar eksik verilere karşı duyarlı olsa da, pratik uygulamalarda eksik verilerin etkisi genellikle interpolasyon veya makine öğrenimi yöntemleri ile azaltılabilmektedir.
- VMD ve WD, en yüksek genel performansa sahip çok ölçekli ayrıştırma yöntemleri olarak öne çıkmaktadır. VMD, tüm testlerde istikrarlı sonuçlar vermiş ve farklı trafik koşullarına uyum sağlayabilecek geniş bir uygulama alanı sunmuştur. WD, veri kaybına karşı yüksek hassasiyet göstermesine rağmen, veriler uygun şekilde ön işlenirse üstün bir ayrıştırma yöntemi olarak değerlendirilebilir.
- CEEMDAN ve WPD yöntemleri, benzer performans seviyeleri göstermiştir ve birbirlerinin yerine kullanılabilir. Eğer tahmin doğruluğu ve gürültü bastırma ön plandaysa WPD; modelin genelleme performansı öncelikli ise CEEMDAN tercih edilmelidir.
- EMD ve EEMD yöntemleri, genel olarak ortalama düzeyde performans sergilemiştir. Özellikle EMD, neredeyse tüm testlerde düşük başarı göstermiştir ve bu nedenle başka algoritmalarla kolayca değiştirilebilir. Bu nedenle, EMD'nin hiçbir durumda öncelikli olarak tercih edilmesi önerilmemektedir. EEMD ise düşük genel performansına rağmen güçlü bir gürültü direncine sahiptir ve yüksek oranda gürültü içeren ham trafik verilerinin analizinde dikkate alınabilir [62].



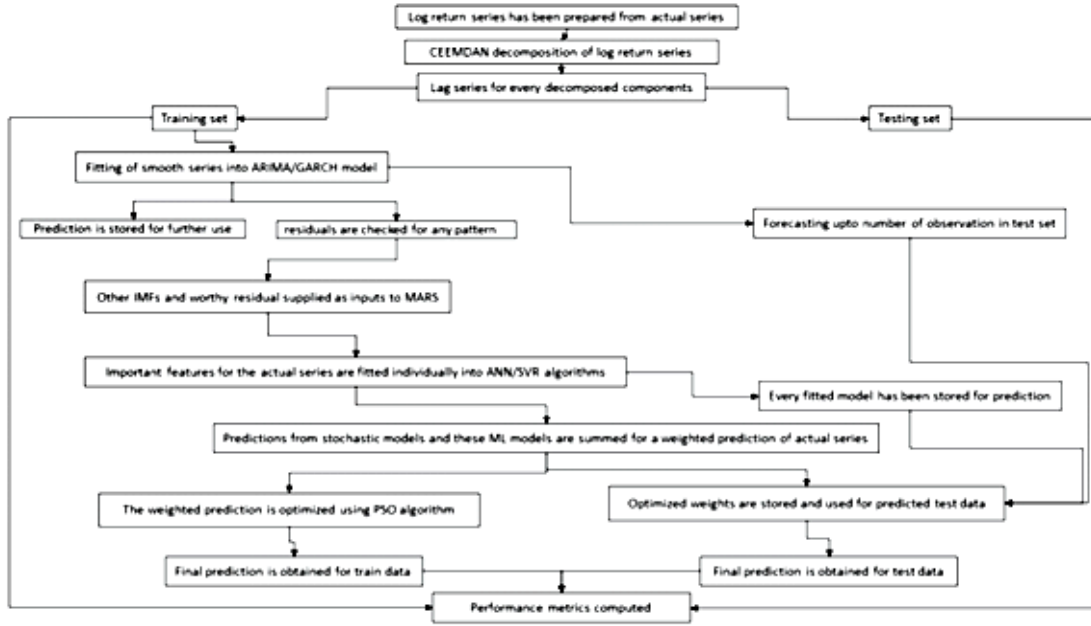
Şekil 5.25. Ayrıştırma algoritması değerlendirme, karşılaştırma [62]

5.15. CEEMDAN-Based Hybrid Machine Learning Models for Time Series Forecasting Using MARS Algorithm and PSO-Optimization [53]

Zaman serisi verilerinin doğru bir şekilde tahmin edilmesi, bilinçli karar alma süreçleri ve ekonomik kalkınma açısından büyük önem taşımaktadır. Ancak, gürültü içeren zaman serilerinin öngörülmesi; düzensizlik, karmaşık eğilimler ve belirsizlikler nedeniyle önemli bir zorluk oluşturmaktadır. Bu zorluklara rağmen, geçmişte hem stokastik yöntemler hem de makine öğrenimi teknikleri kullanılarak karmaşık zaman serilerinin modellenmesine yönelik çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada, Hindistan'ın büyük pazarlarında haftalık patates fiyatlarındaki oynaklığı tahmin edebilmek amacıyla, stokastik modellerle birleştirilmiş CEEMDAN tabanlı hibrit bir makine öğrenimi algoritması önerilmiştir. Ayrıştırma sonrası elde edilen düzgün bileşenler stokastik modeller aracılığıyla tahmin edilmiştir. Daha az düzenli (daha kaba) bileşenler ise, MARS yöntemiyle seçilmiş ve iki farklı makine öğrenimi algoritmasına entegre edilmiştir.

Orijinal seriye ait nihai tahminler, PSO (Parçacık Sürü Optimizasyonu) gibi optimizasyon teknikleri kullanılarak elde edilmiştir. CEEMDAN algoritması temel alınarak oluşturulan hibrit modelin geliştirme süreci ayrıntılı biçimde sunulmaktadır. Modelde ayrıca, MARS tabanlı bir özellik seçimi yöntemi uygulanmış ve yapı; ARIMA ile GARCH gibi stokastik modellerin yanı sıra, Yapay Sinir Ağı (ANN) ve Destek Vektör Regresyonu (SVR) gibi makine öğrenimi modelleriyle birleştirilmiştir.



Şekil 5.26. Önerilen metodoloji için adım adım prosedür [63]

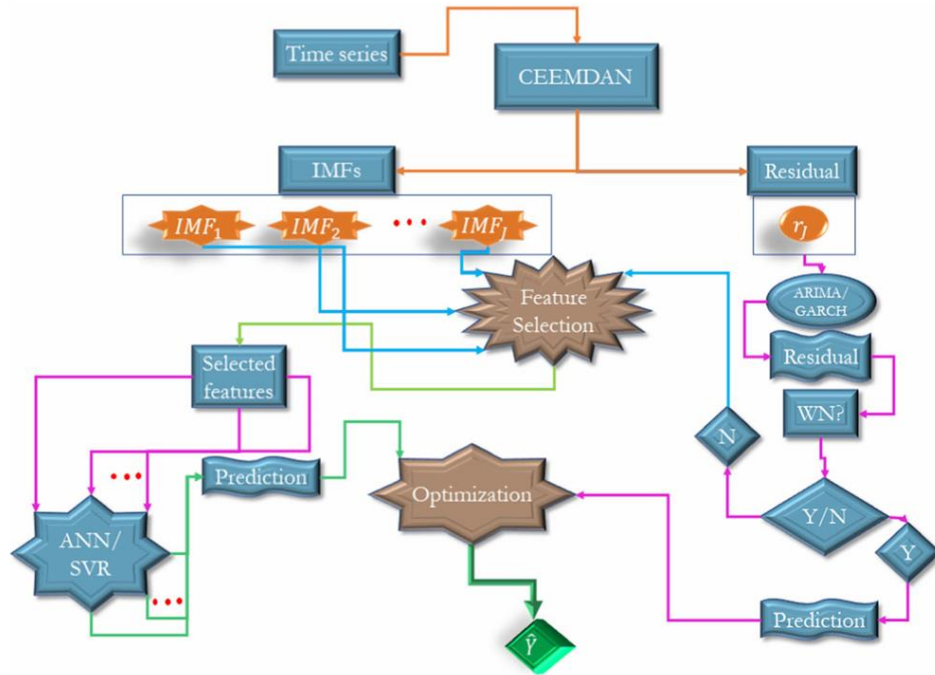
Modelin tahmin performansını artırmak amacıyla, tahmin bileşenlerinin ağırlıkları Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) yöntemi kullanılarak optimize edilmiştir. Algoritmanın adım adım oluşturulma süreci Şekil 5.26'da gösterilmekte olup aşağıda özetlenmektedir.

- Gerçek seri ve logaritmik getiri serisi hazırlanır; ardından, her iki seri için de gecikmeli (lag) seriler oluşturulur.
- Gerçek seri ve logaritmik getiri serisi için eğitim ve test veri setleri oluşturulur.
- Logaritmik getiri serisine CEEMDAN algoritması uygulanır ve elde edilen bileşenler eğitim ve test olmak üzere ikiye ayrılır.

- CEEMDAN yöntemiyle elde edilen eğitim verisinin düzgün (düşük frekanslı) bileşeni, ARIMA/GARCH modeli ile modellenir ve bu model kullanılarak test verileri için tahminler elde edilir.
- Dördüncü adımda elde edilen artıklar (residuals), olası desenler (pattern) açısından incelenir ve gerekli görülmesi hâlinde, altıncı adımda kullanılmak üzere saklanır.
- Üçüncü adımda elde edilen IMF bileşenleri ile beşinci adımda elde edilen artıklar üzerinde MARS algoritması kullanılarak özellik seçimi yapılır ve seçilen özellikler için gecikmeli (lag) seriler hazırlanır.
- Seçilen özellikler, ANN ve SVR algoritmaları kullanılarak, eğitim veri setleri üzerinde ayrı ayrı tahmin amacıyla kullanılır.
- Seçilen her bir özellik için oluşturulan modeller saklanır ve altıncı adımda hazırlanan veri çerçeveleri kullanılarak eğitim ve test verileri için tahminler gerçekleştirilir.
- ANN ve SVR modellerinden elde edilen tahminler, Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) algoritması kullanılarak birleştirilir ve optimize edilir.
- Tahmin sonuçları, geri dönüşüm (back-transform) işlemine tabi tutulur ve böylece gerçek eğitim ve test veri setleri için nihai tahmin değerleri elde edilir.

Algoritmanın performansı, RMSE, RRMSE, MAE, MAPE, MASE, ENS, WI ve ELM gibi çeşitli istatistiksel ölçütler kullanılarak değerlendirilmiştir.

Önerilen algoritmanın etkinliği, ARIMA/GARCH (ARIGA), ANN ve SVR gibi referans modellerle karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar, modellerin tahmin performansları temel alınarak yapılmıştır. Önerilen algoritmanın akış şeması Şekil 5.27’te sunulmuştur.



Şekil 5.27. CARIGAAN veya CARIGAS hibrit modelleri için akış şeması [63]

Önerilen algoritmanın performansı çeşitli değerlendirme metrikleri ile ölçülmüş ve optimizasyona dayalı model kombinasyonunun, bireysel yöntemlere kıyasla daha yüksek doğruluk sağladığı görülmüştür.

Sonuç olarak, bu çalışma; stokastik ve makine öğrenimi yaklaşımlarını, özellik seçimi ve optimizasyon teknikleriyle bütünleştirerek fiyat serilerinin tahmini için etkili ve umut vadeden hibrit bir model sunmaktadır [63].

6. DİNAMİK MOD AYRIŞTIRMA

Dinamik mod ayrıştırma (Dynamic Mode Decomposition-DMD), daha çok sıvı akışlarındaki doğrusal olmayan [64], geçici olayların analizi için kullanılan bir tekniktir ve 2010 yılında Schmid tarafından geliştirilmiştir. Giriş verileri, v_i sütunlarının bulunduğu $m \times n$ matrisi V olarak düzenlenir. Burada v_i sütunları, ayrıştırılacak boyuta bağlı olarak uzayda veya zamanda eşit aralıklı noktaları temsil eder.

Zamansal ayrıştırma durumunda, her sütun eşit aralıklı bir zaman adımını gösterir ve satırlardaki verilerin uzamsal sıralaması ve aralığı, sütunlar arasında tutarlılık sağlandığı sürece serbesttir. Uzamsal ayrıştırma durumunda her sütun toplulukların veya zaman adımlarının ve diğer tüm uzamsal koordinatların sıralaması ve aralığının, sütunlar arasında tutarlı olması koşuluyla, yine keyfi olduğu eşit aralıklı uzamsal koordinatlardaki tüm verileri temsil eder.

V skaler olmasına rağmen, vektör büyüklükleri, vektör veya tensör indeksleri ek boyutlar olarak dikkate alınarak ayrıştırılabilir. Bu durumda satır sayısı sırasıyla artırılır.

DMD'nin amacı, sistemin dinamik evrimini tanımlayan büyük boyutlu operatör A 'nın yaklaşık çözümünü elde etmektir. (Denklem (74))

$$V_2 = AV_1 \quad (74)$$

Burada $V_1 = [v_1 \dots v_{n-1}]$ ve $V_2 = [v_2 \dots v_n]$. A matrisinin birlik olmayan öğeleri, sistemin dinamik yapısına ilişkin bilgileri taşır; ancak sorun oldukça büyüktür. Bu nedenle problem, A 'nın özdeğerlerine yakın değerlere sahip, $(n - 1)^2$ boyutunda daha düşük boyutlu bir S matrisiyle temsil edilerek sadeleştirilir.

Kısaca V_1 'in bir QR- faktörizasyonu kullanılır. S matrisi Denklem (75)'deki gibi tanımlanır;

$$S = R^{-1}Q^H V_2 \quad (75)$$

Burada Q^H , Q matrisinin karmaşık eşlenik transpozudur. R^{-1} doğrudan ters çevrilemez, çünkü neredeyse tekidir. Daha ziyade, tekil değer ayrıştırması (SVD) yoluyla R 'ye bir sözde ters çevirme uygulanır. R 'nin SVD'si $R = U \Sigma W^H$, ayrışmasına izin verir ve sonuç olarak sözde ters çevirme Denklem (76)'daki gibi hesaplanabilir:

$$R^{-1} = W \Sigma^{-1} U^H \quad (76)$$

R^{-1} 'i hesaplamak için tekil değerlerin tam matrisi kullanılırsa, o zaman S , deneysel gürültü nedeniyle neredeyse tutarsız olacaktır. Bu, S 'nin önde gelen özdeğerlerini etkilemeden bırakırken 'gürültü' ile ilişkili terimleri ideal bir şekilde kaldırabilen bir filtrenin kullanılmasını gerektirir. Tekil değerler, V_1 'in ortogonal modlarının nominal POD enerjisini gösterdiğinden, tekil değer matrisinin bir derece indirgemesi, genellikle gürültü ile ilişkilendirilen çok az enerjili modları kesmek için kullanılabilir. İndirgeme şeması, en enerjik tekil değerlerin oranı olarak ifade edilen bir kesme enerjisi olan sıra azaltma oranı ile tanımlanır. Bu işlem, gürültüden kaynaklanan ve genel akış alanına çok az enerji katan hızla büyüyen veya bozulan modları ortadan kaldırarak özdeğer ayrışmasına izin veren bir gürültü filtresi görevi görür. Sıra azaltma eşiği, özellikle gürültülü veriler için çıktı spektrumunun kalitesini belirlemede önemli bir çalışma zamanı parametresidir.

S 'nin karmaşık özdeğerleri daha sonra yinelemeli bir Arnoldi yöntemi kullanılarak çözülebilir. Arnoldi yöntemi, ayrışma boyutundaki çok sayıda örnek noktası (10^3 veya daha yüksek) nedeniyle S büyük olduğunda özdeğerlerin daha hızlı hesaplanmasına izin verir. Doğrudan yöntemler daha az verimlidir, ancak çok zayıf SNR'de biraz daha doğrudur. [65].

6.1. Koopman Operatörü

Bernard Koopman tarafından 1931’de tanıtılan Koopman operetörü, sonsuz boyutlu bir gözlemlenebilirler uzayında evrimlerini doğrusallaştırarak doğrusal olmayan dinamik sistemleri analiz etmek için dönüştürücü bir bakış açısı sunar. Dinamikleri sabit noktalar veya periyodik yörüngeler etrafında doğrusallaştıran geleneksel yöntemlerin aksine Koopman operatörü çerçevesi doğrusal operatör teorisi aracılığıyla spektral analize olanak tanırken sistemin tam doğrusal olmama özelliğini korur. Bu yaklaşım son on yılda akışkanlar dinamiği, kontrol teorisi ve veri odaklı modellemede önemli bir ivme kazanmıştır [66].

6.1.1. Koopman Operetörünün Matematiksel Temelleri

Bir durum uzayı olan M ’de tanımlanmış ayrık zamanlı dinamik bir sistemi ele alınsın (Denklem (77)):

$$x_{k+1} = f(x_k), x_k \in \mathcal{M} \quad (77)$$

Koopman operetörü U skaler değerli gözlemlenebilir $g: M \Rightarrow C$ üzerine Denklem (78) etki eder:

$$Ug(x) = g(f(x)) \quad (78)$$

Önemli olarak, U doğrusal olmasa bile doğrusal kabul edilir ve bu da karmaşık dinamikleri ayrıştırmak için spektral yöntemlerin kullanılmasına olanak tanır. Denklem (79)’da $\phi_j(x)$ ve $\lambda_j \in C$, U ’nun özfonksiyonlarını ve özdeğerlerini gösterir.

$$U\phi_j(x) = \lambda_j\phi_j(x) \quad (79)$$

$g(x) = [g_1(x), \dots, g_p(x)]^T$ vektör değerli bir gözlemlenebilir olmak üzere, her bir $g_i(x)$ Koopman özfonksiyonlarının aralığı içinde yer alıyorsa, gözlemlenebilir denklem, Denklem (80)’de verildiği gibi genişletilebilir:

$$g(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(x)v_j \quad (80)$$

Burada $v_j \in C^p$, uzaysal yapıları kodlayan Koopman modlarıdır ve bunların zamansal evrimini λ_j , $|\lambda_j|$ (büyüme küçülme oranları) ve $\arg(\lambda_j)$ (frekanslar) aracılığıyla bunların zamansal evrimini belirler [66].

6.2. Yöntemin Matematiksel Uygulaması

DMD, doğrusal Koopman operatör konsepti kullanılarak geliştirilen, veriye dayalı, matris ayrıştırma tekniğidir. Temel olarak, sistemin altında yatan dinamikler hakkında fikir veren modal bir ayrıştırma algoritmasıdır. DMD algoritmasının temel özelliği, mevcut yöntemlerin modellerden herhangi biriyle sınırlı olduğu durumlarda verilerin hem uzamsal hem de zamansal kalıplarını çıkarma yeteneğidir. DMD metodolojisi, temel bileşen analizi (PCA) ve Fourier dönüşümü özelliklerini birleştirir.

Belirli bir sistem için zaman içerisinde alınan M ölçümünden, Δt aralığı ile ayrılmış iki gözlem matrisi (anlık görüntü matrisleri) X_1 ve X_2 oluşturulur. (Denklem (81)-(82))

$$X_1 = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{M-1}] \in R^{N \times (M-1)} \quad (81)$$

$$X_2 = [x_2 \ x_3 \ x_4 \ \dots \ x_M] \in R^{N \times (M-1)} \quad (82)$$

Her ölçüm vektörünün boyutu N 'dir ve iki gözlem matrisi zaman içinde örtüşmektedir. Sistemin yavaşça evrimleştiği varsayımı yapılarak M 'inci gözlem (veya anlık görüntü), kalıntı hatası (r) ile önceki $(M - 1)$ gözlemin doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilebilir. (Denklem (83))

$$X_M = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots a_{M-1} x_{M-1} + r \quad (83)$$

DMD algoritmasının amacı, Koopman yaklaşımını kullanarak doğrusal operatör A 'nın özayrışmasını hesaplamaktır. Denklem (84)'teki gibi tanımlanır:

$$AX_1 \approx X_2 \Rightarrow A = X_2 X_1^\dagger \quad (84)$$

Burada $\dagger$ sözde ters işlemi belirtir. Zamandan bağımsız operatör matrisi A , doğal sistem dinamiğine doğrusal bir yaklaşımdır ve özayrışması yoluyla tanımlanır. Dinamik modlar (ϕ_i) A 'nın benzersiz bir özdeğere sahip özvektörleridir (λ_i). Bununla birlikte, birçok pratik uygulama için, A büyük bir boyut matrisi olacak ve özayrışması bir hesaplama yükü haline gelecektir. Bu nedenle, sorunu çözmek için A 'nın aynı sıfır olmayan özdeğerlerini paylaşan derecesi indirgenmiş bir matris olan Z tanıtılmıştır. Böyle bir Z matrisi, Denklem (85)'den elde edilebilir.

$$X_2 \approx X_1 Z \quad (85)$$

Denklem (85)'de gösterilen bağıntı, X_2 'nin sütunlarını X_1 'in sütunlarının doğrusal birleşimi olarak ifade etmeye çalışır. Düşük dereceli Z matrisi, bilinmeyen katsayılar $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{M-1}]$ olan, bir eşlik eden tip matris olarak Denklem (86)'daki gibi tanımlanabilir:

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha_1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \alpha_{M-2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \alpha_{M-1} \end{bmatrix} \in R^{(M-1) \times (M-1)} \quad (86)$$

DMD algoritmasında yer alan ana adımlar şu şekilde açıklanmıştır,

1. Gözlem matrisinin tekil değer ayrıştırmasını (SVD) hesaplanır X_1 gibi (Denklem (87))

$$X_1 \approx U \sum V^U \quad (87)$$

Burada $U \in C^{N \times K}$, $\sum \in C^{K \times K}$, $V \in C^{M \times K}$, K , X_1 'e indirgenmiş SVD yaklaşımının sıralamasını temsil eder.

2. Yardımcı tipi matris Z Denklem (88)-(89)'dan hesaplanır:

$$X_2 \approx X_1 Z \Rightarrow U \sum V^H Z \quad (88)$$

$$Z = V \sum^\dagger U^H X_2 \quad (89)$$

3. Z 'ye benzer olan $\tilde{Z}$ hesaplanır. (Denklem (90))

$$\tilde{Z} = U^H X_2 V \sum^\dagger \quad (90)$$

Matris $\tilde{Z}$ matematiksel olarak Z 'ye benzer. Benzer matrisler aynı özdeğerleri paylaşır ve bu nedenle $\tilde{Z}$, A 'nın özayrışmasını yaklaşık olarak tahmin etmek için kullanılır.

4. $\tilde{Z}$ 'nin özayırışması Denklem (91)'den hesaplanır:

$$AU \sum V^H = X_2 \Rightarrow AU = X_2 V \Sigma^\dagger \quad (91)$$

Her iki tarafta U^H ile önçarpım işlemi yapılırsa,

$$U^H AU = U^H X_2 V \Sigma^\dagger = \tilde{Z} \quad (92)$$

$$AU = U \tilde{Z} = U(W \Omega W^\dagger) \Rightarrow A(UW) = (UW) \Omega \quad (93)$$

Burada $W \Omega W^\dagger$, $\tilde{Z}$ 'nin özayırışmasıdır. Özvektör matrisi W , Denklem (94)'deki gibi görselleştirilebilir:

$$W = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_{M-1}] \quad (94)$$

Özdeğerlerin köşegen matrisi, Ω Denklem (95)'deki gibi görselleştirilir:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & \lambda_{M-2} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_{M-1} \end{bmatrix} \quad (95)$$

5. *Dinamik mod matrisi* Φ Denklem (96)'da verildiği gibi hesaplanır:

$$\Phi = UW \Rightarrow \Phi = X_2 V \Sigma^\dagger W \quad (96)$$

Burada Φ , $(M - 1)$ sütunu A 'nın özvektörlerini temsil eden matristir ve Ω , A 'nın özdeğerlerini içeren bir köşegen matristir. Φ 'nin sütunları benzersiz özdeğer λ_i ile dinamik mod Φ_i 'yi temsil eder [67].

6.3. Dinamik Mod Ayırıştırma Türlerinin Sınırlamaları

6.3.1. Spektral Kirlilik (yanıltıcı modlar)

Sonsuz boyutlu operatörlerin spektrumlarını hesaplamamanın bilinen zorluklarından biri, sayısallaştırmaların operatörle ilgisi olmayan ve genellikle hiçbir fiziksel anlamı olmayan sahte özdeğerlerin ortaya çıkmasına neden olduğu spektral kirliliktir. DMD tipi yöntemler genellikle spektral kirlilikten muzdariptir ve incelenen sistemle fiziksel olarak ilgisi olmayan modlar üretebilir. Spektral kirliliği en az varsayımla tespit etmenin ilkesel bir yoluna sahip olmak son derece arzu edilir [68].

6.3.2. Değişmez Altuzaylar.

$\mathcal{K}$ 'nin sonlu boyutlu bir invariant altuzayı, $G = \text{span}\{g_1, \dots, g_k\}$ gözlemleri uzayıdır ve tüm $g \in G$ için $\mathcal{K}g \in G$ olacak şekilde tanımlanır. Önemsiz olmayan sonlu boyutlu invariant uzaylar her zaman var olmayabilir (örneğin, sistem karışılıyorsa), hesaplaması zor olabilir veya ilgilenilen tüm dinamikleri yakalayamayabilir. Genellikle, yaklaşık invariant altuzaylarla yetinmek gerekir ve DMD tipi yöntemler kapanış problemlerine yol açabilir [68].

6.3.3. Sürekli Spektrumlar

$\mathcal{K}$ operatörü sürekli bir spektruma sahip olabilir, bu da kaotik veya türbülanslı akışın genel bir özelliğidir. Zorlu bir meydan okuma, sürekli spektrumla başa çıkmaktır, çünkü sonlu boyutlu bir operatöre indirgemek onun varlığını yok eder. $\mathcal{K}$ 'nın sürekli spektrumlarını hesaplamak için mevcut olan çoğu parametrik olmayan yaklaşım, öngörülen sistemlerle sınırlıdır, çünkü bu, ilgili integrallerin uzun zaman ortalamaları kullanılarak hesaplanmasına olanak tanır [68].

6.3.4. Doğrusallık Dışılık ve Yüksek Boyutlu Durum Uzayı

Birçok akışkan akışı için, örneğin türbülanslı fenomenlerde, ilgili dinamik sistem güçlü şekilde doğrusal değildir ve çok büyük bir durum uzayı boyutuna sahiptir. Geleneksel öğrenme yöntemleri hâlâ yakınsama teorisine sahip olunamaması ve öğrenilmiş sözlüğün uygun olduğunu sonradan doğrulama yapılabilmemesidir [68].

7. DİNAMİK MOD AYRIŞTIRMA TÜRLERİ

7.1. Rastgele Dinamik Mod Ayrıştırma

Birçok durumda, geleneksel DMD yöntemi yüksek boyutlu veri işleme zorluğuyla karşı karşıyadır. Veri miktarı çok büyük olduğunda, hesaplama süresi ve bellek gereksinimleri çok büyük olacaktır. Bu nedenle, yaklaşık düşük dereceli DMD'nin hesaplanmasını hızlandırmak için randomize lineer cebir yöntemini kullanmak doğal görünmektedir.

Rastgele Tekil Değer Ayrıştırması (RSVD) temelinde, orijinal yüksek boyutlu veri matrisi rastgele doğrusal eşleme ile azaltılır ve indirgenmiş veriler, Rastgele Dinamik Mod Ayrıştırması (Randomized Dynamic Mode Decomposition-RDMD) olarak adlandırılan DMD ile ayrıştırılır. Bu yöntemde, hesaplama karmaşıklığını azaltmak ve verilerin ana bilgilerini korumak için özel olarak rastgele bir matris kullanılır [66].

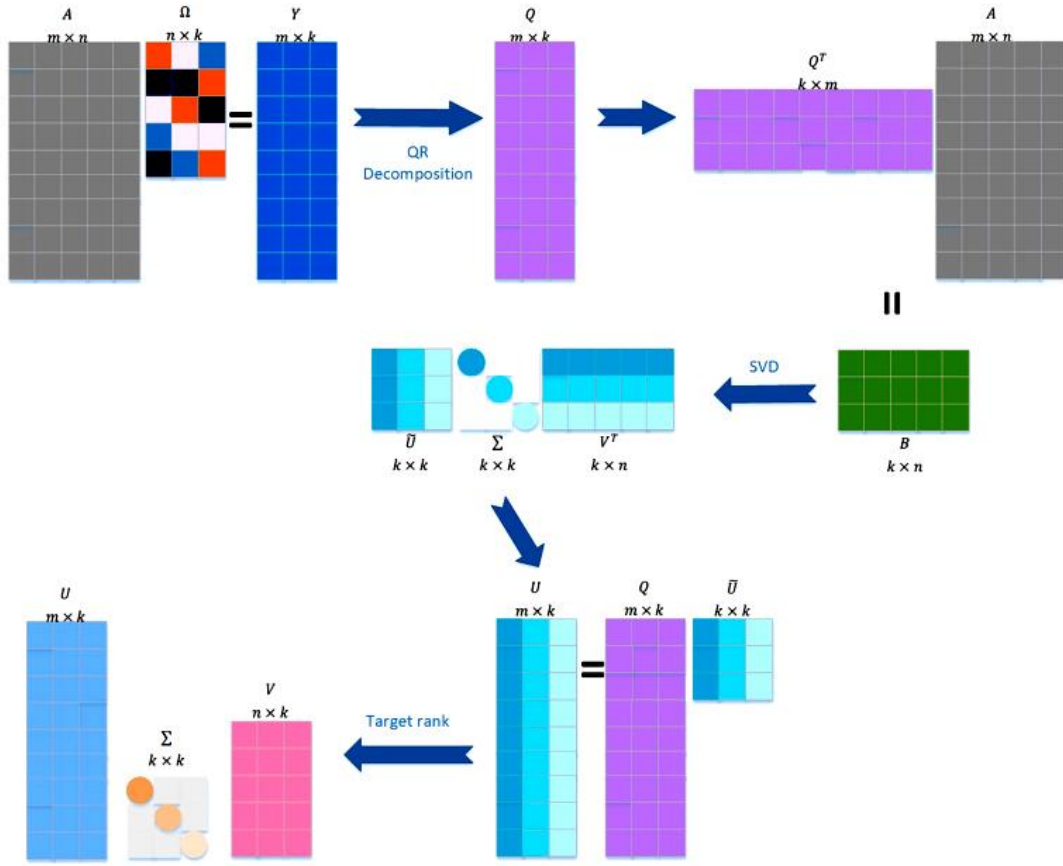
7.1.1. Rastgele Tekil Değer Ayrıştırmaları

SVD, düşük dereceli yaklaşımlar elde etmek için kullanılabilecek sayısal olarak kararlı bir matris ayrıştırması sağlar ve DMD'nin arkasındaki iş gücü algoritması olduğuna inanılır. Rastgele teknoloji, matris hesaplamalarını hızlandırmak için bir yöntemdir. Rastgele projeksiyon ve örnekleme tekniklerini tanıtarak, belirli bir doğruluk sağlarken hesaplama karmaşıklığını önemli ölçüde azaltabilir. Bu nedenle, randomize teknolojinin SVD algoritmasına dahil edilmesi, yaklaşık bir $rank - k$ tekil değer ayrıştırması elde edilebilir. A 'nın boyutları büyük olduğunda, bu, tam SVD'yi kesmekten önemli ölçüde daha verimlidir. RSVD, bazı rastgele teknikler kullanılarak yaklaşık olarak hesaplanır. Standart SVD ile karşılaştırıldığında aşağıdaki avantajlara sahiptir.

1. Daha hızlı hesaplama hızı: RSVD, matrisin yaklaşık tekil değer ayrıştırmasını daha kısa sürede, genellikle standart SVD'den daha hızlı hesaplayabilir.
2. Daha küçük alan gereksinimi: RSVD matrisin yalnızca bir kısmını hesapladığından, gereken depolama alanı daha küçük olacaktır.
3. Büyük ölçekli matrislerin işlenmesi için uygundur: Hesaplama hızı ve alan gereksinimlerinin sınırlı olması nedeniyle, standart SVD genellikle çok büyük matrisleri işleyemezken, RSVD büyük ölçekli matrisleri yaklaşık olarak hesaplayabilir.

Özetle RSVD, zaman ve mekân açısından avantajlara sahip olan ve büyük ölçekli matrisleri işleyebilen, matrislerin tekil değer ayrışımına yaklaşmak için etkili bir yöntem sağlar.

$A \in R^{m \times n}$, $m \geq n$ olmak üzere düşük dereceli bir matris olsun. $A \approx U_k \sum_k V_k^T$ formundaki en iyiye yakın düşük dereceli yaklaşım, burada k hedef dereceyi belirtir. İlk olarak, orijinal matris A 'dan rastgele eşleme ile k sütun seçilir ve yeni bir matris Y elde edilir. İkinci olarak, Y QR ayrıştırması ile ortogonal matris Q ve üst üçgen matris R 'ye ayrıştırılır. Daha sonra, düşük dereceli yaklaşım matrisi ortogonal matris ve orijinal matris kullanılarak hesaplanır. Son olarak, matris SVD ile ayrıştırılarak orijinal matrisin düşük dereceli matrisi elde edilir. Bu işlem, orijinal matrisin SVD ayrışımı tamamen hesaplanmadan orijinal matrisin düşük dereceli yaklaşım matrisini elde edebilir. RSVD'nin temel fikirleri Şekil 7.1'de taslak olarak gösterilmektedir [66].



Şekil 7.1. RSVD'nin ait kavramsal mimarisi [66]

7.2. Düşük Dereceli Dinamik Mod Ayrıştırma

Schmid'in DMD algoritması [64], optimizasyon problemi (Denklem (97)) için en uygun rank- N çözümü sağlar. Aşağıda Denklem (97) için $r < N$ olan önceden belirlenmiş bir ranka sahip çözüm sunulmuştur.

$$\text{minimize}_F \|(U^* \Psi_1^N V \Sigma^{-1} - F) \Sigma\|_F^2 \quad (97)$$

Bu kısıtlama altında, deneysel veya sayısal anlık görüntülerin sıfır olmayan zamanlardaki yaklaşım kalitesini etkileyen mod sayısı r 'ye indirilir. Değişkenlerin basit bir değişimi,

$$H = U^* \Psi_1^N V, F_\Sigma = F \Sigma \quad (98)$$

Denklem (97) aşağıdaki optimizasyon problemine dönüştürülür.

$$\text{minimize}_{F_\Sigma} \|H - F_\Sigma\|_F^2 \quad (99)$$

H matrisinin tekil değer ayrışımının iyi bilindiği gibi,

$$H = U_h \Sigma_h V_h^* = \sum_{i=1}^N \sigma_{hi} u_{hi} v_{hi}^* \quad (100)$$

Denklem (99) optimizasyon problemine en uygun r sıralı çözümü F_r 'yi sağlar. F_{dmd} 'ye ilişkin rank- r yaklaşım aşağıdaki gibi belirlenir.

$$F_r = \left(\sum_{i=1}^r \sigma_{hi} u_{hi} v_{hi}^* \right) \Sigma^{-1} \quad (101)$$

Full-rank DMD prosedürünü takiben, F_r 'nin özdeğer ayrıştırması

$$F_r Y_r = \Lambda_r Y_r \quad (102)$$

Artık low-rank dereceli DMD modlarının matrisini belirlemek için θ kullanılabilir.

$$\theta = [\theta_1 \dots \theta_N] = U Y_r \in \mathbb{C}^{M \times N} \quad (103)$$

Full-rank durumuna benzer şekilde, orijinal veri dizisi, genlikleri ve zaman bağımlılıkları tarafından uygun şekilde ağırlıklandırılan dinamik modların doğrusal bir kombinasyonu kullanılarak yaklaşık olarak hesaplanabilir.

$$\Psi_t = \sum_{i=1}^N \beta_i \lambda_i^t \theta_i, \quad t \in \{0, \dots, N-1\} \quad (104)$$

Denklem (104)'deki yalnızca r özdeğerleri (örneğin $\{\lambda_1, \dots, \lambda_r\}$) sıfırdan farklı olduğundan, $t \in \{1, \dots, N-1\}$ için yaklaşık değerin kalitesi, F_r matrisinin r sıfırdan farklı özdeğerleriyle ilişkili genlikler $\{\beta_1, \dots, \beta_r\}$ tarafından belirlenir. Optimal genlikleri belirleme sorununa aşağıdaki optimizasyon problemini çözerek yaklaşılabılır.

$$\text{minimize}_{\beta} \left\| \sum V^* - Y_R D_{\beta} V_{and}^{\lambda} \right\|_F^2 \quad (105)$$

Burada $\beta = [\beta_1 \dots \beta_N]^T \in \mathbb{C}^N$ bilinmeyen genliklerin vektörüdür, $D_{\beta} = \text{diag}\{\beta\}$ ve V_{and}^{λ} , F_r 'nin özdeğerleri $\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ 'ye karşılık gelen $N \times N$ Vandermonde matrisidir. Alternatif olarak F_r matrisinin sıfır olmayan özellikleriyle ilişkili olan $\{\beta_1, \dots, \beta_r\}$ genlikleri, $\{\Psi_1, \dots, \Psi_{N-1}\}$ 'i en iyi şekilde yaklaştırmak için belirlenebilir ve kalan $\{\beta_{r+1}, \dots, \beta_N\}$ genlikleri, başlangıç koşulu Ψ_0 en iyi şekilde yaklaştırılmasını sağlamak için belirlenebilir.

Düşük dereceli DMD modları ve ilişkili özdeğerler, standart DMD karşılıklarının bir alt kümesini temsil etmez; aslında, birbirlerinden çok farklı olabilirler [69].

7.3. Seyrek Dinamik Mod Ayrıştırma

Seyrek DMD (Sparse Dynamic Mode Decomposition) türünde, anlık görüntü dizisinin yaklaşım kalitesi üzerinde en derin etkiye sahip olan DMD mod alt kümesini seçme sorununa odaklanılır. Bu bağlamda, veri dizisinin dinamik modlar kümesi cinsinden hiyerarşik tanımına bakılır. Yaklaşım iki adımda oluşmaktadır. İlk adımda tam veri dizisine ilişkin yaklaşım hatası ile çıkarılan mod sayısı arasında kullanıcı tanımlı bir denge sağlayan bir seyreklilik yapısı aranır. İkinci adımda, genlikler için (ilk adımda tanımlanan) seyreklilik yapısı sabitlenir ve sıfır olmayan genliklerin optimum değerleri belirlenir. Bu soruna aşağıdaki amaç fonksiyonu $J(\alpha)$ 'yı vektördeki sıfır olmayan elemanların sayısını cezalandıran ek bir terim olan $\text{card}(\alpha)$ ile genişletilerek yaklaşılr.

$$\underset{\alpha}{\text{minimize}} \quad J(\alpha) = \left\| \sum V^* - YD_{\alpha}V_{and} \right\|_F^2 \quad (106)$$

Bilinmeyen genlikli α ,

$$\underset{\alpha}{\text{minimize}} \quad J(\alpha) + \gamma \text{card}(\alpha) \quad (107)$$

Değiştirilmiş optimizasyon probleminde Denklem (107), γ , α vektörünün seyrekliğine vurgu yapıldığını yansıtan pozitif bir parametredir. Daha büyük γ değerleri, α vektöründeki sıfır olmayan elemanların sayısına (en küçük kareler yaklaşımının kalitesine göre, $J(\alpha)$), daha fazla vurgu yapar ve böylece Denklem (107) için daha seyrek çözümlerin bulunmasını teşvik eder. Genel olarak, Denklem (107) problemine çözüm bulmak, ilgi duyulan herhangi bir problem için hızla çözümsüz hale gelen bir kombinatoriyal aramaya dönüşür. Bu çıkmazı aşmak için, Denklem (107)'nin, kardinalite fonksiyonunu vektör α 'nın l_1 -normuyla değiştirerek elde edilen daha esnek bir versiyonu ele alınmıştır. Böylece ikame optimizasyon problemi elde edilir.

$$\underset{\alpha}{\text{minimize}} \quad J(\alpha) + \gamma \sum_{i=1}^N |\alpha_i| \quad (108)$$

Seyrekliği arttıran DMD (sparsity-promoting DMD) problemi (Denklem (108)), küçük ve orta ölçekli küresel çözümü standart optimizasyon çözümleri kullanılarak bulunabilen bir dışbükey optimizasyon problemidir. Ayrıca, büyük ölçekli problemler için Denklem (108)'i çözmek üzere verimli yinelemeli algoritmalar geliştirilmiştir [69].

DeneySEL veya sayısal anlık görüntülerin yaklaşım kalitesi ile DMD modlarının sayısı arasında belirli bir denge sağlandıktan sonra, bilinmeyen genlik vektörünün seyreklik yapısı düzeltilir ve aşağıdaki kısıtlı dışbükey optimizasyon probleminin çözümü olarak yalnızca sıfır olmayan genlikler belirlenir:

$$\underset{\alpha}{\text{minimize}} \quad \left\| \sum V^* - YD_{\alpha}V_{and} \right\|_F^2 \quad (109)$$

$$E^T \alpha = 0 \quad (110)$$

Bu ifadede $E \in R^{N \times m}$ matrisi, α vektörünün seyreklik yapısı hakkında bilgi kodlar. E 'nin sütunları sıfır olmayan elemanları α 'nın sıfır bileşenine karşılık gelen R^N 'deki birim vektörlerdir. Örneğin $\alpha \in C^4$ için

$$\alpha = [\alpha_1 \ 0 \ \alpha_3 \ 0]^T \quad (111)$$

E matrisi Denklem (112) verilir [69]:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (112)$$

7.4. Seyrekliği Teşvik Eden Rastgele Dinamik Mod Ayrıştırması

DMD, veri boyutluluğunun azaltılmasında belirli bir rol oynayan akış alanının dinamik evrimini tanımlamak için modları çıkarabilir. Ancak viskoelastik akış için büyük miktarda veri, yüksek boyut ve yüksek hesaplama maliyeti sorunları vardır ve DMD iyi bir boyut azaltma etkisi gösteremez. Bu nedenle, dairesel silindir etrafındaki viskoelastik akıştaki yüksek boyutlu problemi çözmek için seyrekliği destekleyen fikri rastgele teknolojiyle birleştirilerek Seyrekliği Destekleyen Rastgele Dinamik Mod Ayrıştırma (Sparsity Promoting Randomized Dynamic Mode Decomposition -SP-RDMD) adı verilen bir hibrit algoritma önerilmiştir.

Önerilen SP-RDMD, yüksek boyutlu zamanla değişen sistemlerin temel özelliklerini çıkarmak için kullanılabilen veri odaklı bir boyut azaltma tekniğidir. Bu yöntemde, yüksek boyutlu zamanla değişen sistemin durumu öncelikle ayrıştırılır, örneklenir ve görüntü matrisi oluşturulur. Ardından, anlık görüntü matrisi, orijinal matrisin düşük dereceli yaklaşım matrisini elde etmek için rastgele SVD yöntemi ile ayrıştırılır. İkinci olarak, elde edilen yaklaşık matris, dinamik modu ve sistemin karşılık gelen içsel frekansını elde etmek için RDMD'ye tabi tutulur. Bu dinamik modlar, sistemin davranışının anlaşılmasına ve tahmin edilmesine yardımcı olabilir. Son olarak, içsel dinamik mod, orijinal sistemin durumunu geri yüklemek ve temel özelliklerini çıkarmak için kullanılır. Aynı zamanda, dinamik modu katsayı matrisiyle çarparak, orijinal sistemin durumu, modelin geçerliliğini doğrulamak için yeniden oluşturulabilir. Aşağıda, bir yeniden yapılandırma optimizasyon problemi sırasında DMD genlikleri α vektöründeki seyrekliği arttırarak modları seçmek için seyrekliği arttırmanın nasıl kullanıldığı açıklanmıştır.

1. Bir anlık görüntü matrisi A ve bir hedef sıralaması k verildiğinde, neredeyse optimum baskın dinamik modlar W ve özdeğerler Λ hesaplanır.
2. Yaklaştırma kalitesi, p aşırı örnekleme ve güç yinlemelerinin q hesaplanması yoluyla kontrol edilebilir.

Doğal olarak bilinmeyen genlik vektörü $D_\alpha[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_3]^T$ Denklem (113) ile çözülebilir:

$$\min_\alpha \|X - \Phi D_\alpha V_{and}\|_F^2 \quad (113)$$

Daha sonra, $X = \tilde{U} \tilde{\Sigma} \tilde{V}^*$ 'in rastgele SVD'si ve matrisin tanımı $\Phi = \tilde{U} W$, Denklem (114)'ü hesaplamak için kullanılır:

$$\min J(\alpha)_\alpha = \|\Sigma \tilde{V}^* - W D_\alpha V_{and}\|_F^2 \quad (114)$$

Denklem (114)'ün amaç fonksiyonu $J(\alpha)$ eşdeğer olarak Denklem (115)'deki gibi ifade edilebilir:

$$J(\alpha) = \alpha^* p \alpha - q^* \alpha - \alpha^* q + s \quad (115)$$

Burada

$$\begin{aligned} p &= (Y^* Y) \circ \overline{(V_{and} V_{and}^*)} \\ q &= \overline{diag(V_{and} V \Sigma^* Y)} \\ s &= trace(\Sigma^* \Sigma) \end{aligned} \quad (116)$$

Buna göre DMD modunun optimum genlik vektörü Denklem (117)'de verildiği gibi hesaplanır:

$$D_\alpha = p^{-1} q = \left((Y^* Y) \circ \overline{(V_{and} V_{and}^*)} \right)^{-1} \overline{diag(V_{and} V \Sigma^* Y)} \quad (117)$$

Yöntemde, D_α girişlerini çözmek için SP-RDMD iki adıma bölünür:

İlk adımda, çıkarılan mod sayısı ile tam veri dizisine ilişkin yaklaşım hatası arasında kullanıcı tarafından tanımlanan bir denge elde etmek için bir seyreklik yapısı aranır ve bu yapı Denklem (118)'deki gibidir:

$$\min J(\alpha)_\alpha + \gamma \|\alpha\|_1 \quad (118)$$

Burada $\|\alpha\|_1$, α 'daki sıfır olmayan girişlerin sayısını azaltmak için temsilci görevi gören bir l_1 düzenleme azaltıcısıdır ve γ , $\alpha \in \mathbb{C}^r$ vektörünün seyrekliğinin ağırlığını yansıtan bir seyreklik teşvik parametresidir. γ değeri ne kadar büyükse, α vektöründeki sıfır olmayan eleman sayısına o kadar fazla vurgu yapılır ve bu da seyrek çözümleri teşvik eder.

İkinci adımda, algoritma, genlik vektörünün seyreklik yapısını düzeltmek ve sıfır olmayan genliklerin optimum değerini aşağıdaki gibi belirlemek olan mod genlikleri α için çözümleme yapar:

$$\begin{aligned} \min J(\alpha) \\ s. t. E^T \alpha = 0 \end{aligned} \quad (119)$$

Denklem (119)'da verilen optimizasyon probleminde, genlik vektörünün seyrek yapı bilgisi E matrisi tarafından yansıtılır. E 'nin sütunları birim vektörlerden oluşur, sıfır olmayan elemanlar sıfır genliğe sahip RDMD modlarına karşılık gelir. Özetle, optimizasyon problemi (Denklem (118)), genlik vektöründeki sıfır olmayan girişlerin konumunu elde etmek için kullanılır ve optimizasyon problemi (Denklem (119)), bu sıfır olmayan girdilerin değerlerini tüm veri dizisine en iyi şekilde yaklaşmak ve ayarlamak için uygulanır [66].

7.5. Genişletilmiş Dinamik Mod Ayrıştırma

Standart DMD algoritması, doğrusal olmayan sistemlerdeki periyodik ve yarı periyodik davranışları doğru bir şekilde karakterize edebilir. Ancak, doğrusal gözlemlenebilirliğe dayalı DMD modelleri genellikle gerçekten doğrusal olmayan fenomenleri yakalamakta başarısız olur. Genişletilmiş DMD (Extended Dynamic Mode Decomposition-EDMD) doğrusal olmayan gözlemlenebilirliğe izin vererek bu sınırlamayı ele alır. EDMD $X = (x^{(1)} \ x^{(2)} \ \dots \ x^{(M)}) \in \mathbb{R}^{d \times M}$, $Y = (y^{(1)} \ y^{(2)} \ \dots \ y^{(M)}) \in \mathbb{R}^{d \times M}$ denklemlerindeki anlık görüntü verilerini kullanarak K 'nın sonlu boyutlu bir yaklaşımını oluşturur. Öncelikle $L^2(\Omega, \omega)$ uzayında ω 'nın durum uzayı Ω üzerinde pozitif (mutlaka sonlu değil) bir ölçü olduğu bir sözlük olan $\{\psi_1, \dots, \psi_N\}$, yani bir gözlemlenebilirler listesi seçilir. Bu gözlemlenebilirler sonlu boyutlu bir alt uzay olan $V_N = \text{span}\{\psi_1, \dots, \psi_N\}$ 'i oluşturur. EDMD, V_N üzerindeki K değerine yaklaşmak amacıyla $K \in \mathbb{C}^{N \times N}$ matrisini seçer:

$$[K\psi_j](x) = \psi_j(F(x)) \approx \sum_{i=1}^N (K)_{ij} \psi_i(x), \quad 1 \leq j \leq N \quad (120)$$

Vektör değerli bir özellik haritası $\Psi(x) = [\psi_1(x) \ \dots \ \psi_N(x)] \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ olarak tanımlanır. Herhangi bir $g \in V_N$, $g \in \mathbb{C}^N$ bazı vektörler için $g(x) = \sum_{j=1}^N \psi_j(x) g_j = \Psi(x)g$ olarak yazılabilir. Bundan Denklem (121) sonucu çıkar:

$$[Kg](x) = \Psi(F(x))g = \Psi(x)(Kg) + \left(\sum_{j=1}^N \psi_j(F(x))g_j - \Psi(x)(Kg) \right) \quad (121)$$

Genellikle V_N , K 'nın değişmez bir alt uzayı değildir ve K seçiminin olmaması $R(g, x)$ 'i tüm $g \in V_N$ ve ω —hemen hemen her $x \in \Omega$ için sıfır yapar. Dolayısıyla, K bir çözüm olarak seçilir.

$$\min_{K \in \mathbb{C}^{N \times N}} = \left\{ \int_{\Omega} \max_{\substack{g \in \mathbb{C}^N \\ \|c_g\|_{l^2}=1}} |R(g, x)|^2 d\omega(x) = \int_{\Omega} \|\Psi(F(x))C^{-1} - \Psi(x)KC^{-1}\|_{l^2}^2 d\omega(x) \right\} \quad (122)$$

Burada C , $g = \Psi g$ boyutunu kontrol eden ters çevrilebilir, pozitif, kendine eşlenik bir matristir.

Denklem (122)'deki integrali, düğümleri $\{x^{(m)}\}_{m=1}^M$ ve ağırlıkları $\{\omega_m\}_{m=1}^M$ olan bir kareleme kuralıyla yaklaşık olarak hesaplanır. Notasyon kolaylığı için, $W = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_M)$ ve

$$\Psi_X = \begin{pmatrix} \Psi(x^{(1)}) \\ \vdots \\ \Psi(x^{(M)}) \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{M \times N}, \quad \Psi_Y = \begin{pmatrix} \Psi(y^{(1)}) \\ \vdots \\ \Psi(y^{(M)}) \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{M \times N} \quad (123)$$

Denklem (122) ayrıklaştırılmış versiyonu aşağıdaki ağırlıklı en küçük kareler problemidir:

$$\min_{K \in \mathbb{C}^{N \times N}} = \left\{ \sum_{m=1}^M \omega_m \|\Psi(y^{(m)})C^{-1} - \Psi(x^{(m)})KC^{-1}\|_{l^2}^2 = \|W^{1/2}\Psi_Y C^{-1} - W^{-1}\Psi_X C^{-1} - W^{\frac{1}{2}}\Psi_X K C^{-1}\|_F^2 \right\} \quad (124)$$

Burada $\|\cdot\|_F$ Frobenius normunu belirtir. Gerekirse sözlüğün boyutunu küçültürük, genelliği kaybetmeden $W^{1/2}\Psi_X$ 'nin N derecesine sahip olduğu varsayılabilir. Denklem (124)'ün çözümü şudur:

$$K = \left(W^{\frac{1}{2}}\Psi_X\right)^{\dagger} W^{1/2}\Psi_Y = (\Psi_X^* W \Psi_X)^{\dagger} \Psi_X^* W \Psi_Y \quad (125)$$

Burada ' $\dagger$ ' sözde tersini ifade eder. Bu çözüm C 'den bağımsız olsa da, diğer varyantlarda doğru C 'yi seçmek hayati önem taşır. Matrislerin tanımı

$$G = \Psi_X^* W \Psi_X = \sum_{m=1}^M \omega_m \Psi(x^{(m)})^* \Psi(x^{(m)}), A = \Psi_X^* W \Psi_Y = \sum_{m=1}^M \omega_m \Psi(x^{(m)})^* \Psi(y^{(m)}) \quad (126)$$

Eğer karesel yakınsama varsa o zaman

$$\lim_{M \rightarrow \infty} G_{jk} = \langle \Psi_k, \Psi_j \rangle \quad \text{ve} \quad \lim_{M \rightarrow \infty} A_{jk} = \langle K \Psi_k, \Psi_j \rangle, \quad (127)$$

Burada $\langle \cdot, \cdot \rangle$, $L^2(\Omega, \omega)$ ile ilişkili iç çarpımdır.

Buradan K 'nın büyük veri sınırı $M \rightarrow \infty$ 'da $P_{V_N} K P_{V_N}^*$ 'nin matris gösterimine yaklaştığı sonucu çıkar. Burada, P_{V_N} , V_N üzerine ortogonal izdüşümü ifade eder. Dolayısıyla, büyük veri sınırında EDMD, giriş bölümünde tartışılan sorundan muzdarip olabilen sözde sonlu kesit yöntemine karşılık gelir. Genel olarak, EDMD güçlü operatör topolojisinde yakınsar, bu da spektral özelliklerin yakınsaması anlamına gelmez [70].

Genellikle, EDMD, temel işlevler $D = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{N_K}\}$ verildiğinde N_K 'lı bir sözlük seçer, burada $\psi_i: M \rightarrow \mathbb{C}$ bir skaler değerli işlevdir. D 'nin açıklığı F_D olarak gösterilir, o zaman herhangi bir $\psi \in F_D$ işlevi, D 'deki öğelerin doğrusal bir üst üste binmesi olarak gösterilebilir.

$$\psi(x) = \sum_{i=1}^{N_K} a_i \psi_i = a^T \Psi(x) \quad (128)$$

$\mathcal{K}$ doğrusal bir operatör olduğundan, EDMD, aşağıdaki optimizasyon problemi tarafından yönetilen sonlu boyutlu yaklaşımını elde etmek için $K \in \mathbb{C}^{N_K \times N_K}$ doğrusal bir matris üretmeyi amaçlamaktadır.

$$K = \underset{\bar{K} \in \mathbb{C}^{N_K \times N_K}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^M \|\Psi(y_i) - \bar{K}\Psi(x_i)\|_2 \quad (129)$$

Burada $\|\cdot\|_2$ 2- normu belirtir. Üstteki denklemin çözümü

$$K = G^\dagger A \quad (130)$$

$$G = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Psi(x_i) \Psi(x_i)^T \quad (131)$$

$$A = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Psi(x_i) \Psi(y_i)^T \quad (132)$$

Burada $\dagger$ Moore – Penrose sözde-tersini temsil eder. Özdeğer problemini çözerek Koopman özdeğerlerinin ve özfonksiyonlarının yaklaşık değerini elde etmek kolaydır. K 'nın özdeğerlerinin $\mathcal{K}$ 'nin özdeğerlerinin bir yaklaşık değer olduğu kanıtlanmıştır. Fonksiyon

$$\phi_i(x) = \zeta_i^T \Psi(x) \quad (133)$$

$\mathcal{K}$ 'nin bir özfonksiyonunun bir yaklaşımı olarak düşünülebilir, burada ζ_i K 'nin özdeğeri μ_i olan i 'nci sağ özvektörüdür. Daha sonra, vektör değerli gözlenebilir g 'nin şu şekilde ifade edildiği varsayılır.

$$g(x) = B\Psi(x) \quad (134)$$

Burada $B \in \mathbb{C}^{O \times N_K}$ keyfi bir matristir. i 'inci Koopman modu şu şekilde elde edilebilir:

$$v_i = B\xi_i \quad (135)$$

Burada ξ_i , K 'nin özdeğer μ_i ile ilişkili i 'nci sol özvektörüdür [71]

7.6. Kontrollü Akış Dinamik Mod Ayırıştırma

Anlık görüntü sayısı, m , arttıkça, SVD ve matris manipülasyonu için hesaplama maliyeti üstel olarak artar. SDMDc (Streaming Dynamic Mode Decomposition with Control)'yi türetmek için Φ_Z^{-1} en küçük kareler yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\Phi_Z^\dagger \Phi_Z^T (\Phi_Z \Phi_Z^T)^{-1} \quad (136)$$

Denklem (136) aşağıdaki gibi düzenlenirse

$$\tilde{A} = Q_Y \Phi_Y \Phi_Z^T (\Phi_Z \Phi_Z^T)^{-1} Q_Z^T = Q_Y \psi G_Z^{-1} Q_Z^T \quad (137)$$

Burada $\psi \in R^{s \times r}$ ve $G_Z \in R^{r \times r}$. Yeni bir anlık görüntü olarak, w (hem Z hem de Y için) eklendiğinde yeni POD (uygun ortogonal ayırıştırma-proper orthogonal decomposition) modlu Gram-Schmidt algoritması kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$q = w - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^r \text{proj}_{q_i}(w) \quad (138)$$

Burada $\beta = \|w - \beta \sum_{i=1}^r \text{proj}_{q_i}(w)\|_2$. Yeni eklenen POD modunu değerlendirmek için, $G_Y = \Phi_Y \Phi_Y^T \in R^{S \times S}$ matrisi bir bellekte saklanmaktadır. G 'yi güncelleme prosedürü aşağıdaki gibidir.

$$QG^{i+1}Q^T = [Z \ w] \begin{bmatrix} Z^T \\ w^T \end{bmatrix} = ZZ^T + ww^T = QG^iQ^T + Q\phi\phi^TQ^T = Q(G^i + \phi\phi^T)Q^T \quad (139)$$

ψ için,

$$Q_Y \Phi_Y^{i+1} \Phi_Z^{i+1} Q_Z^T = [Y \ v] \begin{bmatrix} Z^T \\ w^T \end{bmatrix} = YZ^T + vw^T = Q_Y \Phi_Y^i \Phi_Z^i Q_Z^T + Q_Y \phi_Y \phi_Z^T Q_Z^T = Q_Y (\psi^i + \phi_Y \phi_Z^T) Q_Z^T \quad (140)$$

Burada v, Y için ek anlık görüntüdür. Yeni POD modu eklendikçe i 'nci G_Z^i, G_Y^i ve ψ^i aşağıdaki gibi güncellenebilir.

$$G_Z^{i+1} = G_Z^i + \phi_Z \phi_Z^T \quad (141)$$

$$G_Y^{i+1} = G_Y^i + \phi_Y \phi_Y^T \quad (142)$$

$$\psi^{i+1} = \psi^i + \phi_Y \phi_Z^T \quad (143)$$

Burada $\phi = Q^T w$ 'ya eşittir. Sürekli güncelleme ile artan POD modlarının sayısını yönetmek için, POD modları, aşağıdaki gibi tanımlanan simetrik bir matris olan G 'nin köşegenleştirilmesi kullanılarak kesilebilir.

$$G = HDH^T \quad (144)$$

Burada H tekil vektördür ve D, G 'nin tekil değeridir. O zaman, Z için POD modu aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$ZZ^T = Q_Z G_Z Q_Z^T = Q_Z HDH^T Q_Z^T \quad (145)$$

Burada i 'nci POD modu Qh_i 'dir. H 'nin sırası enerjiye göre düzenlendiğinden H 'nin kesilmesi, DMD modunun kesilmesi için aşağıdaki gibi kullanılabilir.

$$G_Z^* = H_Z^T G_Z H_Z \quad (146)$$

$$G_Y^* = H_Y^T G_Y H_Y \quad (147)$$

$$\psi^* = H_Y^T \psi_X H_Z \quad (148)$$

$$Q_Z^* = Q_Z H_Z \quad (149)$$

$$Q_Y^* = Q_Y H_Y \quad (150)$$

Burada üst simge olarak kullanılan yıldız işareti kesmeyi ifade eder. Bir diagonal matris olan G 'nin tersinin, en küçük kareler yaklaşımını kullanmaya gerek kalmadan doğrudan hesaplanabileceği unutulmamalıdır. Dolayısıyla, işlenecek matrislerin boyutu, anlık görüntü sayısından bağımsız olarak $m \rightarrow \infty$ olsa bile, indirgenmiş sıralı uzayın derecesine bağlıdır.

Koopman teorisine göre SDMDc tabanlı ROM (indirgenmiş sıralı model-reduced-order model) oluşturmak için Z 'nin POD modu aşağıdaki gibi bölünebilir.

$$Q_Z = \begin{bmatrix} Q_{Z,X} \\ Q_{Z,U} \end{bmatrix} \quad (151)$$

Burada $Q_{Z,X} \in R^{l \times r}$ ve $Q_{Z,U} \in R^{(n-l) \times r}$ olup A ve $B, \bar{A} \bar{B}$ yaklaşımları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_Y \psi G_Z^{-1} Q_{Z,X}^T & Q_Y \psi G_Z^{-1} Q_{Z,U}^T \end{bmatrix} \quad (152)$$

$y = Q_Y \times \phi_Y$ dönüşümü kullanılarak $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ 'nin aşağıdaki indirgenmiş mertebeden yaklaşımları hesaplanabilir:

$$\bar{A}_r = Q_Y^T A Q_Y = \psi G_Z^{-1} Q_{Z,X}^T Q_Y \quad (153)$$

$$\bar{B}_r = Q_Y^T B = \psi G_Z^{-1} Q_{Z,U}^T \quad (154)$$

Daha sonra, $\bar{A}_r$ 'nin özdeğeri ve özvektörü, aşağıdaki matristen hesaplanabilir,

$$\bar{A}_r \Pi = \psi G_Z^{-1} Q_{Z,X}^T Q_Y \Pi = \Pi \Lambda \quad (155)$$

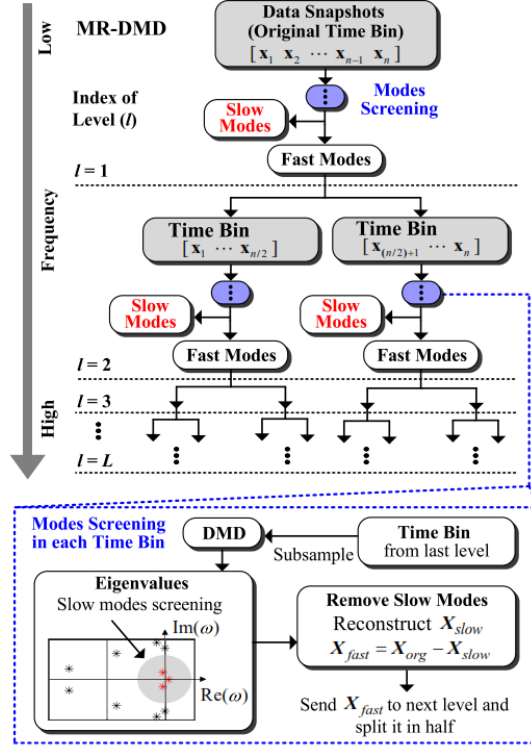
Burada Π özvektör ve Λ özdeğerdir. Dolayısıyla, DMD modu aşağıdaki Ξ gibidir. [72]

$$\Xi = Q_Y \psi G_Z^{-1} Q_{Z,X}^T Q_Y \Pi \quad (156)$$

7.7. Çoklu Çözünürlüklü Dinamik Mod Ayrıştırma

Geleneksel DMD algoritmasını dalgacık teorisinden gelen çoklu çözünürlüklü analizle bütünleştirerek, Çoklu Çözünürlüklü DMD (Multi-Resolution Dynamic Mode Decomposition-MR-DMD), DMD'yi farklı uzaysal-zamansal alt örneklerde yinelemeli olarak uygular. MR-DMD algoritmasında, nispeten düşük frekanslı ve yavaş büyüme/azalma oranına sahip salınım modları yavaş modlar olarak tanımlanır, bu nedenle bunların karşılık gelen özdeğerleri karmaşık düzlemin kökenine yakındır. Şekil 7.2'de gösterildiği gibi, yavaş modlar, DMD algoritması mevcut veri kümesinde (yani orijinal zaman bölmesi) gerçekleştirildikten sonra taranabilir ve daha sonra DMD yaklaşımı X_{slow} yalnızca yavaş modlarda bulunur.

Bundan sonra, yavaş mod yaklaşımı X_{slow} mevcut veri kümesinden kaldırılır ve hızlı modları temsil eden kalan X_{fast} kısmı iki eşit zaman bölmesi elde etmek için ikiye bölünür. Yukarıdaki adımlar, istenen bir kesme düzeyine ulaşılan kadar farklı ayrıştırma düzeylerindeki her zaman bölmesi için yinelemeli olarak tekrarlanır. Her ayrıştırma düzeyindeki yalnızca yavaş modlar yakalandığından, her zaman bölmesinde sabit küçük bir sayı ile alt örnekleme yapmanın önemli olduğunu belirtmekte fayda var; bu yalnızca hesaplama verimliliğini iyileştirmekle kalmaz, aynı zamanda artan ayrıştırma düzeyiyle yakalanabilir mod artışının maksimum sıklığını da garanti eder.



Şekil 7.2. MR-DMD şeması- DMD değişen zaman ölçeklerinde yinelemeli olarak gerçekleştirilir ve her seviyede yavaş modlar taranır [73]

Şekil 7.2’de gösterildiği gibi MR-DMD adımlarına göre, algoritma performansını etkileyen üç önemli parametrenin açıkça tanımlanması gerekir, yani her zaman aralığının sabit alt örneklem sayısı (μ), sonlandırma seviyesi (L) ve yavaş modların tarama eşiği (ρ).

MR-DMD’nin yineleme süreci, ayrıştırma seviyelerinin indeksi $l = 1, 2, \dots, L$, olarak tanımlandığında, farklı seviyelerdeki zaman bölmelerinin $B = 2^{(l-1)}$ olarak ifade edebileceğini, dolayısıyla farklı seviyelerdeki her zaman bölmesinin boyutunun $S = n/B$ olacağını, burada n ’nin başlangıç örneklem noktalarının toplam sayısı olarak tanımlandığını gösterir. Durum sinyali düzenli bir zaman aralığı olan Δt ile örneklendiğinden, $\Delta t = N/n$ olur, burada N orijinal veri kümesinin (D) zaman penceresi süresi Denklem (157)’deki gibi türetilir:

$$D = \frac{N}{B} = \frac{SN}{n} = S\Delta t \quad (157)$$

Her zaman diliminde DMD’yi uygulamadan önce sabit bir μ sayısı ile alt örneklem yapmak kaçınılmazdır, bu nedenle alt örneklem frekansı, alt örneklem aralığının tersinin hesaplanmasıyla Denklem (158)’deki gibi elde edilir:

$$f_{sp} = \frac{\mu}{D} = \frac{\mu}{S\Delta t} \quad (158)$$

Nyquist örneklem teoremine dayanarak, yakalanabilir modların maksimum frekansı f_m Denklem (159) verildiği gibi elde edilir:

$$f_m = \frac{f_{sp}}{2} = \frac{\mu}{2S\Delta t} = 2^{(l-2)} \frac{\mu}{N} \quad (159)$$

N , orijinal veri kümesi elde edildikten sonra belirlendiğinden, yukarıdaki denklemden görülebileceği gibi f_m , l ve μ 'ya bağlıdır; bu alt örnekleme gerçekleştirildikten sonra yakalanabilir modun maksimum frekansının artan ayrıştırma seviyesiyle birlikte neden arttığını açıklar. Dahası μ her ayrıştırma seviyesi için gerekli f_m 'ye göre belirlenebilir.

En yüksek seviyedeki zaman bölmelerinin boyutu, her zaman bölmesinin alt örnekleme numarası μ 'dan daha büyük olmalıdır, aksi takdirde alt örnekleme gerçekleştirilemez. Bu nedenle, sonlandırma seviyesi L için seçim kriteri Denklem (160)'daki gibi ifade edilir:

$$\frac{n}{2^{(L-1)}} > \mu \quad (160)$$

Bu nedenle L , μ 'dan etkilenir. Daha spesifik olmak gerekirse, μ bir miktar artarsa L 'nin azaltılması gerekir.

Yavaş modların taranmasıyla ilgili olarak MR-DMD tarafından tanımlanan ayrık bir özdeğer $|\ln(\lambda_k)| < \rho$ 'nin tutulmasını sağladığında, karşılık gelen mod yavaş mod olarak kabul edilebilir, ancak yavaş modların tarama eşiği ρ hala net bir şekilde tanımlanmamıştır. Bu amaçla, f_m ile her ayrıştırma seviyesindeki yavaş modların maksimum frekansı f_{slow} arasındaki ilişkinin $f_{slow} \leq f_m/g$ olduğu varsayılır, bu da Denklem (161)'deki gibi yazılabilir:

$$\frac{|\operatorname{Im}[\omega_{slow}]|}{2\pi} < \frac{f_m}{g} \quad (161)$$

Burada g , birden büyük keyfi bir sabit rasyonel sayıdır ve ω karmaşık düzlemde sürekli özdeğeri temsil eder.

Ayrık özdeğerler ile sürekli özdeğer ω arasındaki ilişki $\omega = \ln(\lambda)/\Delta t$ 'dir, bu da alt örneklemeden sonra Denklem (162) olarak yeniden yazılabilir:

$$\omega = \frac{\ln(\lambda^{\mu/s})}{\Delta t} = \frac{\mu \ln(\lambda)}{s \Delta t} = 2f_m \ln(\lambda) \quad (162)$$

Yavaş modlara karşılık gelen anahtar özdeğerler genellikle sanal eksene yakın bir yerde bulunur ve bu da gerçek kısımlarının sanal kısımlardan çok daha küçük olduğunu gösterir, bu nedenle $|\operatorname{Im}[\omega_{slow}]| \approx |\omega_{slow}|$ geçerli kabul edilir. Sonuç olarak $|\ln(\lambda_{slow})| < \pi/g$, Denklem (157) ve Denklem (158) birleştirilerek elde edilir, böylece π/g yavaş modların ρ tarama eşiği olarak kabul edilebilir [73].

7.8. Seyrekliği Arttıran Dinamik Mod Ayrıştırma

Jovanović vd., Ohmichi vd. seyrekliği teşvik eden bir terimle bir değerlendirme işlevini en aza indirerek DMD modlarını seçen Seyrekliği Arttıran DMD'yi (Sparsity-Promoting Dynamic Mode Decomposition-DMDsp) geliştirdi. sDMDsp algoritması, orijinal verilerin yaklaşım kalitesini ve seçilen DMD modlarının sayısını dengeleyerek seyrek sıfır olmayan DMD modu genliklerini seçer. İlk adımda, U alt uzayının $(t + 1)$. düşük boyutlu verileri $\Psi_{t+1} \in \mathbb{R}^r$, F ve Ψ_t kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\Psi_{t+1} = F\Psi_t \quad (163)$$

Eğer F , μ_i özdeğerlerine karşılık gelen tam bir doğrusal bağımsız özvektör y_i kümesine sahipse, F aşağıdaki gibi köşegenleştirilir:

$$F = YD_\mu Z^* = [y_1 \quad \cdots \quad y_r] \begin{bmatrix} \mu_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mu_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^* \\ \vdots \\ z_r^* \end{bmatrix} \quad (164)$$

Burada z^i aşağıdaki iki diklilik koşulunu sağlayan indirgenmiş sıralı bir sistem matrisi F^{**} 'in karmaşık bir eşlenik devriğinin özvektörlerini temsil eder:

$$z_i^* y_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad (165)$$

Burada üst simge $*$, matrisin karmaşık devriğini temsil eder. Burada Ψ_t Denklem (166)'daki gibi belirlenir:

$$\Psi_t = YD_\mu^{t-1} Z^* \Psi_1 = \sum_{i=1}^r y_i \mu_i^{t-1} z_i^* \Psi_1 \quad (166)$$

ve x_t Denklem (167)'deki gibi belirlenir:

$$x_t \approx U \Psi_t = \sum_{i=1}^r U y_i \mu_i^{t-1} z_i^* \Psi_1 = \sum_{i=1}^r \phi_i \mu_i^{t-1} \alpha_i \quad (167)$$

Burada $\alpha_i = z_i^* \Psi_1$ ve $\phi_i = U y_i$ i 'nci DMD modu genliği ve uzamsal DMD modudur. i 'nci zamansal DMD modu $[\mu_i^0 \ \mu_i^1 \ \dots \ \mu_i^{n-2}]$, i 'nci özdeğer μ_i 'nin bir kuvvetidir ve bu nedenle her zaman söner, titreşir veya ıraksar. Denklem (167) matris formunda Denklem (168)'deki gibi ifade edilir:

$$X_{1:n-1} \approx \Phi D_\alpha V_{and} = \begin{bmatrix} \phi_1^* \\ \vdots \\ \phi_r^* \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \alpha_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1^0 & \cdots & \mu_r^{n-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_r^0 & \cdots & \mu_r^{n-2} \end{bmatrix} \quad (168)$$

Burada $\Phi \in \mathbb{C}^{m \times r}$ ve $V_{and} \in \mathbb{C}^{r \times n-1}$ sırasıyla uzamsal DMD modu zamansal DMD modudur. Ek olarak, $D_\alpha \in \mathbb{C}^{r \times r}$ köşegen bileşenleri DMD modu genlikleri $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_r]$ olan bir matristir. Burada sDMDsp, orijinal veri yeniden yapılandırma hatasını ve seçilen DMD modlarının sayısını dengelemek için yalnızca DMD modu genliğine sıfır olmayan bir değer verir. Önceki bir çalışmada [74] değerlendirme işleviyle aynı olan sDMDsp $J_s(\alpha)$, için orijinal veri yeniden yapılandırma hatası Denklem (169)'daki gibi tanımlanır:

$$J_s(\alpha) := \|X_{1:n-1} - \Phi D_\alpha V_{and}\|_F^2, \quad = \|\Sigma V^T - Y D_\alpha V_{and}\|_F^2 \quad (169)$$

Son olarak, sDMDsp α alır. V_{and} , verilerin dinamiklerini temsil eder ve bu nedenle, α , verilerin seçilen dinamiklerinden belirlenebilir.

α değerini hesaplayan sDMDsp'nin aksine, doyumsuz algoritmayı kullanan oDMDsp, zamansal DMD modu benzersiz bir şekilde belirlendiği için yalnızca DMD modlarının alt kümelerini seçer. Alt kümeler, özgün veri yeniden yapılandırma hatasını ve seçilen DMD modlarının sayısını dengelemek için seçilir. oDMDsp $J_o(S)$ için özgün veri yeniden yapılandırma hatası Denklem (170)'deki gibi tanımlanır:

$$J_o(S) := \|U^T X_{1:n} - Y_S Y_S^+ U^T X_{1:n}\|_F^2 \quad (170)$$

Burada S ve Y_S sırasıyla seçilen DMD modlarının alt kümeleri ve özvektörleridir. Burada üst simge $+$, matrisin Moore-Penrose tersini temsil eder. oDMDsp 'nin zamansal DMD modu, özdeğerin bir gücü olmadığından, periyodik değildir. Son olarak, oDMDsp S alır. Seçilen DMD modlarının zamansal DMD modu C_S FISTA veya ADMM kullanarak optimizasyon problemini çözmek için $J_o(S)$ içinde bir değişken olarak kullanılır. $J_o(C_S)$ Denklem (171)'deki gibi tanımlanır [75]:

$$J_o(C_S) := \|U^T X_{1:n} - Y C_S\|_F^2 \quad (171)$$

7.9. İleri- Geri Dinamik Mod Ayırıştırma

İleri-geri DMD (Forward-Backward Dynamic Mode Decomposition-fbDMD), verilerdeki gürültünün iptalini yaklaşık olarak hesaplamayı ve doğruluğu azaltmayı hedefleyen DMD algoritmasının bir uzantısıdır; bunun için ileri ve geri evrim operatörlerinin çarpımının karekökü olarak düşük dereceli lineer operatör hesaplanır. Bu yöntemin, geleneksel DMD yöntemine kıyasla özdeğerler ve özvektörler hesaplamada daha yüksek doğrulukla üstün sonuçlar vermesi beklenir. fbDMD iki ana adımdan oluşur: İleri DMD ve Geri DMD. İleri DMD'de, farklı zaman anlarında alınan iki gözlem matrisi, X_1 ve X_2 ele alınır. X_1 'in SVD ayrıştırması Denklem (172)'de verildiği gibi ifade edilebilir.

$$X_1 = U \Sigma V^T \quad (172)$$

Projeksiyon verisi matrisleri olarak hesaplanır,

$$\widetilde{X}_1 = U X_1 \quad (173)$$

$$\widetilde{X}_2 = U X_2 \quad (174)$$

$\widetilde{X}_1$ ve $\widetilde{X}_2$ matrislerinin ayrışımı Denklem (175) ve (176) olarak ifade edilebilir,

$$\widetilde{X}_1 = U_1 \Sigma_1 V_1^T \quad (175)$$

$$\widetilde{X}_2 = U_2 \Sigma_2 V_2^T \quad (176)$$

İleri hesaplamadan elde edilen dönüşüm matrisi F_f ile gösterilir. Dinamik mod, sonraki zaman aralıklarından elde edilen matris alınarak hesaplanır, bu nedenle 'ileri' DMD terimi kullanılır. Bu adımda $\widetilde{X}_2$, $\widetilde{X}_1$ 'in SVD sonuçları dikkate alınarak dönüşüm matrisini tahmin etmek için kullanılır. F_f matrisi, F ile aynı özdekompozisyona sahip olacak şekilde kabul edilir ve Denklem (177) olarak ifade edilebilir:

$$\widetilde{F}_f = U_1^T \widetilde{X}_2 V_1 \Sigma_1^{-1} \quad (177)$$

Geri DMD, ileri DMD tekniğine benzemez; başlıca fark, dönüşüm matrisinin geriye doğru hesaplanmasıdır. Bu durumda, $\widetilde{X}_2$, $\widetilde{X}_1$ SVD ile ayrıştırılan anlık görüntü matrisi olarak geçer. $\widetilde{X}_1$, değiştirilmiş $\widetilde{X}_2$ kullanılarak yeniden yazılır. Bu değerlendirmelerden geriye doğru zaman kaymaları kullanılarak benzer dönüşüm matrisi elde edilir.

$$\widetilde{F}_b = U_2^T \widetilde{X}_1 V_2 \Sigma_2^{-1} \quad (178)$$

Burada, F_b geri hesaplamadan oluşan dönüşüm matrisi olup, bu nedenle 'geri' DMD terimi kullanılır. Son olarak, İleri - DMD ve Geri - DMD kullanılarak F hesaplanır.

$$F = \sqrt{F_f F_b^{-1}} \quad (179)$$

Matris F , dinamik mod matrisi Φ 'yi şu şekilde bulmak için kullanılan hesaplanmış dönüşüm matrisidir:

$$\Phi_{FB} = X_2 V \Sigma^{-1} W \quad (180)$$

F 'nin özdeğer ayrışımı, DMD sönümlemesini ve frekanslarını verir. Elde edilen sonuçlardan, Denklem(177)'de verilen ifade de açıklanan özdeğerlerin logaritmik dönüşümü kullanılarak sönüm ve açısal frekanslar hesaplanabilir.

Mod ϕ_j ile ilişkili sönümleme ρ_j ve frekans f_j 'nin tanımlanması için özdeğerler λ_j 'den aşağıdaki dönüşüm prosedürü uygulanır.

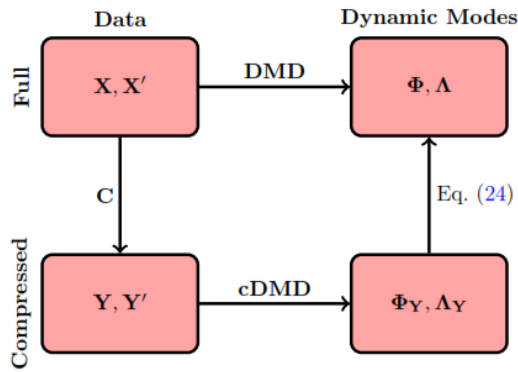
$$\rho_j = \frac{\Re(\lambda_j)}{\Delta t}, \quad f_j = \frac{\Im(\lambda_j)}{\frac{\Delta t}{2\pi}} \quad (181)$$

Son olarak, yeniden yapılandırılmış matris, dinamik mod matrisi Φ_{FB} ve sürekli özdeğerler Ω_{FB} 'den aşağıdaki formda elde edilir [76].

$$X_{rec}^{FB} = \Phi_{FB} \exp(\Omega_{FB} t) a \quad (182)$$

7.10. Sıkıştırılmış Dinamik Mod Ayrıştırma

Sıkıştırılmış DMD (Compressed Dynamic Mode Decomposition- cDMD), büyük ölçüde az örneklenmiş veya sıkıştırılmış verilerde DMD'yi hesaplamak için hesaplama açısından verimli bir çerçeve sağlar. Yöntem başlangıçta sıkıştırılmış algılamayı kullanarak seyrek, mekânsal olarak az çözünürlüklü ölçümlerden yüksek boyutlu, tam çözünürlüklü DMD modlarını yeniden oluşturmak için tasarlanmıştır. Ancak, tam durum ölçümleri mevcutsa, DMD'deki hesaplama açısından maliyetli adımların çoğunun verilerin sıkıştırılmış bir gösterimi üzerinde hesaplanabileceği ve önemli hesaplama tasarrufları sayabileceği hızla fark edildi. DMD'nin tam verilere erişim olmadan seyrek ölçümler üzerinde hesaplandığı ilk yaklaşım, sıkıştırılmış algılama DMD'si olarak adlandırılır. DMD'nin sıkıştırılmış veriler ve tam veriler üzerinde hesaplamaların bir kombinasyonu kullanılarak hızlandırıldığı ikinci yaklaşıma cDMD denir; bu Şekil 7.3'de gösterilmiştir [77].



Şekil 7.3. cDMD mimarisinin şeması [77]

Veriler (video akış) önce bir ölçüm matrisi C ile sol çarpma yoluyla sıkıştırılır. Daha sonra DMD, verilerin sıkıştırılmış gösterimi üzerinde gerçekleştirilir. Son olarak tam DMD modları Φ , aşağıda verilecek Denklem (130)'daki ifade ile sıkıştırılmış modlar Φ_Y 'den yeniden oluşturulur [77].

7.10.1. Sıkıştırılmış Algılama ve Matris Çizimi

Sıkıştırma algoritmaları, MPEG, JPEG ve MP3 gibi modern video, görüntü ve ses işleme yazılımlarının merkezinde yer alır. Sıkıştırılmış algılama, yüksek boyutlu sinyali veya tek bir kare x 'in piksel alanı gösterimini ölçmek yerine, düşük boyutlu bir alt örnek y 'nin ölçülebileceğini ve bu önemli ölçüde daha küçük ölçümle tam durum alanı x 'i yaklaşık olarak hesaplanabileceğini veya yeniden oluşturulabileceğini gösterir.

Özellikle, sıkıştırılmış algılama ölçülen verilerin bir bazda sıkıştırılabilir olduğunu varsayar; bu kesinlikle video için geçerlidir. Bu nedenle, video o bazın az sayıda elemanında gösterilebilir. Yani dönüşüm bazındaki yalnızca birkaç sıfır olmayan katsayının çözülmesi gerekir. Örneğin $k < p \leq n$ olan $y \in R^p$ ölçümlerini ele alalım:

$$y = Cx \quad (183)$$

Eğer x, Ψ 'de seyrek ise o zaman aşağıda verilen belirsiz denklem sistemi çözülebilir.

$$y = C\Psi s \quad (184)$$

s için ve sonra x 'i yeniden yapılandırılır. Bu denklem sisteminin sonsuz sayıda çözümü olduğundan, en seyrek çözüm s aranır. Ancak, sıkıştırılmış algılama literatüründen, en seyrek çözüm için çözümün iyi bilindiği biçimsel olarak NP-zor bir l_0 optimizasyonu içerir. Sıkıştırılmış algılamanın başarısı, bunun yerine, ölçüm matrisi C 'deki belirli koşullar altında, uygulanabilir olmayan l_0 optimizasyonunu dışbükey bir l_1 -minimizasyonla değiştirilebileceğini göstererek nihayetinde bu sorun etrafında bir çözüm tasarlamasıdır.

$$\hat{s} = \operatorname{argmin}_{s'} \|s'\|_1, \quad \text{öyle ki } y = C\Psi s' \quad (185)$$

Böylece l_1 -norm $\hat{s}$ 'nin seyrekliliği arttıran çözümleri için bir vekil görevi görür. Sıkıştırılmış algılama mimarisinin neredeyse kesinlikle olasılıksal bir anlamda çalışacağını garantilemek için, ölçüm matrisi C ve seyrek baz Ψ tutarsız olmalıdır; bu, C 'nin satırlarının Ψ 'nin sütunlarıyla ilişkili olmadığı anlamına gelir. Video kareleri ele alındığı göz önüne alındığında, seyrek sinyal s 'yi temsil etmek için Fourier veya dalgacıklar gibi genel baz fonksiyonlarının kullanımını önermek kolaydır. Gerçekten de, dalgacıklar zaten JPEG-2000 gibi görüntü sıkıştırma mimarileri için standarttır. Fourier dönüşümü bazına gelince, geniş bant frekans içeriğini uyardığı için tek piksel ölçümlerinin açıkça tutarsız olması nedeniyle birçok mühendislik amacı için özellikle çekicidir.

Matris çizimi, büyük bir veri matrisinin benzer şekilde sıkıştırılmış bir gösterimini elde etmek için bir diğer önemli çerçevedir. Bu yaklaşım avantajı, daha az kısıtlayıcı varsayımlar ve vektörlerden matrislere doğrudan genellemedir. Bu nedenle, Denklem (183) matris gösteriminde yeniden formüle edilebilir.

$$Y = CX \quad (186)$$

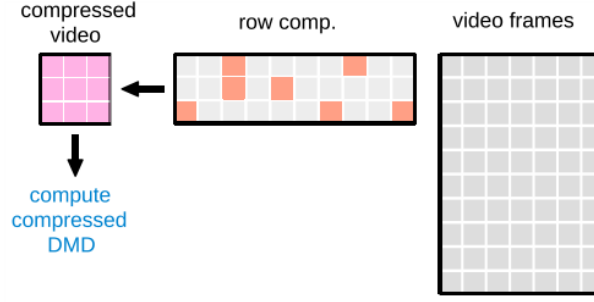
Burada C yine uygun bir ölçüm matrisini ifade eder. Matris çizimi ilginç hata sınırlarıyla gelir ve veri matrisi X düşük dereceli bir yapıya sahip olduğunda uygulanabilir [77].

7.10.2. Algoritma

Sıkıştırılmış DMD algoritması, DMD modlarının hesaplanmasına kadar hemen hemen her adımda standart DMD algoritmasına benzer şekilde ilerler. Temel fark, Şekil 7.4'de gösterildiği gibi, önce video dizisinin sıkıştırılmış bir gösteriminin hesaplanmasıdır. Bu nedenle algoritma, veri matrislerini sıkıştırmak veya çizmek için ölçüm matrisi $C \in R^{p \times n}$ üreterek başlar:

$$Y = CX, \quad Y' = CX' \quad (187)$$

Burada p , örnek veya ölçüm sayısını ifade eder. Giriş verilerinin düşük dereceli olduğu temel bir varsayımı vardır [77].



Şekil 7.4. Seyrek bir ölçüm matrisi kullanılarak video sıkıştırma [77]

Bu, video verileri için tatmin edicidir, çünkü X ve $X' \in R^{n \times m-1}$ sütunlarının her biri bazı dönüşüm bazında Ψ seyrek. Bu nedenle yeterince çok tutarsız ölçüm için sıkıştırılmış matrisler Y ve $Y' \in R^{p \times m-1}$ yüksek boyutlu karşılıklarına benzer korelasyon yapılarına sahiptir. Daha sonra cDMD, doğrusal harita A_Y 'nin özdeğerlerini ve özvektörlerini yaklaşık olarak hesaplar, burada tahmin edici şu şekilde tanımlanır:

$$\hat{A}_Y = Y'Y^\dagger = Y'V_Y S_Y^{-1} U_Y^* \quad (188)$$

Burada $*$ eşlenik transpozu belirtir. Sözde ters $Y^\dagger$ SVD kullanılarak hesaplanır:

$$Y = U_Y S_Y V_Y^* \quad (189)$$

Burada $U \in R^{p \times k}$ ve $V \in R^{m-1 \times k}$ matrisleri kesilmiş sol ve sağ tekil vektörlerdir. Diagonal matris $S \in R^{k \times k}$ karşılık gelen tekil değerlere girişler olarak sahiptir. Burada k , kesilmiş SVD yaklaşımının Y 'ye hedef sıralamasıdır. Sıkıştırılmış veri Y 'yi içeren hesaplamaları açıkça belirtmek için Y alt dizinin eklendiğine dikkat edilmelidir. Standart DMD algoritmasında olduğu gibi, genellikle büyük matris $\hat{A}_Y$ hesaplanmalıdır. Fakat bunun yerine sol tekil vektörlere yansıtılan düşük boyutlu model hesaplanır:

$$\tilde{A}_Y = U_Y^* \hat{A}_Y U_Y = U_Y^* Y' V_Y S_Y^{-1} \quad (190)$$

Bu bir benzerlik dönüşümü olduğundan, özvektörler ve özdeğerler $\tilde{A}_Y$ 'nin öz ayrıştırmasından elde edilebilir.

$$\tilde{A}_Y W_Y = W_Y \Lambda_Y \quad (191)$$

Burada W_Y 'nin sütunları özvektörlerdir; ϕ_j ve Λ_Y karşılık gelen özdeğerler λ_j 'yi içeren bir diagonal matristir. Benzerlik dönüşümü $\Lambda \approx \Lambda_Y$ 'yi ima eder. Sıkıştırılmış DMD modları sonuç olarak aşağıdaki şekilde verilir:

$$\Phi_Y = Y' V_Y S_Y^{-1} W_Y \quad (192)$$

Son olarak tam DMD modları kullanılarak kurtarılır.

$$\Phi = X' V_Y S_Y^{-1} W_Y \quad (193)$$

Denklem (126)'daki sıkıştırılmış DMD modlarının tam veri X' 'in yanı sıra sıkıştırılmış veri Y ve Y' kullanılarak elde edilen doğrusal dönüşümleri de kullandığı unutulmamalıdır. X

Üzerindeki yüksek SVD atlanır ve bunu yerine Y üzerinde gerçekleştirilir. Sıkıştırma oranına bağlı olarak, bu önemli hesaplama tasarrufları sağlayabilir.

Açıklama 1: Hesaplamalı performans, sıkıştırılmış matrisi oluşturmak için kullanılan ölçüm matrisine büyük ölçüde bağlıdır. Pratik bir uygulama için seyrek ve tek pikseli ölçümler (rastgele satır seçimi) tercih edilir [77].

Çizelge 7.1. Algoritma: cDMD [77]

<i>function</i> [Φ, b, V]=cdmd(D, k, p)	
$X, X' = D$	Sol/Sağ anlık görüntü dizisi
$C = \text{rand}(p, m)$	$p \times m$ algılama matrisi çizimi
$Y, Y' = C * D$	Giriş matrisini sıkıştırma
$U, S, V = \text{svd}(Y, k)$	Kısıtlanmış SVD
$\tilde{A} = U^* * Y' * V * S^{-1}$	En küçük kareleri yerleştirme
$W, \Lambda = \text{eig}(\tilde{A})$	Özdeğer ayrışması
$\Phi \leftarrow X' * V * S^{-1} * W$	Tam durum modları Φ hesaplama
$b = \text{lstsq}(\Phi, x_1)$	Başlangıç koşulu olarak x_1 'i kullanarak genlik hesaplama
$V = \text{vander}(\text{diag}(\Lambda))$	Vandermonde matrisi (isteğe bağlı)

Düzleştirilmiş video karelerini içeren bir matris $D \in R^{n \times m}$ verildiğinde, bu prosedür yaklaşık DMD'yi hesaplar. Burada $\Phi \in C^{n \times k}$ modlarıdır, $b \in C^k$ genlikleridir ve $V \in C^{k \times m}$ zamansal evrimi tanımlayan Vandermonde matrisidir. Prosedür, hedef sıralaması ve örnek sayısı olan k ve p parametreleriyle kontrol edilebilir. $n \geq m$, tam sayı $k, p \geq 1$ ve $k \ll m$ ve $p \geq k$ olması gerekir.

Açıklama 2: Önceden tanımlanmış hedef sıralaması k 'ya bir alternatif Gavish ve Donoho'nun yakın tarihli sert eşikleme algoritmasıdır. Bu yöntem, optimum hedef sıralamasını otomatik olarak belirlemek için adım 4 ile birleştirilir.

Açıklama 3: Seyreklik kısıtlı bir çözüm elde etmek için adım 9 ortogonal eşleştirme takip algoritmasıyla değiştirilebilir: $b = \text{omp}(\Phi, x_1)$. OMP çözümü hesaplamak genel olarak son derece hızlıdır, ancak yüksek çözünürlüklü video akışları söz konusu olduğunda bu adım hesaplama açısından pahalı hale gelebilir. Bununla birlikte genlikleri tam durum dinamik modlarına Φ göre hesaplamak yerine sıkıştırılmış DMD modları Φ_Y kullanılabilir. Dolayısıyla

$$\hat{\beta} = \argmin_{\beta} \|y_1 - \Phi_Y \beta\|_F^2 \text{ öyle ki } \|\beta\|_0 < K \quad (194)$$

Burada y_1 ilk sıkıştırılmış video karesidir. Ardından adım 9 şu şekilde değiştirilebilir: $b = \text{omp}(\Phi_Y y_1)$ [77].

7.11. Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayrıştırma

Zaman içinde m keyfi aralıklı anlık görüntüde $\{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ durum vektörü ölçümlerinden oluşan bir veri kümesinin Z matrisi olarak gösterilmiş olsun. n parçacık boyutu seviyesi üzerinde kümülatif dağılım fonksiyonunun evrimini modellerken, t_k zamanında z_k durum vektörü $[F_1(t_k), F_2(t_k), \dots, F_n(t_k)]^T$ 'yi temsil eder. Ardından veri matrisinin yeniden yapılandırılması aşağıda verilen denklemin özmod genişleme biçimindeki $Z \in R^{n \times m}$, aşağıdaki üstel uyum problemini çözerek elde edilir:

$$\hat{z}(t) = \sum_{i=1}^r \phi_i e^{\omega_i t} b_i \quad (195)$$

Burada $\hat{z}(t_k)$, z_k 'nin r-rank yaklaşımıdır, ω_i bir DMD özdeğeridir ve ϕ_i yüklemeli bir DMD özmodudur (i'inci modun sistemin durumuna ne kadar katkıda bulunduğunu belirtir).

$$\operatorname{argmin}_{\Phi, \omega, b} \|Z - \Phi \operatorname{diag}(b) \Psi_{\omega}\|_F \quad (196)$$

Burada

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r], \quad \operatorname{diag}(b) = \begin{bmatrix} b_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & b_r \end{bmatrix}, \quad (197)$$

$$\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r], \quad \Psi_{\omega} = \begin{bmatrix} e^{\omega_1 t_1} & \dots & e^{\omega_1 t_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{\omega_r t_1} & \dots & e^{\omega_r t_m} \end{bmatrix} \text{ ve } \|\cdot\|_F \quad (198)$$

Frobenius normudur. Bundan sonra $\Phi \operatorname{diag}(b)$ kısaca Φ_b , olarak yazılır ve veri matrisinin tam dereceli yaklaşımlarını ararken $r = n$ olarak ayarlanır.

Optimize edilmiş DMD (Optimized DMD) algoritmasında, Denklem (196)'daki matematiksel program, doğrusal olmayan en küçük kareler için değişken projeksiyon yöntemi ile doğrudan çözülür. Özellikle, problemi transpozisyon yoluyla dönüştürdükten sonra

$$\operatorname{argmin}_{\Phi, b, \omega} \|Z^T - \Psi_{\omega}^T \Phi_b^T\|_F \quad (199)$$

İşin püf noktası, sabit bir ω için, $\|Z^T - \Psi_{\omega}^T \Phi_b^T\|_F$ 'i en aza indiren Φ_b^T 'nin $[\Psi_{\omega}^T]^{\dagger} Z^T$ ile verildiğini gözlemlemektir; burada $[\cdot]^{\dagger}$, Moore-Pensore sözde tersini ifade eder. Optimum Φ_b 'yi Denklem (199)'ya geri döndürmek yalnızca ω açısından indirgenmiş bir optimizasyon problemi verir.

$$\operatorname{argmin}_{\omega} \|Z^T - \Psi_{\omega}^T [\Psi_{\omega}^T]^{\dagger} Z^T\|_F \quad (200)$$

Tekrarlı Levenberg-Marquardt algoritması Denklem (200)'deki indirgenmiş en aza indirme problemini çözmek için yaygın olarak kullanılır. Optimum değere bir yaklaşım bulunduğu, karşılık gelen değer $\hat{\Phi}_b$, $[\Psi_{\hat{\omega}}^T] Z^T$ 'den hızla kurtarılabilir.

Levenberg-Marquardt algoritmasının yalnızca son derece doğrusal olmayan, dışbükey olmayan bir optimizasyonun yerel bir en aza indirgeyicisine yakınsamayla kolaylaştırdığını kabul etmek önemlidir. Optimize edilmiş DMD'nin önceki DMD yöntemlerine göre önemli performans kazanımları sağladığı belirtilmiş olsa da, Denklem (200)'deki problemin küresel olarak çözülüp çözülmediği belirsizliğini korumaktadır. Birçok gerçek dünya senaryosunda, dinamik bir sistemin temel durum matrisi, prensipte özmodlar Φ_b ve özdeğerler ω üzerinde ek fizik bilgili kısıtlamalar olarak dahil edilebilen belirli bilinen yapıları sahip olabilir. Bu tür kısıtlamaları entegre etmek, seyrek ve gürültülü verilere aşırı uyumu azaltarak özmod genişlemelerini daha sağlam ve fizik uyumlu hale getirilebilir. Öğrenilmiş modellere fizik bilgili kısıtlamalar yerleştirme fikri, ortaya çıkan bilimsel makine öğrenimi alanının kalbinde yer almaktadır. Ancak dışbükey olmayan optimizasyonda kısıtlama işleme karmaşıktır. Dolayısıyla, Levenberg-Marquardt algoritması çerçevesinde kısıtlamaları ele alma mekanizmaları, tüm kısıtlamaları karşılayarak küresel olarak optimum çözümleri keşfetme gibi zorlu bir ikili zorlukla karşı karşıya kalacaktır [78].

7.12. Çok Değişkenli Dinamik Mod Ayırıştırma

Çok Değişkenli DMD (Multivariate Dynamic Mode Decomposition-MDMD) yöntemi, çok kanallı veya çok değişkenli çok bileşenli sinyallerin çok çözünürlüklü analizi için tek değişkenli DMD'nin bir uzantısıdır. MDMD yöntemi kullanılarak çok değişkenli çok bileşenli sinyal modunun çıkarılması aşağıdaki adımlarda açıklanmaktadır.

Çok kanallı, çok bileşenli bir sinyali $X = \{x^i(n): i = 1, \dots, D; n = 1, \dots, N\}$ ile D kanal ve N örnek olarak ele alınırsa:

- **Adım 1:** Yörünge matrisi F^i , D kanalının her sinyali için bağımsız olarak oluşturulur ve aşağıdaki gibi verilir:

$$F^i = \begin{bmatrix} x^i(1) & x^i(2) & \dots & x^i(K) \\ x^i(2) & x^i(3) & \dots & x^i(K+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x^i(L) & x^i(L+1) & \dots & x^i(N) \end{bmatrix} \quad (201)$$

Burada i kanal numarasıdır, L bir gömme boyutudur ve $K = N - L + 1$ 'dir. Daha sonra, farklı kanallar için yörünge matrisleri birleştirilerek yatay olarak istiflenir ve büyük yörünge matrisi elde edilir: $F = [F^1, F^2, \dots, F^D]$. F 'in boyutu $L \times KD$ 'dir. Burada, F 'nin her sütunu segmenti temsil eder. Toplam m segmentlerinin F yörünge matrisinde olduğunu ve $F^m = [x_1, x_2, \dots, x_m]$ olarak temsil edildiği varsayalım. Burada m, KD 'ye eşittir.

- **Adım 2:** Tüm segmentlerdeki yaklaşım hatasını en aza indirmek için, m segmentleri, $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{m-1}]$ ve $Y = [x_2, x_3, x_4, \dots, x_m]$ olarak türetilen iki matris halinde yeniden düzenlenir. Burada Y, X 'i bir segment kaydırarak elde edilir.
- **Adım 3:** Ayrıca, yüksek boyutlu dinamik sistem matrisi A , aşağıdaki gibi verilen X ve Y hesaplama matrisleri tarafından belirlenir:

$$A = YX^{-1} \quad (202)$$

Burada $X = U \Sigma V^*$ tekil değer ayrışması kullanılarak hesaplanır, burada U ve V sırasıyla XX^T ve $X^T X$ 'in ortonormal özvektörleridir. Σ , XX^T veya $X^T X$ özdeğerlerinin köşegen matrisini belirtir.

- **Adım 4:** Düşük dereceli A_1 matrisini bulmak için A boyutsal sistem matrisini U 'ya yansıtılır ve aşağıdaki gibi verilir:

$$A = U^T A U = U^T Y V \Sigma^{-1} \quad (203)$$

- **Adım 5:** Aşağıdaki gibi verilen A_1 'in özdeğer ayrışmasının hesaplaması:

$$A_1 W = W \Lambda \quad (204)$$

A_1 matrisi, W matrisinin sütunlarıyla temsil edilen özvektörlere sahiptir. W 'nin her sütunu A_1 'lik bir özvektöre karşılık gelir ve Λ diagonal matrisinin elemanları A_1 matrisinin özdeğerleridir.

- **Adım 6:** Kaynak [79]'da verilen özvektörlerin W 'nin her sütunundan Φ dinamik modu hesaplanır.

$$\Phi = Y V \Sigma W \quad (205)$$

- **Adım 7:** Φ matrisine dayalı olarak normalleştirilmiş bir gömülü korelasyon matrisi C hesaplanır. C , sinyaller arasındaki ilişkiyi analiz etmek için yararlı olan sinyaller arasındaki korelasyonun bir ölçüsüdür ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$C = \frac{\Phi^T \Phi}{K} \quad (206)$$

Özellik çıkarma ve boyut azaltma için C , önemli anahtar kalıpları veya bileşenleri tanımlamak için sinyaller arasındaki fazlalık hakkında değerli bilgiler tutar.

- **Adım 8:** Gürültülü sinyalden veya yedekli sinyalden orijinal sinyalin önemli bileşenlerini elde etmek için, C matrisi üzerinde özdeğer ayrıştırması uygulanır, bu da (RHO) özvektörleri ve ($\Lambda 1$) özdeğerleri ile sonuçlanır ve aşağıdaki gibi verilir:

$$[RHO, \Lambda 1] = eig(C) \quad (207)$$

Daha büyük özdeğerlerle ilişkili özvektörler, verilerde bulunan baskın modellere veya sinyallere karşılık gelir. Bu şekilde, sinyaller bu vektörlere odaklanarak etkili bir şekilde gürültüden arındırılabilir veya istenmeyen gürültüden ayrılabilir.

- **Adım 9:** İlgili bilgileri korurken boyutları küçültmek için temel bileşenleri (PC) elde etmek için, Φ matrisi elde edilen özvektörlere aşağıdaki gibi yansıtılır:

$$PC = (\Phi)(RHO) \quad (208)$$

Bu adım, verileri orijinal alanından bilgisayar tarafından tanımlanan yeni bir alana dönüştürür.

- **Adım 10:** Son olarak, çok değişkenli modlar için, $Mode_i$ çıkarılır ve hesaplanır:

$$Mode_i(q) = \theta((PC)(RHO)) \quad (209)$$

Burada q , karşılık gelen mod numarasını temsil eder. θ , PC ve RHO çarpımının diyagonal ortalamasını temsil eder [80].

7.13. Gecikmeli-Yerleştirme Dinamik Mod Ayrıştırma

Gecikmeli yerleştirme, dinamik bir sistemin zamansal veya spektral karmaşıklığının, örneğin geniş bant spektrumlu veya uzamsal olarak yetersiz örneklemeli sistemlerde, uzamsal karmaşıklığı aştığı durumlarda da önemli bir tekniktir. Bu durumda “uzun ve ince” bir veri matrisi yerine “kısa ve geniş” bir D ’ye ulaşırsınız ve standart algoritma, ilgili tüm spektral özellikleri çıkarmada başarısız olur.

Gecikmeli-Yerleştirme DMD (Delay-Embedding DMD or Hankel DMD), doğrusal olmayan dinamikleri, düzensiz örneklenmiş verileri, uzun vadeli zamansal davranışı, yüksek boyutlu veri kümelerini ve gürültülü verileri işleme yeteneklerini genişleterek standart DMD yönteminin birçok eksikliğini giderir. Bu, onu çeşitli uygulamalarda DMD için daha çok yönlü ve sağlam bir teknik haline getirir.

Takens yerleştirme teoremi doğrusal olmayan dinamik bir sistemin ölçümlerinin bilgi içeriğini analiz etmek için titiz bir çerçeve sağlar.

Gecikmeli-yerleştirme DMD’yi uygulamak için $D = [x_0, \dots, x_m]$ veri dizisi verildiğinde, genişletilmiş giriş matrisini oluşturmak üzere verilerin $s \leq m$ zaman kaydırmalı kopyası üst üste eklenir. Aşağıda Hankel matrisi H oluşturulur:

$$D_{aug} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{m-s+1} \\ x_3 & x_4 & \dots & x_{m-s+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_s & x_{s+1} & \dots & x_m \end{pmatrix} \quad (210)$$

Burada uygulanan yerleştirme boyutu s ’dir. Genişletilmiş veri matrisi D_{aug} , D yerine kullanılır ve standart DMD algoritması tarafından işlenir. Aşağıda verilen DMD algoritmaları X ve Y yerine genişletilmiş matrisler $X_{aug}, Y_{aug} \in R^{(n.s) \times (m-s)}$ ’e uygulanır ve Φ_{aug} özdeğerlerini ve Λ_{aug} modlarını verir. Φ_{aug} ’un ilk n satırı, mevcut (kaydırılmamış) zamana karşılık gelir ve $x(t)$ ’yi tahmin etmek için kullanılır.

$$D = [x_0, \dots, x_m] \quad (211)$$

$$X = [x_0, \dots, x_{m-1}] \quad Y = [x_1, \dots, x_m] \quad (212)$$

$$x_{k+1} = Ax_k \quad (213)$$

$$x_k = \sum_{j=1}^r \phi_j b_j \lambda_j^k = \Phi \Lambda^k b \quad (214)$$

$$\dot{x} = \mathcal{A}x, \text{ ile } A = \exp(\mathcal{A}) \quad (215)$$

$$x(t) = \sum_{j=1}^r \phi_j b_j \exp(\omega_j t) = \Phi \exp(\Omega t) b \quad (216)$$

Arbabi ve Mezić, bu zaman kaydırmalı yaklaşımın Koopman operatörünün özfonksiyonlarına yakınsadığını göstermiştir. Ayrıca, basit ve karmaşık akışkan sistemlerinin öngörüsünde dikkate değer iyileştirmeler de göstermişlerdir. Gecikmeli-yerleştirme ve Koopman analizinin Hankel bakış açısıyla ilgili daha fazla örnek ve teorik sonuç Brunton vd. ve Kamb vd. tarafından verilmiştir. Doğrusal zaman gecikmeli modellerin, doğrusal olmayan ve kaotik dinamikleri yakalamak için etkili ve verimli bir araç olduğunu göstermişlerdir [81].

7.14. Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayrıştırma

DMD yönteminin uzaysal-zamansal genişletilmesinin ardındaki fikir, hem uzaysal hem de zamansal dinamiklerin eş zamanlı olarak yakalanmasını uygulayarak DMD'nin uygulama aralığını genişletmektir. Bu yaklaşım, akışkan akışları, biyolojik sistemler ve iklim olayları gibi dinamiklerin hem uzayda hem de zamanda evrimleştiğini karmaşık sistemlerin analizinde özellikle yararlıdır. Bu genişleme prensip olarak iki şekilde elde edilebilir:

- Sıralı yöntem. Anlık görüntü matrisine önce zamansal bir DMD algoritması, uzamsal modlara ise bir uzamsal bir DMD algoritması uygulanır. Zamansal ve uzamsal DMD'lerin uygulama sırası tersine çevrilebilir ve doğrudan ve ters yöntemlerin sonuçları aynı değildir.
- Paralel yöntem. İndirgenmiş SVD ilk olarak anlık görüntü matrisi D 'ye uygulanır ve ardından yeniden ölçeklendirilmiş sol ve sağ tekil vektör matrisine uzaysal ve zamansal DMD algoritması uygulanır.

Aşağıda paralel Uzaysal-Zamansal DMD (Spatio-Temporal DMD-STDMD) ve ardışık STDMD yaklaşımları verilmiştir [81].

7.14.1. Paralel Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayrıştırma

Paralel STDMD yöntemi, uzaysal ve zamansal verileri aynı anda hem uzaysal hem de zamansal boyutlara ayırarak, uzaysal ve zamansal dinamikler arasındaki etkileşime dair içgörüler sağlar. Denklem (217)'de gösterildiği gibi, projeksiyon matrisini tam veri matrisi D 'nin kesilmiş SVD'sinden U_D matrisi olarak seçersek (Denklem (217)),

$$D = U_D \Sigma_D V_D^* \quad (217)$$

Burada $U_D \in R^{n \times r}$, $\Sigma_D \in R^{r \times r}$ ve $V_D \in R^{m \times r}$ dir.

Aşağıdaki veri matrisi ile verilerin indirgenmiş mertebeden modeli elde edilir.

$$\tilde{D} = [\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_m], \quad (218)$$

D 'nin ölçeklenmiş sağ tekil vektör matrisiyle çakışan, yani

$$\tilde{D} = \Sigma_D V_D^*, \quad (219)$$

Denklem (221) ve Denklem (219)'a göre, standart DMD yaklaşımını indirgenmiş model verileri $\tilde{D}$ 'ye uygulayarak, Denklem (220)'ye göre Denklem (222)'daki açılım elde edilir.

$$x_k = \sum_{j=1}^r \phi_j b_j \lambda_j^k = \Phi \Lambda^k b, \quad (220)$$

$$\tilde{D} = U_D^* D = [\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_m] \quad (221)$$

$$\tilde{x}_k = W \Lambda^k b, \quad (222)$$

Burada W özvektör matrisi, $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_i\}$ karşılık gelen DMD operatörünün ilişkili özdeğerlerinin diagonal matrisi ve $b = W^{-1} \tilde{x}_0$ 'dir. Amaç doğrultusunda, W 'ye zamansal DMD modları matrisi ve Λ 'ye zamansal DMD özdeğerleri matrisi ismi verilecektir. $x = Q\tilde{x}$ eşitliği kullanılarak bir önceki denklemin sol tarafı U_D matrisiyle çarpılır ve $x(t) = \sum_{j=1}^r \phi_j b_j \exp(\omega_j t) = \Phi \exp(\Omega t) b$ 'deki zamansal DMD açılımı elde edilir [81].

$$x_k = \Phi \Lambda^k b \quad (223)$$

Aynı fikir takip edilerek, D 'nin ölçeklendirilmiş sol tekil vektör matrisi $U \Sigma_D$ 'nin satır vektörleri kullanılarak Denklem (222)'ye benzer bir uzaysal genişleme elde edilebilir.

$$\bar{D} = \Sigma_D U^T = [\bar{y}_0, \dots, \bar{y}_n] \quad (224)$$

Burada $\bar{y}_i$, $\bar{D}$ 'nin i 'nci sütun vektörüdür. Standart DMD yaklaşımı $\bar{D}$ verilerine uygulanarak aşağıdaki açılım elde edilir:

$$\bar{y}_k = \bar{W} \bar{\Lambda}^k \bar{b} \quad (225)$$

Burada $\bar{W}$ özvektör matrisidir, $\bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_i\}$ ilgili DMD operatörünün ilişkili özdeğerlerinin diagonal matrisidir ve $\bar{b} = \bar{W}^{-1} \bar{y}_0$ uzaysal DMD modlarının matrisi ve $\bar{\Lambda}$ uzaysal DMD özdeğerlerinin matrisidir.

$$\tilde{D} = W \text{diag}\{b_i\} V_{and}(\lambda) \text{ ve } \bar{D} = \bar{W} \text{diag}\{\bar{b}_i\} V_{and}(\bar{\lambda}) \quad (226)$$

Ardından, tam veri matrisi için D , eşitliği kullanılarak

$$D = (U_D \Sigma_D) \Sigma_D^{-1} (\Sigma_D V_D^*) \quad (227)$$

Matris form sunumu elde edilir.

$$D = V_{and}^T(\bar{\lambda}) \text{diag}\{\bar{b}_i\} \Psi \text{diag}\{b_i\} V_{and}(\lambda) \quad (228)$$

Burada $r \times r$ matris,

$$\Psi = \bar{W}^T \Sigma_D^{-1} W \quad (229)$$

uzay-zamansal DMD modlarının matrisidir. Aşağıdaki algoritma paralel STDMD adımlarını özetlemektedir:

Çizelge 7.2. Paralel STDMD algoritması [81]

Algoritma 1

1. D 'nin (indirgenmiş) SVD'si hesaplanır ve $D = U_D \Sigma_D V_D^*$ yazılır.
2. Uzamsal ve zamansal veri matrisleri tanımlanır: $\tilde{D} = \Sigma_D V_D^*$ ve $\bar{D} = \Sigma_D U^T$.
3. Standart DMD yaklaşımı veri kümesine uygulanır $\tilde{D}$ ve zamansal DMD modları, özdeğerleri ve genlikleri hesaplanır: W, Λ ve b .
4. Veri kümesine standart DMD yaklaşımı uygulanır $\bar{D}$ ve zamansal DMD modları, özdeğerleri ve genlikleri hesaplanır: $\bar{W}, \bar{\Lambda}$ ve $\bar{b}$.
5. Uzaysal- zamansal DMD modlarının matrisi hesaplanır: $\Psi = \bar{W}^T \Sigma_D^{-1} W$

Özdeğerler ve DMD modları daha sonra D 'deki x_k 'yı yeniden oluşturmak için kullanılabilir. Anlık görüntü x_k ve matris Ψ 'nin elemanları aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$x_k = [x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}]^T \text{ ve } \Psi = [\psi_{ij}]_{r \times r} \quad (230)$$

Buradan x_k 'nin s 'inci koordinatı için şu sonuç çıkar:

$$x_s^{(k)} = \sum_{i,j=1}^r \psi_{ij} \bar{\lambda}_i^s \bar{b}_i \lambda_j^k b_j \quad (231)$$

Burada $\bar{\lambda}_i$ ve λ_j sırasıyla uzaysal ve zamansal DMD özdeğerleridir [81].

7.14.2. Sıralı Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayırıştırma

Paralel STDMD'nin aksine, ardışık yaklaşım, uzaysal-zamansal verilerin zamansal eksen boyunca ardışık olarak ayrıştırılmasını ve hem uzaysal hem de zamansal dinamiklerin ayrı ayrı yakalanmasını içerir. Bu yaklaşım, zaman içinde gelişen uzaysal yapıların ve bunlara karşılık gelen zamansal dinamiklerin tanımlanmasını sağlar.

Geleneksel DMD için, zamansal bilgi (zamansal büyüme hızı ve açısal frekans) özdeğer matrisi Λ 'ye açıkça dahil edilirken, uzamsal bilgi (uzamsal büyüme hızı ve dalga sayısı) dinamik mod matrisi Φ 'de örtük olarak gizlenmiştir. Bu nedenle, bu çalışma uzamsal bilgi elde etmek için dinamik modları belirli bir şekilde ayrıştırmayı amaçlamaktadır. Standart DMD yöntemi giriş verisi $D = [x_0, \dots, x_m]$ 'e uygulanırsa zamansal DMD genişlemesiyle sonuçlanır:

$$x_k = \Phi \Lambda^k b \quad (232)$$

Burada $\Phi = YV\Sigma^\dagger W$, (tam) DMD modlarının matrisidir, Λ , DMD özdeğerlerinin matrisidir ve b , genlik vektörüdür.

$$D = \Phi \text{diag}\{b_i\} V_{\text{and}}(\lambda) \quad (233)$$

Dikkat edilmesi gereken husus, söz konusu dinamiğin uzamsal büyüme hızı ve dalga sayısı gibi uzamsal bilgilerinin, dinamik mod matrisi Φ 'de örtük olarak gizli olduğudur. DMD mod matrisi Φ 'nin satır vektörleri, bir uzamsal genişleme elde etmek için kullanılabilir.

$$\bar{D} = \Phi^T = [\bar{y}_0, \dots, \bar{y}_n], \quad (234)$$

Burada $\bar{y}_i$, $\bar{D}$ 'nin i 'inci sütun vektörüdür. Standart DMD yaklaşımını $\bar{D}$, verilerine uygulandığında aşağıdaki genişleme elde edilir:

$$\bar{y}_k = \bar{\Phi} \bar{\Lambda}^k \bar{b} \quad (235)$$

Burada $\bar{\Phi}$ özvektör matrisidir, $\bar{\Lambda} = \text{diag}\{\bar{\lambda}_i\}$ ilgili DMD operatörünün ilişkili özdeğerlerinin diyagonal matrisidir ve $\bar{b} = \bar{\Phi}^{-1} \bar{y}_0$ 'dır. Sonra, tam veri matrisi D için aşağıdaki matris formu elde edilir:

$$D = V_{and}^T(\bar{\lambda}) \text{diag}\{\bar{b}_i\} \Psi \text{diag}\{b_i\} V_{and}(\lambda) \quad (236)$$

Burada $r \times r$ matrisi

$$\Psi = \bar{W}^T \quad (237)$$

uzaysal-zamansal DMD modlarının matrisidir. Aşağıdaki algoritma (Algoritma 2), sıralı STDMD için adımları açıklar:

Çizelge 7.3. Sıralı STDMD algoritması [81]

Algoritma 2

1. Veri kümesi D için standart DMD yaklaşımı uygulanır:
 - 1.1. Veri matrisleri tanımlanır: X ve Y ;
 - 1.2. X 'in indirgenmiş SVD'si hesaplanır: $X = U \Sigma V^*$;
 - 1.3. İndirgenmiş mertebeden operatör oluşturulur: $\tilde{A} = U^* Y V \Sigma^{\dagger}$; ve $\tilde{A}$ 'nin özdekompozisyonu hesaplanır: $\tilde{A} W = W \Lambda$;
 - 1.4. DMD modları, özdeğerleri ve genlikleri hesaplanır: $\Phi = Y V \Sigma^{\dagger} W$, Λ ve b .
2. Uzamsal ve zamansal veri matrisi transpoze DMD modları olarak tanımlanır: $\bar{D} = \Phi^T$.
3. Veri kümesi $\bar{D}$ 'ye standart DMD yaklaşımı uygulanır ve DMD modları, özdeğerleri ve genlikleri hesaplanır: $\bar{\Phi}$, $\bar{\Lambda}$ ve $\bar{b}$.
4. Uzamsal – zamansal DMD modlarının matrisi hesaplanır: $\Psi = \bar{\Phi}^T$

D 'deki anlık görüntülerin yeniden yapılandırılması için aşağıdaki ifade kullanılır:

$$x_s^{(k)} = \sum_{i,j=1}^r \psi_{ij} \bar{\lambda}_i^s \bar{b}_i \lambda_j^k b_j \quad (238)$$

Burada $x_s^{(k)}$, x_k durumunun s 'inci koordinatıdır. Sürekli durum için ifade aşağıdaki gibi elde edilir:

$$x(s, t) = \sum_{i,j}^r \psi_{ij} e^{\bar{\omega}_i s} \bar{b}_i e^{\omega_j t} b_j = \sum_{i,j=1}^r \psi_{ij} \bar{b}_i b_j e^{\bar{\omega}_i s + \omega_j t} \quad (239)$$

Burada s , uzamsal değişkeni ifade eder. Uzamsal DMD özdeğerleri $\bar{\omega}_i$ uzamsal dalga sayıları ve büyüme oranları hakkında bilgi verirken, zamansal DMD özdeğerleri ω_j altta yatan zamansal frekanslar ve büyüme oranları hakkında bilgi verir [81].

7.15. Gecikmeli Yerleştirme Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayrıştırma

Geleneksel DMD yaklaşımları, özellikle yüksek boyutlu ve gürültülü veri kümeleriyle uğraşırken, doğrusal olmayan ve durağan olmayan sistemlerin tüm karmaşıklığını yakalama yetenekleri açısından sınırlıdır. Çizelge 7.2 ve Çizelge 7.3'te verilen algoritmalarda standart DMD yönteminin sırayla veya paralel olarak uygulanması nedeniyle, DMD yönteminin deavantajlarını devralır. Bu sınırlamaları ele almak için gecikme yerleştirme yaklaşımı kullanılarak STDMD algoritmasının bir uzantısı önerilmiştir [81].

7.15.1. Paralel Gecikmeli Yerleştirme Uzaysal-Zamansal Dinamik Mod Ayrıştırma

Bu yaklaşım, sistemin girdi verilerini yeniden tasarlayarak yeni durum değişkenleri oluşturur. Bununla birlikte, yeni değişkenlerin tanıtılması, eğitim veri setindeki örnek sayısını azaltma pahasına yapılır. Bu nedenle, yeni değişkenlerin sayısı yani Hankel matrisindeki satır sayısı [81], baskın modları tespit etme yeteneği ile tahmin edilen modelin doğruluğu arasında bir denge olmalıdır. Aşağıdaki algoritma (Algoritma 3), paralel gecikme gömme DMD'nin adım adım uygulanmasını sağlar [81]:

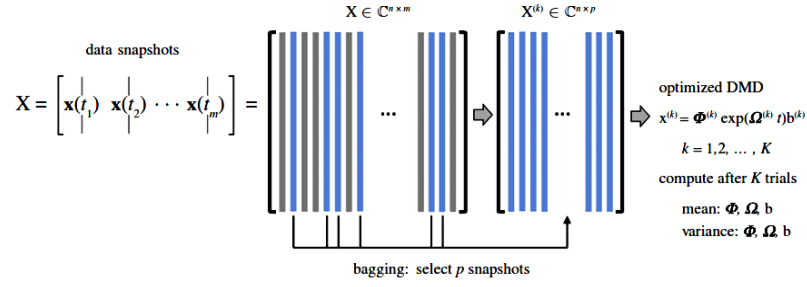
Çizelge 7.4. Paralel gecikmeli gömme STDMD [81]

Algoritma 3

1. D 'nin (indirgenmiş) SVD'si hesaplanır ve $D = U_D \Sigma_D V_D^*$
2. Uzamsal ve zamansal veri matrisileri tanımlanır: $\tilde{D} = \Sigma_D V_D^*$ ve $\bar{D} = \Sigma_D U^T$.
3. Veri kümesi $\tilde{D}$ 'ye gecikmeli yerleştirme DMD yaklaşımı uygulanır ve zamansal DMD modları, özdeğerleri ve genlikleri hesaplanır: W, Λ ve b .
4. Veri kümesi $\bar{D}$ 'ye gecikmeli yerleştirme DMD yaklaşımı uygulanır ve uzamsal DMD modları, özdeğerleri ve genlikleri hesaplanır: $\bar{W}, \bar{\Lambda}$ ve $\bar{b}$.
5. Uzamsal-zamansal DMD modlarının matrisi hesaplanır: $\Psi = \bar{W}^T \Sigma_D^{-1} W$.

7.16. Torbalama, Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayrıştırma

Torbalama, Optimize Edilmiş Dinamik Mod Ayrıştırma (Bagging, optimized dynamic mode decomposition-BOP-DMD) Şekil 7.5'de optimize edilmiş DMD algoritmasıyla birlikte gösterilen Breiman'ın istatistiksel torbalama örnekleme stratejisinden yararlanır. Torbalama, bir model topluluğu oluşturmak üzere tasarlanmıştır; böylece model varyansı azaltılır ve aşırı uyum tasarım gereği bastırılır. Topluluklama, DMD'yi iyileştirmekle kalmaz, aynı zamanda derin sinir ağı regresyonlarında da etkilidir. Buradaki diğer yenikler arasında, optDMD tarafından kullanılan değişken projeksiyon tekniğinin, tutarlı bir şekilde optimum bir çözüme yakınsaması için sabitlenmesi yer alır. Yakınsama yeteneği genellikle DMD özdeğerleri ve özvektörleri için uygun bir başlangıç tahminine bağlıdır. Daha kesin bir ifadeyle, simülasyonlar aracılığıyla, özvektörlerin başlangıç tahmininin, değişken projeksiyonun güvenilir yakınsaması üzerinde en belirgin etkiye sahip olduğu gözlemlenmiştir. Standart biçimde, herhangi bir başlangıç tahmini verilmez ve karmaşık, gürültülü verilerde yakınsama başarısızlığı yaygındır [82].



Şekil 7.5. BOP-DMD mimarisinin özeti [82]

BOP-DMD algoritması başlatma sürecini hesaba katar ve regresyon mimarisi olarak opt-DMD'yi kullanarak doğrusal modeller için en uygun çözümleri sağlar. Algoritma 1, BOP-DMD'nin algoritmik yapısını gösterir ve DMD modellerinin paketlenmesini, başlatılmasını ve bir topluluk olasılıklı DMD modeli oluşturmak için bir araya getirilmesini vurgular. DMD'nin başlatılması öncelikle özdeğerleri, ve özvektörleri Φ_0 'ın BOP-DMD'yi başlatmak için kullanılabileceği bir opt-DMD model yaklaşımı oluşturularak gerçekleştirilir.

Algoritma 1, DMD modelleri üretmek için sağlam bir yöntem sunar. DMD modelinin kendisine ek olarak, algoritmanın çıktısı, algoritma 2'de gösterildiği gibi, UQ metrikleriyle bir tahmin üretmek için de kullanılabilir. Özellikle, BOP-DMD modeli, belirli bir sistem için olasılıksal bir tahmin üretmek amacıyla Monte Carlo tarzında kullanılır. Bu tahmin, BOP-DMD'den hesaplanan Φ, Ω ve b 'nin olasılık dağılımlarından yararlanılarak gerçekleştirilir. Tahminin ortalaması ve varyansı elde edilerek, tahmin tahminiyle birlikte UQ elde edilir. Algoritma 1 ve 2 aşağıda verilmiştir [82].

Çizelge 7.5. BOP-DMD [82]

Algoritma 1

<i>Input:</i> (X, p, K)	
<i>procedure</i> BOPDMD (X, p, K)	
Compute Φ_0, Ω_0, b_0	optDMD regresyonu
<i>for</i> $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ <i>do</i>	K optDMD modellerini hesaplayın
Choose p of m snapshots ($p < m$)	Torbalama
optDMD Φ_k, Ω_k, b_k	Ω_0 ile başlat
Update Φ, Ω, b	Φ_k, Ω_k, b_k 'yı Φ, Ω, b 'ye ekle
<i>end for</i>	
Compute mean $\mu = \{\langle \Phi \rangle, \langle \Omega \rangle, \langle b \rangle\}$	Vandermonde matrisi (isteğe bağlı)
Compute variance $\sigma = \{\langle \Phi^2 \rangle, \langle \Omega^2 \rangle, \langle b^2 \rangle\}$	
Return μ, σ	optDMD parametrelerini döndür
<i>end procedure</i>	

Çizelge 7.6. BOP-DMD Tahmini [82]

Algoritma 2

<i>Input:</i> (μ, σ, T, K)	
<i>procedure</i> FORECASTBOPDMD (μ, σ, T, K)	
<i>for</i> $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ <i>do</i>	K tahminlerini hesaplayın
Generate $\langle \Phi \rangle, \Omega_k, b_k$	(μ, σ) 'dan çizildi
$x_k(T) = \langle \Phi \rangle \exp(\Omega_k T) b_k$	T çarpımı için çözüm
<i>end for</i>	
Compute mean $\langle x(T) \rangle$	
Compute variance $\langle x^2(T) \rangle$	
Return $\langle x(T) \rangle, \langle x^2(T) \rangle$	optDMD tahminini döndür
<i>end procedure</i>	

7.17. Toplam Dinamik Mod Ayrıştırması

Toplam DMD (Total Dynamic Mode Decomposition–tDMD) yöntemi, öncelikle gürültünün baskın olduğu durumlarda uygulanır. Bu yöntem, bir sinyalin anlık görüntülerini temsil eden X_1 ve X_2 olarak tanımlanan iki kaydırılmış veri dizisini hizalayarak gürültü azaltmayı ele alır. X_1 ’in gürültüden etkilendiği, X_2 ’nin ise gürültüsüz olduğu varsayılır. Bir en küçük kareler yaklaşımıyla, DMD, referans olarak X_2 ’yi kullanarak anlık görüntüler arasında doğrusal bir ilişki arar. Bu asimetrik ilişki, toplam en küçük kareler problemi oluşturur. Başlangıçta, yığılmış veri şu şekilde oluşturulur:

$$Z = [X_1 \ X_2]^T \quad (240)$$

Problem X_1 ve X_2 ’nin SVD kullanılarak optimal r – boyutlu alt uzaya projeksiyonu yapılarak ele alınmakta ve spektral bilgi çıkarımı artırılmaktadır.

$$\widetilde{X}_2 = X_2 V \quad (241)$$

$$\widetilde{X}_2 = X_2 V \quad (242)$$

Eğer $\widetilde{X}_1$ SVD geçirirse

$$\widetilde{X}_1 = U_r \Sigma_r V_r^T \quad (243)$$

O zaman DMD operatör matrisi F şu şekilde belirlenir:

$$F = U_r^T X_2 V_r \Sigma_r^{-1} \quad (244)$$

F , sistemin davranışını karakterize eder ve tam dinamik mod matrisi Φ_T hesaplamasına yol açar. Sönümleme ve frekans Denklem (245) üzerinden elde edilir. Son olarak, sürekli özdeğerlere sahip yeniden yapılandırılmış matris X_{rec} Denklem (246)’daki gibi hesaplanır [76].

$$F = W \Lambda W^{-1} = U^T X_2 V \Sigma^{-1} \quad (245)$$

$$X_{rec}^T = \Phi_T \exp(\Omega_T t) a \quad (246)$$

7.18. Toplam En Küçük Kareler Dinamik Mod Ayrıştırma

PMU verileri tipik olarak, sensör gürültüsü veya iletişim gecikmelerinden kaynaklanan hatalar gibi gürültüden etkilenebilecek birden fazla düğüm için voltaj, faz ve frekans bilgilerini içerir. Toplam En Küçük Kareler DMD (The Total Least Squares DMD- TLS-DMD)’nin avantajı, X ve Y gürültüsünü aynı anda işleyebilmesidir.

Oluşturulan modelin girdi ve çıktısının sırasıyla X ve Y matrisleriyle temsil edilmiş olsun. Burada $X, Y \in R^{m \times n}$:

$$X = \bar{X} + E_X \quad (247)$$

$$Y = \bar{Y} + E_Y \quad (248)$$

Burada $\bar{X}$ ve $\bar{Y}$ bozulmamış gerçek verileri temsil ederken, E_X ve E_Y sırasıyla giriş ve çıkışa karşılık gelen bağımsız bozulmaları belirtir.

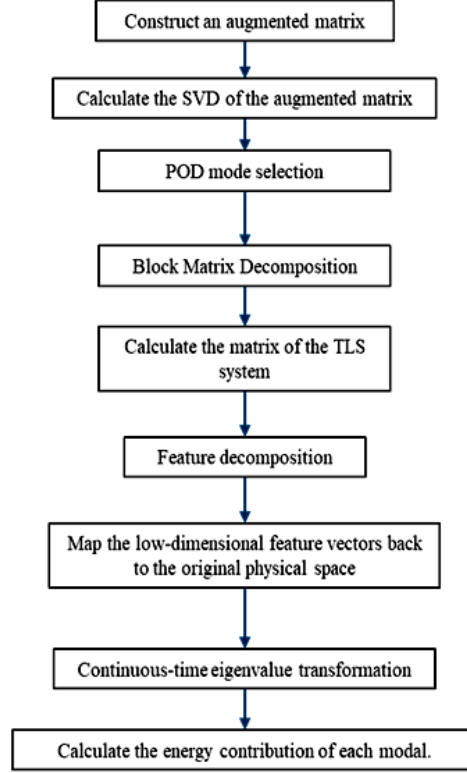
Güç sistemini salınımlarının tanımlanmasında, giriş matrisi X , belirli bir zamanda sistem durumunun ölçülen değerinden (voltaj faz açısı ve her düğümün frekans sapması gibi) oluşur ve çıkış matrisi Y , bir dahaki sefere karşılık gelen ölçülen durum değeridir.

Küresel en küçük kareler problemi aşağıdaki formülle açıklanabilir: [83]

$$\min_{\tilde{A}, \Delta X, \Delta Y} \|\Delta X\|_F^2 + \|\Delta Y\|_F^2 \quad (249)$$

$$s. t. Y + \Delta Y = A(X + \Delta X) \quad (250)$$

$\tilde{A}$ 'nın hesaplanması için, $r = m \leq n$ olduğunda tekil değer ayrıştırma yöntemi (SVD) kullanılır ve matris $\tilde{A}$, TLS-DMD'nin çözümüdür. TSL-DMD algoritmasının adımları aşağıdaki Şekil 7.6'da gösterilmiştir.



Şekil 7.6.TSL-DMD algoritmasının adımları [83]

TSL-DMD algoritmasının detaylı çözüm adımları aşağıdaki gibidir:

1. Giriş matrisi X ve çıkış matrisi Y 'yi, genişletilmiş matrisi elde etmek için dikey olarak istiflenir:

$$Z = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \in R^{2m \times n} \quad (251)$$

Burada $X, Y \in R^{m \times n}$, sırasıyla giriş ve çıkış zaman serisi veri matrislerini temsil eder. Burada, m uzamsal boyutu, n ise zaman adımını temsil eder.

2. Genişletilmiş matrisin SVD'si hesaplanır:

$$Z = U \sum V^T \quad (252)$$

Burada $U \in R^{2m \times 2m}$, $\sum \in R^{r \times r}$, $V \in R^{n \times n}$.

3. İçsel ortogonal ayrıştırmanın modal seçimi (Uygun Ortogonal Ayrıştırma, POD): Tekil değerlerin bozunumuna dayanarak, ilk r baskın POD modlarını seçilir ve SVD şu şekilde kesilir:

$$Z \approx U_r \Sigma_r V_r^T \quad (253)$$

Yani,

$$\begin{bmatrix} \bar{X} + E_X \\ \bar{Y} + E_Y \end{bmatrix} \approx U_r \Sigma_r V_r^T \quad (254)$$

$U_r \in R^{2m \times r}$, $\Sigma_r \in R^{r \times r}$, $V_r \in R^{n \times r}$ olduğunda, verileri orijinal uzaydan düşük boyutlu özellik uzayına POD projeksiyonu yoluyla yansıtarak, gürültü bastırabilir ve boyut azaltılabilir.

4. Sol tekil vektör matrisi U_r 'yi giriş ve çıkış boyutlarına göre bloklara bölündüğünde, Denklem (255) elde edilir:

$$U_r = \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{21} \end{bmatrix} \quad (255)$$

Burada $U_{11} \in R^{m \times r}$, giriş matrisi X 'in izdüşümüdür; $U_{21} \in R^{m \times r}$, giriş matrisi Y 'nin izdüşümüdür.

5. Düşük boyutlu sistem matrisi $\tilde{A}$ blok matris işlemleriyle çözülür:

$$\tilde{A} = U_{21} U_{11}^\dagger \quad (256)$$

Burada $U_{11}^\dagger = (U_{11}^\dagger U_{11})^{-1} U_{11}^T$, Moore-Penrose sözde tersidir.

6. Önceki adımda elde edilen düşük boyutlu sistem matrisi $\tilde{A}$ üzerinde öz ayrıştırma işlemi gerçekleştirilir:

$$\tilde{A}W = W\Lambda \quad (257)$$

Burada $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$, özdeğerlerin köşegen matrisidir; $W = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r]$, sağ özellik vektör matrisidir.

7. Düşük boyutlu özellik vektörü W orijinal fiziksel uzaya geri eşlenir:

$$\varphi = Y V_r \Sigma_r^{-1} W \quad (258)$$

Burada $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_r]$.

8. Ayırık zamanlı özdeğerler sürekli zamanlı özdeğerlere dönüştürülür:

$$\lambda_{c,i} = \frac{\ln(\lambda_i)}{\Delta t} = \gamma_i + j2\pi f_i \quad (259)$$

Burada, f_i salınım frekansını, $2\pi f_i$ açısal frekansı ve γ_i sönümlenme frekansını temsil eder.

9. Her modun enerji katkısı hesaplanır:

$$E_i = \|\varphi_i\|_2^2 \cdot |b_i|^2 \quad (260)$$

Burada $b = \varphi^{-1} x_1, x_1$ başlangıç örnek değeridir.

Matris inşasının zaman gecikmeli gömme teorisine göre, X ve Y üst üste konulduğunda, inşa edilen matris boyutunun şu şekilde olması gerektiği unutulmamalıdır:

$$L \approx \frac{N}{4} \quad (261)$$

Burada L toplam zaman adımı sayısıdır. Bu, SVD hesaplamasını zorlaştıran boyutsal patlamayı önleyebilir; ayrıca, tekil değer aşamasının çok yüksek olmaması gerektiğine dikkat edilmelidir [83].

7.19. Kontrollü Dinamik Mod Ayrıştırma

Kontrollü DMD (Dynamic Mode Decomposition with Control-DMDc) yöntemi, DMD'nin kritik olarak etkinleştirilen bir uzantısıdır. DMDc, temel dinamikler ile harekete geçirme etkisi arasındaki belirsizliği ortadan kaldırır ve DMD'nin temel varsayımını, $u_k \in R^q$ girdilerinin etkisini de içerecek şekilde değiştirir [84].

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (262)$$

Burada $B \in R^{n \times q}$. Aktivasyonun matris formu

$$Y = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ u_0 & u_1 & \cdots & u_{m-1} \\ | & | & \cdots & | \end{bmatrix} \quad (263)$$

Sistem matris biçiminde şu şekilde yazılabilir:

$$X = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ x_0 & x_1 & \cdots & x_{m-1} \\ | & | & \cdots & | \end{bmatrix} \quad (264)$$

$$X' = AX + BY \quad (265)$$

Giriş anlık görüntü matrisi Y 'deki her sütun u_k , Denklem (263)'de her anlık görüntüdeki girişi temsil eder ve X, X' veri matrisleri Denklem (264)'de olduğu şekilde formüle edilir.

En küçük kareler regresyon algoritması, matris A ve ona bağlı DMD modları ile özdeğerleri belirlemek için tekrar kullanılabilir. İki farklı durum göz önünde göz önünde bulundurulabilir: B 'nin bilindiği durum ve B 'nin bilinmediği durum. Girdi matrisi B biliniyor veya iyi tahmin edilebiliyorsa, çıktı durumların ve girdilerin basit bir lineer kombinasyonu olur. DMD modları, X' yerine $X' - BY$ kullanılarak tam DMD algoritmasının prosedürü izlenerek elde edilebilir. B bilinmiyorsa, regresyon yoluyla DMD modları ve B matrisine bir yaklaşık değer hesaplamak mümkündür. Bu durum için, hem durum hem de girdi anlık görüntülerini içeren arttırılmış bir matris oluşturulur:

$$\Omega = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (266)$$

İki bilinmeyenli sistem matrislerini içeren arttırılmış matrisle birlikte,

$$G = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \quad (267)$$

Regresyon problemi daha sonra Denklem (268)'de verildiği gibi formüle edilir:

$$X' = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = G\Omega \quad (268)$$

Burada $\Omega \in R^{(n+q) \times m}$, durum ve kontrol anlık görüntülerinin birleşimidir. Bilinmeyen B ile DMD algoritması Çizelge 7.7’de gösterilmiştir. Önemli olarak, SVD artık hem durum hem de giriş değişkenlerinin düşük dereceli bir temsili oluşturur; bunların her ikisi de düşük dereceli yapılar aracılığıyla A ve B matrislerinin yaklaşık değerlerini elde etmek için kullanılır. Aşağıdaki örneklerde derece $\tilde{r} = r - q$ olarak seçilmiştir.

Çizelge 7.7. Kontrollü DMD [84]

Algoritma 2

Input: Data matrices X, X' , input snapshot matrix Y , target rank r of X or X' and $\tilde{r}$ of Ω .

Optional: Actuation matrix B .

Output: Spectrum Λ , modes Φ , [and actuation matrix $\hat{B}$].

1: **procedure** DMDc($X, X', Y, r, \tilde{r}[B]$)

2: **if** B is known **then**

3: $[\Lambda, \Phi] \leftarrow \text{DMD}(X, X' - BY, r)$

4:

5: **else**

6: $\Omega \leftarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$

7: $[\tilde{U}, \tilde{\Sigma}, \tilde{V}] \leftarrow \text{SVD}(\Omega, \tilde{r})$

8: $\tilde{U}_1, U_2 \leftarrow \tilde{U}$

9: $[\tilde{U}, \tilde{\Sigma}, \tilde{V}] \leftarrow \text{SVD}(X', r)$

10: $\tilde{A} \leftarrow \tilde{U}^* X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}_1^* \tilde{U}$.

11: $\tilde{B} \leftarrow \tilde{U}^* X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}_2^*$

12: $\tilde{B} \leftarrow X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}_2^*$

13: $[W, \Lambda] \leftarrow \text{EIG}(\tilde{A})$

14: $\Phi \leftarrow X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}_1^* \tilde{U} W$

15: **end if**

16: **end procedure**

Köşeli parantez içindeki isteğe bağlı çıktılar $[\bullet]$.

DMD [84] ayarlı olarak gerçekleşir.
Bilinen eylem için.

Durum ve giriş anlık görüntülerinin matrisi.

Ω 'nın kırılmış $\tilde{r} - \text{rank}$ SVD'si
 $\tilde{U}$ 'yu iki bileşene ayır.
 X' 'nin kırılmış $r - \text{rank}$ SVD'si.
 A 'nın düşük dereceli yaklaşık değeri.
Azaltılmış eylem matrisi $\tilde{B}$ 'yi tahmin et
Aktivasyon matrisi $\hat{B}$ 'yi tahmin et.
 $\tilde{A}$ 'nın özdeğer ayrışımı.
 A 'nın DMD modları.

$\lambda_i = 0$ ise adım 13 için $\phi_i = \tilde{U}_1 \tilde{U}_1^* \tilde{U} \omega_i$ olduğu unutulmamalıdır.

DMD algoritmasına oldukça benzer şekilde, DMDc, bulunan kontrol matrisi B 'den ayrıştırılmış bir durum dinamiği doğrusal modeli A oluşturmak için verilerin en düşük kareler regresyonuna dayanır. Genel olarak, DMDc, q 'nın büyük olduğu yüksek boyutlu girişlere sahip sistemlere uygulanabilir. Bununla birlikte, önemli miktarda giriş-çıkış verisi toplamadan ilgili alt uzayları tam olarak karakterize zor olabilir [84]

7.20. Sağlam Dinamik Mod Ayrıştırma

Sağlam DMD (Robust Dynamic Mode Decomposition-RDMD), istatistiksel ve sayısal açıdan güvenilir sonuçlar elde etmeyi amaçlayan bir yöntemdir. İstatistiksel sağlamlık, ağır kuyruklu dağılımlar da dâhil olmak üzere Gauss ve Gauss olmayan olasılık dağılımlarında tahmin verimliliği sağlamaktadır. RDMD yöntemi, veri setindeki aykırı değerleri projeksiyon istatistikleri aracılığıyla belirleyip, dışbükey bir Huber maliyet fonksiyonunu en aza indiren Schweppe tipi Huber genelleştirilmiş maksimum olabilirlik tahmincisi kullanarak bastırdığı için istatistiksel olarak sağlamdır. Ayrıca yöntem, Newton algoritmalarına kıyasla daha iyi yakınsama özellikleri ve sayısal kararlılık gösteren yinelemeli olarak yeniden ağırlıklandırılmış en küçük kareler algoritması ile çözülmektedir.

$y' = \text{col}(Y') = [y_1^T \dots y_N^T]^T$, $a = \text{row}(A) = [a_1^T \dots a_m^T]^T$, ve $B = I_m \otimes Y^T$ olsun, burada I_m boyutlu bir matrisin özdeşliğini belirtir ve $\otimes$ Kronecker çarpımını gösterir. Doğrusal regresyon şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$y' = Ba = (I_m \otimes Y^T)a = v \begin{bmatrix} Y^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} \quad (269)$$

Denklem (269)'un çözümü aşağıda verilen formdaki m alt problemi çözülerek bulunabilir:

$$y' = Y^T a_i, i = \{1, 2, \dots, m\} \quad (270)$$

Dolayısıyla, her alt problem i için, $y' = Y^T a_i$ 'nin çözümü olan sağlam bir tahmin, $\hat{a}_i$ aranır. k anında kalıntı (sütun) vektörünün Denklem (271)'de verildiği gibi tanımlandığı varsayılırsa:

$$r_k := y_{k+1} - Ay_k, \quad (271)$$

ve r_k 'nın i 'ninci elemanı Denklem (272) olarak verilsin:

$$r_k^{[i]} = y_{k+1}^{[i]} - a_i^T y_k \quad (272)$$

Denklem (272) ile verilen $r_k^{[i]}$ kalıntıları doğal olarak her bir alt problem i için geçerlidir. Her bir alt problem i için, aşağıdaki gibi tanımlanan maliyet fonksiyonu en aza indirilir:

$$J_H(a_i) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k^2 \rho_H(r_{ks}^{[i]}), \quad (273)$$

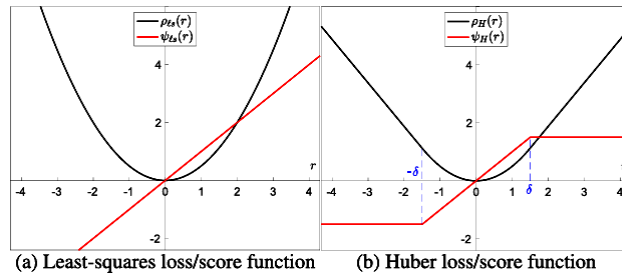
Denklem (273)'e en uygun çözüm tahmin edilir:

$$\frac{\partial J_H(a_i)}{\partial a_i} = \sum_{k=0}^{N-1} -\frac{w_k y_k}{s} \psi_H(r_{ks}^{[i]}) = 0_m \quad (274)$$

Burada $\psi_H(r_{ks}^{[i]}) = \partial \rho(r_{ks}^{[i]}) / (r_{ks}^{[i]})$, ve

$$\psi_H(r_{ks}^{[i]}) = \begin{cases} r_{ks}^{[i]} & \text{for } |r_{ks}^{[i]}| \leq \delta \\ \delta \cdot \text{sign}(r_{ks}^{[i]}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (275)$$

Huber puan fonksiyonudur. En küçük kareler, Huber kayıp ve puan fonksiyonlarının bir örneği Şekil 7.7'de verilmiştir.



Şekil 7.7.(a) En Küçük Kareler Zamanlayıcısı ve (b) Huber Kayıp Fonksiyonuna Dayalı Genelleştirilmiş Maksimum Olasılıklı Güvenilir Zamanlayıcı Arasındaki Karşılaştırma [85]

Sınırlı bir puan fonksiyonuna sahip olmanın, bir tahmin edicinin sağlam olması için gerekli bir koşul olduğu vurgulanır. Son olarak Denklem (269) için sağlam bir çözüm Denklem (274)'ü $i = \{1, 2, \dots, m\}$ için aşağıdaki gibi çözülerek elde edilir. Denklem (274)'teki Huber puan fonksiyonunu $r_{ks}^{[i]}$ ile çarpıp bölerek ve skaler ağırlık fonksiyonunu $q(r_{ks}^{[i]}) := \Psi_H(r_{ks}^{[i]})/r_{ks}^{[i]}$ olarak tanımlayarak, Denklem (274) matris biçiminde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$YQ(y' - Y^T \hat{a}_i) = 0 \quad (276)$$

Burada $Q = \text{diag}(q(r_{ks}^{[i]}))$. $\hat{a}_i$ tahmini için yinelemeli yeniden ağırlıklandırılmış en küçük kareler (IRLS) algoritması kullanarak çözüm,

$$\hat{a}_i^{(v+1)} = (YQ^{(v)}Y^T)^{-1}YQ^{(v)}y' \quad (277)$$

Üst simge (v) , v 'inci yinelemeyi gösterir. IRLS algoritmasının yakınsama koşulu $\|\hat{a}_i^{(v+1)} - \hat{a}_i^{(v)}\| \leq 0.01$ 'i karşılayacak şekilde ayarlanır. Amaç fonksiyonunu aşağıdaki gibi yeniden tanımlanırsa:

$$J_H(A) = \sum_{k=1}^{N-1} w_k^2 \cdot \rho_H(r_{ks}) \quad (278)$$

Burada $\rho_H(r_{ks})$ aşağıdaki gibi değiştirilmiş bir Huber kayıp fonksiyonudur:

$$\rho_H(r_{ks}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \|r_{ks}\|^2 & \text{for } \|r_{ks}\| \leq \delta \\ \delta \cdot \|r_{ks}\| - \frac{1}{2} \delta^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (279)$$

Burada $r_{ks} = \frac{r_k}{s \cdot w_k}$; r_k ve δ daha önce tanımlandığı gibidir. Denklem (278) için en uygun çözüm aşağıdaki gibi verilir:

$$\frac{\partial J_H(A)}{\partial A} = \sum_{k=0}^{N-1} w_k^2 \cdot \frac{\partial \rho_H(r_{ks})}{\partial \|r_{ks}\|^2} \cdot \frac{\partial \|r_{ks}\|^2}{\partial \|r_k\|^2} \cdot \frac{\partial \|r_k\|^2}{\partial A} \quad (280)$$

$$\frac{\partial \rho_H(\|r_{ks}\|)}{\partial \|r_{ks}\|^2} = \frac{1}{2\|r_{ks}\|} \frac{\partial \rho_H(\|r_{ks}\|)}{\partial \|r_{ks}\|} = \frac{\Psi_H(\|r_{ks}\|)}{2\|r_{ks}\|} \quad (281)$$

$$\frac{\partial \|r_{ks}\|^2}{\partial \|r_k\|^2} = \frac{1}{s^2 w_k^2} \quad (282)$$

$$\frac{\partial \|r_k\|^2}{\partial A} = 2r_k y_k^T \quad (283)$$

$$\frac{\partial J_H(A)}{\partial A} = \sum_{k=0}^{N-1} w_k^2 \frac{\Psi_H(\|r_{ks}\|)}{\|r_{ks}\|} \frac{(y_{k+1} - A_{y_k}) y_k^T}{s^2 w_k^2} = 0 \quad (284)$$

Denklem (284)'ü matris formuna dönüştürerek Denklem (285) elde edilir.

$$YQ(Y' - AY)^T = 0 \quad (285)$$

Burada $Q = \text{diag}(\frac{\Psi_H(\|r_{ks}\|)}{\|r_{ks}\|})$. IRLS algoritması kullanılarak $\hat{A}$ tahmininin çözümü

$$\hat{A}^{(v+1)} = Y'Q^{(v)}Y^T(YQ^{(v)}Y^T)^{-1} \quad (286)$$

IRLS algoritmasının yakınsama koşulu $\|\hat{A}^{(v+1)} - \hat{A}^{(v)}\|_F \leq 0.01$ 'i karşılayacak şekilde ayarlanmıştır [85].

7.21. Akış Dinamik Mod Ayrıştırması

Akış DMD (Streaming Dynamic Mode Decomposition-sDMD) veri akışına uyum sağlamak için standart DMD algoritmasının bir modifikasyonudur. Standart DMD bir veri yığını üzerinde gerçekleştirilebilirken, sDMD yeni bilgiler elde edildikçe ayrıştırmasını art arda güncelleyebilir. Ortaya çıkan yöntem, DMD modunu süreksiz olarak güncellemek için hesaplama açısından verimli bir uyarlanabilir yöntemdir. Aşağıda eşdeğer olarak iki matrisin çarpımı verilmiştir ve $Q_k \in \mathbb{R}^{r_Y \times r_X}$, $P_k^X \in \mathbb{R}^{r_X \times r_X}$.

$$\tilde{A}_k = \tilde{Y}_k \tilde{X}_k^T (\tilde{X}_k \tilde{X}_k^T)^{-1} \quad (287)$$

$$\tilde{A}_k = Q_k (P_k^X)^{-1} \quad (288)$$

Burada $Q_k = \tilde{Y}_k \tilde{X}_k^T$ ve $P_k^X = \tilde{X}_k \tilde{X}_k^T$. Denklem (287)'nin geçerli olabilmesi için $\tilde{X}_k$ 'nin tam sayı (full rank) olması bir gerekliliktir. Bu nedenle, SVD kesme sırası r_x , bu durumu sağlamak için yeterince küçük olmalıdır. Q_k ve P_k^X bellekte sakalanır ve yeni anlık görüntü çiftleri ölçüldükçe sürekli olarak güncellenir. Başlatmada ek bir matris, $P_k^Y \in \mathbb{R}^{r_Y \times r_Y}$, ayrıca $P_k^Y = \tilde{Y}_k \tilde{Y}_k^T$ olarak hesaplanır. Bu matris, aşağıda açıklanan sıra küçültme adımı için gereklidir. Yeni bir gözlem çifti x_{k+1} ve y_{k+1} elde edildiğinde Q_{k+1} , P_{k+1}^X ve P_{k+1}^Y aşağıdaki gibi $rank - 1$ güncellemeleri gerçekleştirilerek güncellenir:

$$Q_{k+1} = \rho Q_k + y_{k+1} x_{k+1}^T \quad (289)$$

$$P_{k+1}^X = \rho P_k^X + x_{k+1} x_{k+1}^T \quad (290)$$

$$P_{k+1}^Y = \rho P_k^Y + y_{k+1} y_{k+1}^T \quad (291)$$

Burada $\rho \in [0, 1]$ “unutma faktörü”dür [86]. Denklemler (289)-(291)'deki şeması Zhang vd [87] tarafından tanımlanmıştır. Eğer model indirgeme adımı atlanırsa, yöntem çok boyutlu özyinelemeli en küçük kareler yöntemiyle eşdeğerdir. ρ 'nin dahil edilmesi, DMD'nin en güncel gözlemleri daha yüksek bir ağırlıkla dikkate almasını sağlar. Bu, regresyon maliyet fonksiyonunu Denklem (292) durumuna getirir [86].

$$\sum_{i=k}^{k+w-1} \rho^{k+w-1-i} \|\tilde{y}_i - \tilde{A}_k \tilde{x}_i\|_2^2 \quad (292)$$

Eğer ρ bir bellek yarı ömrü parametresi $T_{1/2}$ 'ye dayanarak seçilirse $\rho = 2^{-T_s/T_{1/2}}$, bir örneğin ağırlığının yarıya indiği süreyi ifade eder. T_s , algoritmanın örnekleme zamanıdır. $\rho = 1 (T_{1/2} \rightarrow \infty)$ olduğunda, başlatmadan bu yana toplanan tüm örnekler eşit ağırlıkta

değerlendirilir. Çok sayıda güncelleme sırasında, bu durum, (288)'deki büyüklüklerin geniş aralığı nedeniyle sayısal kararsızlıklara yol açabilir. Bellek yarı ömrünün dahil edilmesi, algoritmanın matrislerin P_k^X, P_k^Y ve Q_k büyüklüğünü sınırlayarak sürekli çalışmasını sağlar. Düşük mertebeden projeksiyonun güncel tutulması için, projeksiyon hatası, Denklemler (289) ve (290) yürütülmeden önce belirlenir. Projeksiyon hatası, yüksek boyutlu durumun düşük boyutlu bir alana projeksiyonu sırasında bilgi kaybını nicelendirir ve şöyle hesaplanır:

$$e_x = \frac{\|x - U_k^X U_k^{XT} x\|_2}{\|x\|_2} \quad (293)$$

Projeksiyon hatası kullanıcı tanımlı bir eşik değerini, ϵ , aşarsa, temel matrisin derecesi, U_k^X , sütun uzayına bir temel vektör eklenerek artırılır. $x - U_k^X U_k^{XT} x$ tanım gereği U_k^X 'nin sütun uzayına dik olduğundan, yeni temel vektörü olarak kullanılmaya uygundur. Ayrıca Q_k ve P_k^X yeni temel boyutu dikkate alınarak güncellenmelidir. Bu, her iki matrisin de sıfır ile doldurulmasıyla gerçekleştirilir. Benzer şekilde, çıktı temel projeksiyon hatası, $e_y = \|y - U_k^Y U_k^{YT} y\|_2 / \|y\|_2$, eşiği aşarsa, sistem matrisleri benzer şekilde güncellenir. Derece arttırmaları için güncelleme şeması Çizelge 7.8'de açıklanmıştır.

Çizelge 7.8. SVD güncelleme şeması

	Update condition	Matrix update
Rank augmentation of U_k^X	$\frac{\ x - U_k^X U_k^{XT} x\ _2}{\ x\ _2} > \epsilon$	$U_k^X \leftarrow \begin{bmatrix} U_k^X & x - U_k^X U_k^{XT} x \\ 0^{1 \times r} & 0 \end{bmatrix}$ $Q_k \leftarrow \begin{bmatrix} Q_k \\ 0^{1 \times r} \end{bmatrix}$ $P_k^X \leftarrow \begin{bmatrix} P_k^X & 0^{r \times 1} \\ 0^{1 \times r} & 0 \end{bmatrix}$
Rank augmentation of U_k^Y	$\frac{\ y - U_k^Y U_k^{YT} y\ _2}{\ y\ _2} > \epsilon$	$U_k^Y \leftarrow \begin{bmatrix} U_k^Y & y - U_k^Y U_k^{YT} y \\ 0^{1 \times r} & 0 \end{bmatrix}$ $Q_k \leftarrow \begin{bmatrix} Q_k & 0^{r \times 1} \\ 0^{1 \times r} & 0 \end{bmatrix}$ $P_k^Y \leftarrow \begin{bmatrix} P_k^Y & 0^{r \times 1} \\ 0^{1 \times r} & 0 \end{bmatrix}$
Rank reduction of U_k^X	$\text{rank}(U_k^X) > r_{\max}$	$U_k^X \leftarrow U_k^X \psi_k^X$ $Q_k \leftarrow Q_k \psi_k^X$ $P_k^X \leftarrow \Lambda_k^X$
Rank reduction of U_k^Y	$\text{rank}(U_k^Y) > r_{\max}$	$U_k^Y \leftarrow U_k^Y \psi_k^Y$ $Q_k \leftarrow \psi_k^{YT} Q_k$ $P_k^Y \leftarrow \Lambda_k^Y$

Birkaç sıra artırım sonrasında, U_k^X ve U_k^Y tam sıra yaklaşacaktır. Bu arzu edilmeyen bir durumdur çünkü düşük mertebeli indirgeme avantajları azalır. Bunu önlemek için, baz boyutunun $r_{\min}$ 'e indirildiği ikinci bir temel güncelleme türü gerçekleştirilir. Bu, DMD sisteminin önde gelen özvektörlerinin uygun bir ortogonal ayrışımı kaullanarak temel vektörlerin yeniden ortogonalleştirilmesi ile sağlanır. Bu, P_k^X (veya P_k^Y) ile bir özdekompozisyon kullanılarak kolayca gerçekleştirilebilir. Örneğin U_k^X 'nin sıra azaltılması gerekiyorsa, P_k^X 'yı özdekompoze ederek $r_{\min}$ önde gelen özdeğerleri diyagonal bir matris $\Lambda \in \mathbb{R}^{r_{\min} \times r_{\min}}$ içinde ve önde gelen $r_{\min}$ özvektörleri $\Psi_k^X \in \mathbb{R}^{r_{\max} \times r_{\min}}$ 'nin sütunları olarak elde edilir. Sistem matrisleri Çizelge 7.8'de açıklandığı gibi güncellenebilir. Gelecek durum tahmini y' , bir giriş durumu, x , üzerinde gerçekleştirilerek yapılabilir:

$$y' = U_k^Y \tilde{A}_k U_k^{XT} x \quad (294)$$

Burada $\tilde{A}_k$ Denklem (288) kullanılarak hesaplanır. Eğer giriş ve çıkış sinyalleri aynı temeli paylaşıyorsa, $U_k^Y \tilde{A}_k U_k^{XT}$ 'nın yüksek boyutlu uzaydaki durum geçiş matrisi olduğu görülebilir. Denklem (294) ilk üç matrisi birleştirerek basitleştirmek mümkün olsa da, işlemi üç matris çarpımına ayırmak bellek ve işlem gücü açısından daha az maliyetlidir. Giriş ve çıkış sinyalleri aynı temeli paylaşıyorsa DMD modları elde edilebilir. Sistemin DMD modlarını elde etmek için indirgenmiş mertebe geçiş matrisinin, $U_k^{XT} U_k^Y \tilde{A}$ özdeğerlerini ve özvektörleri belirlenir. Eğer v_i , $U_k^{XT} U_k^Y \tilde{A}$ matrisinin i 'nci özvektörü ise o zaman $U_k^X v_i$, i 'nci DMD modudur [86].

8. DİNAMİK MOD AYRIŞTIRMA İLE YAPILAN ÇALIŞMALAR

DMD, başlangıçta akışkanlar mekaniğinde ortaya çıkmış olsa da, son yıllarda hem mühendislik hem de veri bilimi alanlarında geniş bir uygulama yelpazesi kazanmıştır. Örneğin, yüksek Reynolds sayılı türbülanslı akışlar ya da aerodinamik yapı etrafındaki basınç/alım sahalarının yeniden oluşturulmasında DMD, tam akış simülasyonu (LES) sonuçlarını çok daha düşük boyutlu modellere indirgerken makroskopik doğruluğu (örneğin basınç alanı, akış yapısı) büyük ölçüde koruyabildiğini göstermiştir [88]. Aynı zamanda DMD, deneysel ya da sayısal manyetohidro-dinamik (MHD) verisinden plazma akışlarının spatio-temporal modlarını tanımlamada uygulanmış; bu sayede deneysel ve sayısal veri kaynaklarından alınan zamana bağlı yapılar tek bir “mode + frekans + genlik” temsiline indirgenebilmiştir [89]. Ayrıca biyomedikal mühendislik ve biyofizik alanlarında, kan damarlarındaki nabızlı akışı yeniden modellemek için DMD tabanlı indirgenmiş modeller kullanılmıştır. Bu durumda, karmaşık, üç boyutlu ve zamanla değişen hemodinamik alanlar, çok daha hesaplı “reduced-order model (ROM)” hâline dönüştürülmüştür [90].

Bu örnekler, DMD’nin yalnızca akışkan dinamiği ile sınırlı kalmayıp, veri zenginliği ve dinamik karmaşıklık gerektiren her tür fiziksel veya biyolojik sistemde pürüzsüz ya da türbülanslı akışlar, plazma dinamiği, hemodinamik simülasyonlar gibi kullanılabileceğini göstermektedir. Özellikle büyük boyutlu veri setlerinde hem boyut azaltma hem de dinamik modelleme yapan DMD, gerçek zamanlı analiz, kontrol, model tahmini ve akış kontrolü gibi uygulamalar için güçlü bir araç haline gelmiştir.

Aşağıda DMD yönteminin kullanım alanlarına örnek teşkil edebilecek çeşitli alanlarda yapılan bazı çalışmaların özeti verilmiştir.

8.1. Analysis of Epileptic EEG Signals By Using Dynamic Mode Decomposition and Spectrum[91]

DMD, akışkan akışı analizindeki problemlere yönelik yinelemeli bir çözüm olarak önerilen yeni bir matris ayrıştırma yöntemidir. Son zamanlarda, DMD algortiması, sinir kayıtları gibi durağan olmayan sinyallerin analizine başarıyla uylanmıştır. Bu çalışmada, epileptik EEG sinyallerinin analizinde tek kanallı ve çok kanallı EEG tabanlı DMD yaklaşımları önerilmiştir. Pre-nöbet ve nöbet EEG segmentlerinin sınıflandırılmasında “DMD Spektrumu”ndan yararlanma olasılığı araştırılmıştır. Daha yüksek mertebeden DMD spektral momentler ve DMD alt bant güçleri tanıtılmış ve bunları epileptik EEG sinyallerinin sınıflandırılması için özellikler olarak çıkarılmıştır. Deneyler, 16 epilepsi hastasından toplanan çok kanallı EEG sinyalleri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Tek kanallı ve çok kanallı EEG tabanlı DMD yaklaşımları, yalnızca sağ, yalnızca sol ve her iki beyin yarımküresi kanallarından kaydedilen epileptik EEG verileri üzerinde test edilmiştir. Önerilen DMD-Spektral tabanlı özellikleri kullanılan çeşitli sınıflandırıcıların performansı, geleneksel spektral özelliklere karşılaştırılmıştır.

Tek bir kanaldan kaydedilen EEG sinyalleri, T -örnek uzunluğunda veri vektörleri ile temsil edilir. DMD algoritmasında, $N \times M$ boyutlu veri matrisi işlenir. EEG kanallarından $N \times M$ veri matrisi elde etmek için, daha önce N farklı kanaldan kaydedilen M örnek uzunluğunda EEG verisi kullanılır. Burada N , kullanılan EEG segmentlerinin sayısını ve M , “snapshot” olarak adlandırılan zaman örneklerini temsil eder. Bu çalışmada, $N \times M$ boyutlu EEG veri matrisleri X elde etmek için aşağıda açıklanan 2 farklı yaklaşımı önerilmiştir;

1. Tek kanallı EEG tabanlı DMD (SC-DMD): T -örnek uzayındaki tek kanallı EEG sinyali $Y = [y_1, y_2, \dots, y_{T-1}]$ kullanılarak, M örnek uzunluğunda, üst üste binmeyen EEG segmentleri seçilmiştir. Daha sonra bu segmentlerden N tanesi kullanılarak tek bir kanal için $(N \times M)$ EEG veri matrisleri oluşturulmuştur. Deneylerde, üst üste binmeyen $M = 140$ örnek uzunluğunda (1.4 s) EEG segmentleri ve $N = 5$ anlık görüntü (snapshot) seçilmiştir. Bu prosedür EEG veri setindeki tüm kanallar için tekrarlanmıştır.

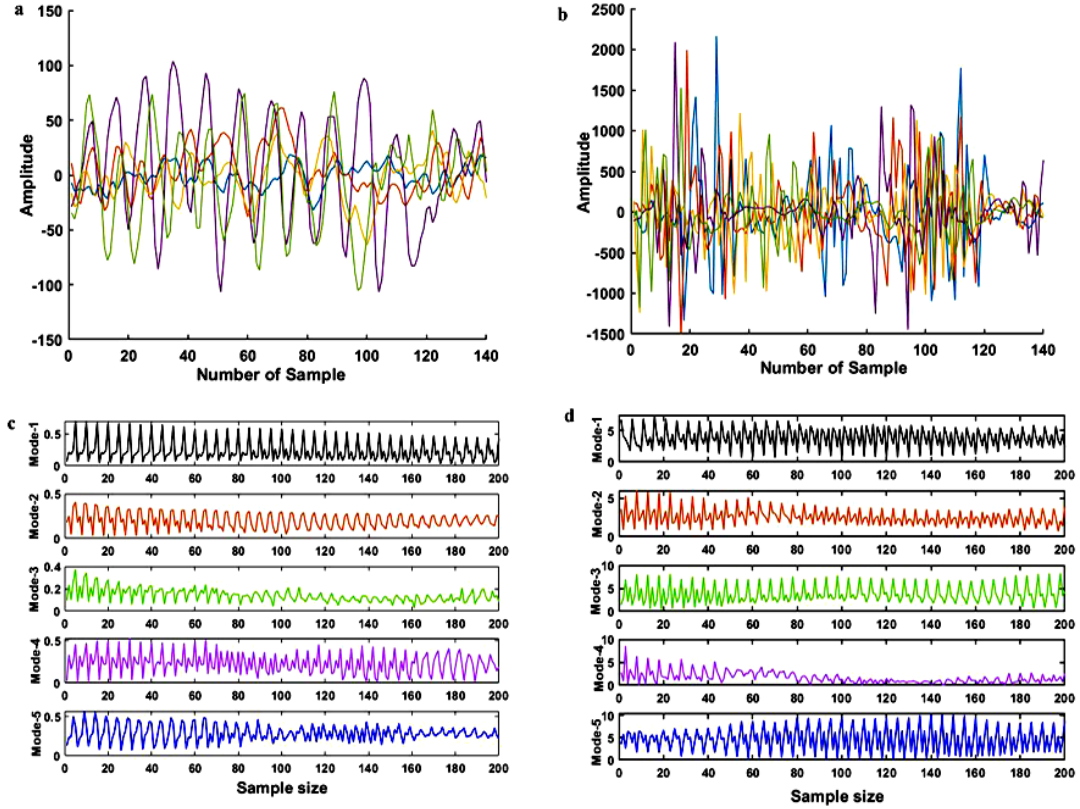
2. Çok kanallı EEG Tabanlı DMD (MC- DMD): Bu yaklaşımda, N farklı EEG kanalının M örnekleri birlikte kullanılarak $(N \times M)$ boyutunda EEG veri matrisleri oluşturulur. Similasyonlarda, hem sol yarı küreye ait $N = 5$ -kanallı EEG sinyalleri $((Fp1 - F7, F7 - T1, T1 - T3, T3 - T5, Fp1 - F3)$ hem de sağ yarı küreye ait $N = 5$ kanallı EEG sinyalleri $(Fp2 - F8, F8 - T2, T2 - T4, T4 - T6, Fp2 - F4)$ kullanılarak çakışmasız $5 \times 140 \times (N \times M)$ boyutunda EEG veri matrisleri oluşturulmuştur. Ayrıca, her iki yarıkürenin tüm 10-kanallı EEG sinyali kullanılarak 10×120 boyutunda EEG veri matrisi üretilmiştir.

Yeterli sayıda modu çıkarmak ve nörolojik aktivitenin dinamiklerini doğru bir şekilde yakalamak için, ölçüm sayısı (N), zaman noktalarının sayısının M en az iki katı olmalıdır; bu zaman noktalarına snapshot denir. Bu şekilde, veri matrisine bir veri artırma süreci uygulayarak $(K \times L)$ boyutunda bir artırılmış veri matrisi X_{aug} elde edilir. Artırma süreci, Hankel matrisi oluşturma ilkesine dayanmaktadır. Deneylerde, artırılmış matrisin boyutları için $K = 200$ ve $L = 100$ kullanılmıştır. Artırılmış EEG veri matrisi kullanılarak, Denklem (295)'de verilen iki yeni $K \times (L - 1)$ EEG veri matrisi X_{aug} ve X'_{aug} oluşturulabilir. Burada, X'_{aug} , X_{aug} 'un zamanda Δt kaydırılmış versiyonudur.

$$X_{aug} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_{L-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \end{bmatrix} X'_{aug} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_L \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (295)$$

$$X'_{aug} = AX_{aug} \quad (296)$$

DMD, orijinal X_{aug} matrisini ve zaman kaydırmalı versiyonu X'_{aug} 'yu en iyi şekilde eşleyen Denklem (296)'da verilen A matrisi ile çalışır. Veri matrisi çifti X_{aug} ve X'_{aug} arasında yüksek boyutlu lineer regresyon tabanlı bir ilişkiyi belirlemek için, bu geçiş matrisi A tahmin edilmelidir. A 'nın öz-dekompozisyonu kullanılarak, X_{aug} ve X'_{aug} veri matrisi çiftinin dinamik mod ayrışımı tahmin edilir. Geçiş matrisi A 'yı elde etmenin olası bir yaklaşımı, X_{aug} 'un sözde tersini hesaplamaktır. Ancak, sinir kayıtları gibi yüksek boyutlu veriler durumunda, bu hesaplamada karışıklığa yol açacaktır. DMD algoritması kullanılarak, A 'nın düşük dereceli yaklaşık $\tilde{A}$ 'sı ve onun öz ayrışımı hesaplanabilir. Şekil Şekil 8.1'de, önerilen tek kanallı EEG tabanlı DMD yaklaşımı ile pre-nöbet ve nöbet epileptik EEG segmentlerinden çıkarılan ilk 5 DMD modu sunulmuştur [91].



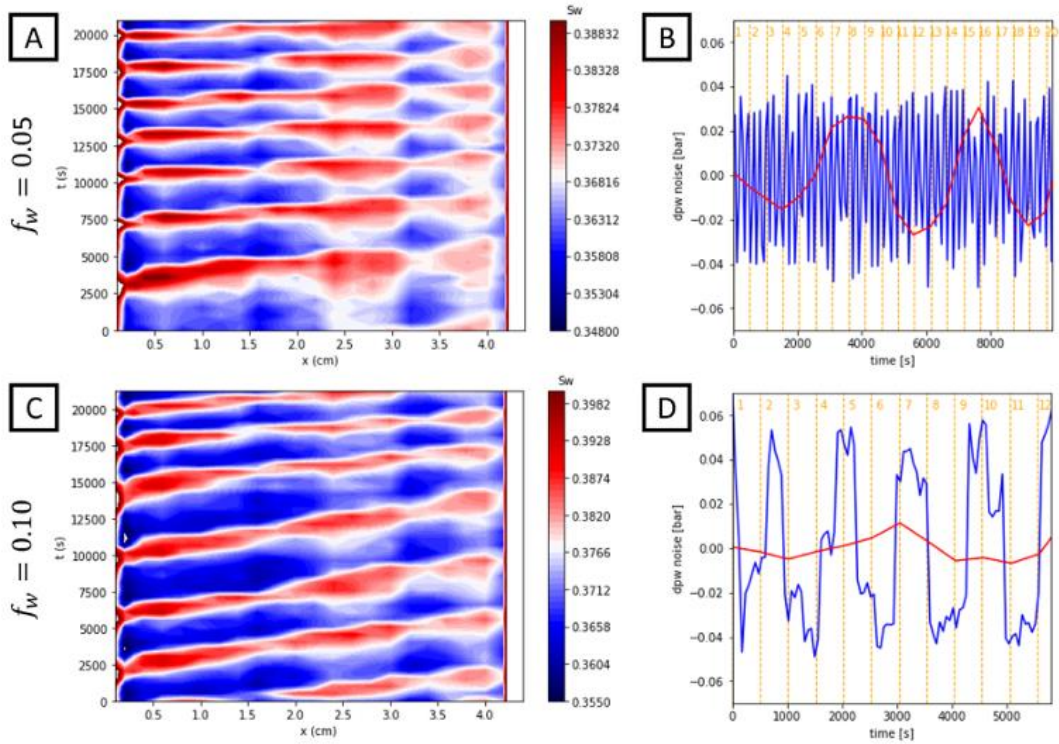
Şekil 8.1. Tek kanallı EEG tabanlı DMD modlarına örnek: (a) 5 nöbet öncesi EEG segmenti, (b) 5 nöbet EEG segmenti, ilk 5 DMD modu; (c) (a)da gösterilen nöbet öncesi EEG segmentleri, (d) (b)de gösterilen nöbet EEG segmentleri [91].

8.2. Dynamic Mode Decomposition for Analysing Multi-Phase Flow in Porous Media [92]

Çok ölçekli heterojen gözenekli ortamlar üzerinden çok fazlı akışlar için, örneğin kayaçların gözenek boşluklarında, birden fazla karışmayan akışkan ile karmaşık gözenek ağı arasındaki etkileşim, geniş bir yelpazede dinamik akış fenomenleri oluşturur. Daha büyük ölçeklerde, yani karbon tutma gibi pratik uygulamalar için geçerli ölçeklerde, bu dinamik fenomenlerin etkileşimi sıklıkla "karmaşıklık" olarak adlandırılır. Ancak, sistemin "karmaşıklığını" temsil edebilmek için akışın kalıcı özelliklerini uygun şekilde tanımlamak önemlidir. Dinamik Mod Ayırıştırma (DMD), sabit salınımsal davranışlarla ilişkili bir dizi modu hesaplayan bir boyut indirgeme algoritmasıdır. Bu çalışmada, dinamik iki fazlı akış deneylerinden elde edilen doygunluk verileri DMD ile analiz edilmiştir. DMD'nin verileri yeniden üretebildiği gösterilmiştir.. Dahası, temel dinamik özellikleri yeniden üretmek için tüm dinamik modlara ihtiyaç duyulmamaktadır; bu durum akış için önemli mekansal ve zamansal ölçekleri vurgulamaktadır. DMD'nin akış için önemli lokal bölgeleri belirleyebildiği gösterilmiştir. Genel olarak, DMD, çok fazlı akış için karmaşık 4B akış dinamikleri için yararlı bir teşhis aracı olarak kanıtlanmıştır.

DMD özmodları ile topolojik özellikler arasındaki bağlantı, DMD'nin karmaşık sinyallerden topolojiyi ve karakteristik zamanı çıkarmak için kullanılabileceğini göstermektedir. Karmaşık sinyaller, çok fazlı akışın gözenekli ortamlardan geçişi için tipiktir, çünkü birden fazla sıvının yüksek heterojen gözenek alanı ile etkileşimi, ganglion dinamiği, sıvı ön ucu kararsızlıkları ve kesintili akış yolları gibi çeşitli sıvı akışı fenomenlerine yol açar. DMD ayrıca denklemsiz bir yöntemdir ve stokastik-istatistiksel dinamik sistemlerde uygulanabilir. Bu, gözenekli ortamlarda iki fazlı akış sırasında gözlemlenen dalgalanmalar gibi veri setlerinin analizinde kullanımını daha da vurgular. DMD'nin veriyi ne kadar iyi yeniden üretebileceğini ve

iki fazlı akış dinamiklerinin anlaşılmasını ne ölçüde geliştirdiğini anlamak için iki veri seti ele alınmıştır. Her iki veri seti de mekansal ve zamansal olarak karmaşık dinamikler sergiler ve bu dinamikler alan ve zaman ortalamasına alındığında sabit hale gelir. Darcy ölçeğinde, bu akış rejimlerinin tarihsel olarak kararlı (steady-state) olarak adlandırıldığı unutulmamalıdır. Ancak, mekan ve zamanda değişimlerin bulunduğu bu deneyler için stationer terimi daha uygun olabilir; çünkü stationer süreçlerde faz akışı ile basınç kaybı arasındaki konstituent ilişkide lineer bir yanıt gözlemlenir. Bu çalışmada, standart terminolojiyi kullanılmıştır, yani deneyleri kararlı (steady-state) olarak tanımlanmıştır. İlk veri seti, vaka 1 olarak adlandırılan, bir sıvı ön ucu kararsızlığına sahiptir. Uzun ve zamandaki doyuma verilerine bakıldığında, ön uç ilerledikçe net dalgalar görülmektedir; bu durum Şekil 8.2’de gösterilmiştir. (A) Kısmi akış $f_w = 0,05$ için uzay ve zamana göre doygunluğun kontur grafiği ve (B) zamanın bir fonksiyonu olarak ortalama doygunluk (kırmızı) ve basınç düşüşü (mavi). (C–D) (A–B) ile aynı, ancak kısmi akış $f_w = 0,10$ için. Doygunluk kontur grafikleri A ve C, bir kararsızlık modundan kaynaklanan hareket eden dalgayı açıkça göstermektedir.



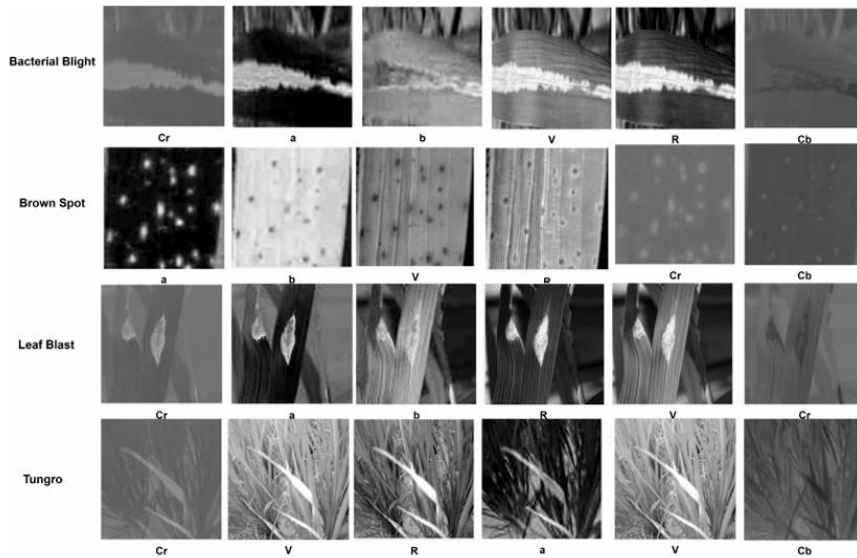
Şekil 8.2. Vaka 1 için doygunluk ve basınç verileri [92].

Bu, DMD’nin verileri ne kadar iyi yeniden oluşturduğunu anlamak için faydalıdır, çünkü yeniden oluşturma kalitesi için açık bir göstergedir. Daha sonra en büyük büyüklükte özdeğerlere sahip modları seçebilir ve verileri yeniden oluşturmak için kaç mod gerektiği değerlendirilebilir. Diğer veri seti, vaka 2 olarak adlandırılan, kesikli akış yollarını incelemektedir. Kılcal sayı arttıkça, kesikli akış yollarının sayısı artar ve aynı anda birden fazla bağlanma ve ayrılma olayının meydana gelmesiyle karmaşık dinamikler ortaya çıkar. Ancak, bu veri setinde, en düşük kılcal sayıda, çekirdeğin ortasında bir gözenek aracılığıyla bağlantıyı kontrol eden benzersiz bir yapılandırma vardır. Bu tekil gözenek periyodik olarak bağlantısını kesip tekrar bağlanır ve basınç ile doygunluk verilerini büyük ölçüde etkiler. Bunu DMD’de gözlemlemek, DMD’nin verileri ne kadar iyi temsil edebileceğine dair ek bir kanıt olur. Ancak daha yüksek kapiler sayılı deneylerden elde edilen verileri daha sonra ayrıştırmak, DMD’nin yalnızca doygunluk veya basınç verilerinde kolayca gözlemlenemeyen dinamikleri tespit edilip edilemeyeceğinin belirlenmesini sağlar [92].

8.3. AI Based Rice Leaf Disease Identification Enhanced by DynamicMode Decomposition [93]

Bu makale, transfer-öğrenilmiş derin öğrenme modelleri kullanılarak pirinç yaprağı hastalığının tanımlanması görevini ele almaktadır. Çeşitli semptomlar arasındaki benzerlik ve hastalıkları bir bakışta ayırt edememek, bölgede büyük bir zorluk haline gelmiştir. Modern derin CNN tabanlı modeller, en son teknoloji performansına sahip olup, modeli öğrenmek için küresel görüntüyü sıklıkla bir giriş olarak kullanır. Böyle bir pirinç yaprağı hastalığı tanımlama sisteminin en büyük dezavantajı, hastalıkların genellikle küçük alanları etkilemesidir; Küresel görüntüler üzerine eğitilmiş CNN modelleri, alakasız gürültülü bölgelerden etkilenebilir. Bu makale, pirinç yaprağı hastalığının tanımlanması için dikkatle odaklı ön işlemeye dayalı Dinamik Mod Ayırıştırmasını önermektedir. Çalışmada bakteriyel hastalık, patlama, kahverengi leke ve tungro gibi dört farklı pirinç yaprağı hastalığı kategorisi (toplam 3416 görüntü) değerlendirilmiştir. Bu çalışmada dört tür deney yapılmıştır: Başlangıçta pirinç yaprağı hastalığı tanımlamasında 10 transfer öğrenilmiş Derin CNN (DCNN) modelinin etkinliği %93,87 doğrulukla analiz edilmiş, DenseNet121 diğer transfer-öğrenilen modelleri geride bırakmıştır. İkinci olarak, DCNN modellerinin son tamamen bağlı katmanlarından çıkarılan derin özellikler üzerinde 3 makine öğrenimi modeli eğitiliyor. Simülasyon sonuçları, Random Forest sınıflandırıcısına sahip DenseNet121 derin özelliğinin diğer derin özellikler ve makine öğrenimi algoritmalarına kıyasla daha iyi performans gösterdiğini göstermektedir. Ayrıca, enfekte bölgeyi lokalize etmek için Dinamik mod ayırıştırma (DMD) tabanlı dikkat odaklı ön işleme mekanizması da incelenmiştir. DMD algoritmasından elde edilen seyrek bileşen, orijinal görüntülerle daha da çarpılıp sert segmentasyon haritası oluşturularak sert dikkat haritası oluşturulur. Pirinç yaprağı hastalığının tanımlanması için enfekte bölgeleri lokalize eden sert segmentasyon haritalarının etkisi araştırılır. 10 DCNN modelinin performansı, hem orijinal görüntülerde hem de DMD ön işlenmiş görüntülerde derin özelliklerde öğrenilen transfer öğrenme stratejisi ve makine öğrenimi modelleri kullanılarak değerlendirildi. DMD önceden işlenmiş görüntülerde SVM sınıflandırıcılı XceptionNet derin özelliği, %100 test doğruluğuyla diğer modelleri geride bırakıyor. Son olarak, önerilen DMD tabanlı dikkat odaklı ön işlemenin performansı sahadaki pirinç yaprağı görüntüleri üzerinde incelendi. XceptionNet modeli, diğer aktarım öğrenilmiş modellere kıyasla daha iyi bir sınıflandırma doğruluğu elde etmiş ve 94.33 olmuştur. Doğruluk, Hassasiyet, Hatırlama ve F1-Puan açısından yapılan analiz, DMD önceden işlenmiş görüntülere yönelik modellerin önemli ölçüde daha iyi performans sergilediğini ortaya koydu.

Beş farklı pirinç yaprağı hastalığı kategorisine ait birkaç görüntü için renk kanalı ayrışımı analiz edilerek, her sınıf için renk kanalı temsillerini Şekil 8.3'teki gibi formüle edilmiştir.



Şekil 8.3. Dört hastalık kategorisine ait pirinç yaprağı görüntülerinin renk kanalı temsili [93]

Şekilden açıkça görülüyor ki, enfekte bölgeler farklı renk kanallarında farklı derecelerde belirginlik gösteriyor ve her zaman birden fazla renk kanalında öne çıkıyorlar. DMD algoritması, insan dikkati (görsel olarak belirgin alanlar) modellemek için bu dinamikleri kanallar boyunca yakalar. Renk kanalları (a, b, Cb, Cr, U, V) daha sonra vektörleştirilir ve bir araya yığılarak bir snapshot matrisi oluşturulur. Çizelge 8.1, bu çalışmada incelenen dört pirinç yaprağı hastalığı için kullanılan renk kanalı kombinasyonlarını (snapshot matrisinin sütun vektörleri) tablolar.

Çizelge 8.1. Dört pirinç yaprağı hastalığı kategorisi için renk kanalı kombinasyonları [93].

Rice leaf disease	Color channel combinations					
Bacterial blight	Cr	a	b	V	R	Cb
Brown spot	a	b	V	R	Cr	Cb
Leaf blast	Cr	a	b	R	V	Cr
Tungro	Cr	V	R	a	V	Cb

Oluşturulan snapshot matrisi daha sonra DMD algoritmasına verilerek ölçülen veriye (pirinç yaprağı görüntülerinin vektörleştirilmiş renk kanalı temsilleri) karşılık gelen Öz ayrışımı hesaplanır. DMD algoritması, snapshot matrislerini aşağıda tanımlandığı şekilde düşük dereceli ve seyrek bileşenlere ayırır.

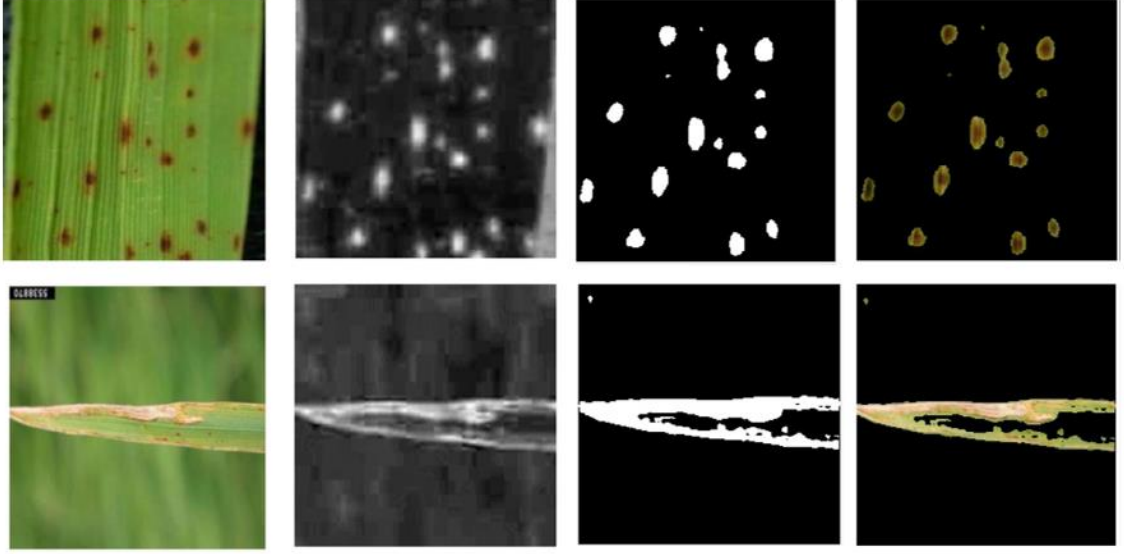
$$X_{DMD}(t) = A^t x_1 = \Phi(\Omega_{\Delta t})^t b = \sum_{j=1}^{l < m-1} b_j \phi_j e^{\omega_j t} \quad (297)$$

Burada, Denklem (298)'de gösterildiği gibi sahte ters alınarak elde edilir.

$$b = (\text{pinv}(\Phi)) \times x_1 = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T x_1 \quad (298)$$

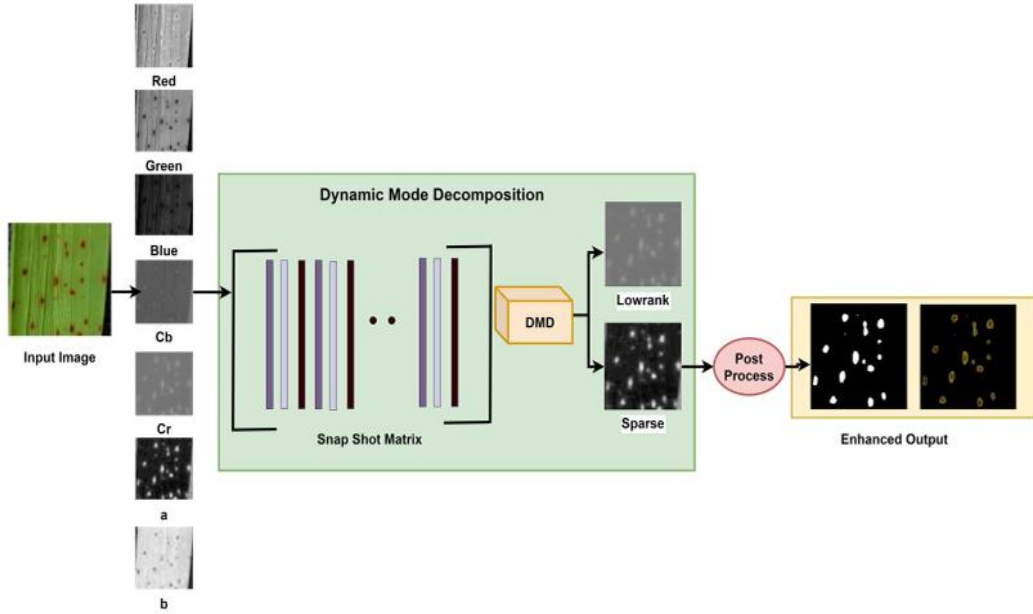
$$X_{DMD}(t) = x_t = A^t x_1 = \Phi(\Omega_{\Delta t})^t b = b_p \phi_p e^{\omega_p t} + \sum_{j \neq p}^{l < m-1} b_j \phi_j e^{\omega_j t}, \|\omega_p\| \approx 0 \quad (299)$$

Düşük rütbeli ve seyrek bileşen, giriş verisinin sırasıyla statik ve dinamik bilgisini yakalar. Burada, $b_p \phi_p e^{\omega_p t}$, düşük rütbeli bir matris olan statik bilgiye karşılık gelir ve $\sum_{j \neq p}^{l < m-1} b_j \phi_j e^{\omega_j t}$, veri içindeki dinamik değişikliklere karşılık gelir ve bu da seyrek bir matristir. Bu nedenle, önerilen yöntemde, temel verilerin dinamiklerini içeren seyrek bileşen bir sonraki adım için özellikler olarak alınır. Son aşamada, vektör, verilen giriş görüntüsü için seyrek temsili oluşturacak şekilde görüntü boyutuna yeniden şekillendirilir. Oluşturulan seyrek görüntüler, ardından orijinal görüntülerle çarpılarak sert segmentasyon haritalarını oluşturmak için sert dikkat haritaları olarak kullanılır. Şekil 8.4, pirinç yaprak hastalığı veri setinden rastgele seçilen görüntüler için DMD ayrıştırmasından sonra oluşturulan sert dikkat ve segmentasyon haritalarını göstermektedir. Şekil 8.4 için (a) Orijinal görüntü (b) DMD algoritmasından elde edilen seyrek bileşen (c) Son işlemden sonra seyrek bileşenden elde edilen sert dikkat maskesi (d) Sert segmentasyon haritası

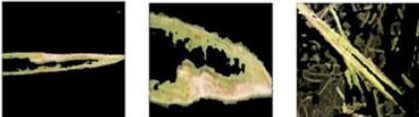
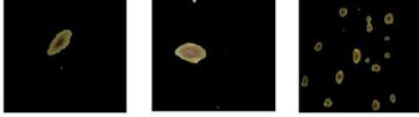


Şekil 8.4. DMD ayrıştırmasından sonra seyrek bileşenden oluşturulan sert dikkat ve segmentasyon haritaları [93].

Dikkat odaklı DMD tabanlı ROI çıkarımı ve ön işleme mimarisi Şekil 8.5'te gösterilmiş olup, Şekil 8.6 örnek görüntüleri ve DMD ön işleme algoritmasından sonraki sonucu göstermektedir. Şekil 8.6'dan, DMD ön işlenmiş görüntülerinin hastalıklı bölgeleri denetimsiz bir şekilde doğru şekilde bulup segmentleyebildiği açıktır. DMD tabanlı ön işleme algoritması, pirinç yaprağı görüntülerindeki hastalıklı bölgeleri tespit edip çıkarmada başarılıdır ve bu bölgeler sınıflandırma için transfer öğrenme modeline ilk deney olarak beslenir.

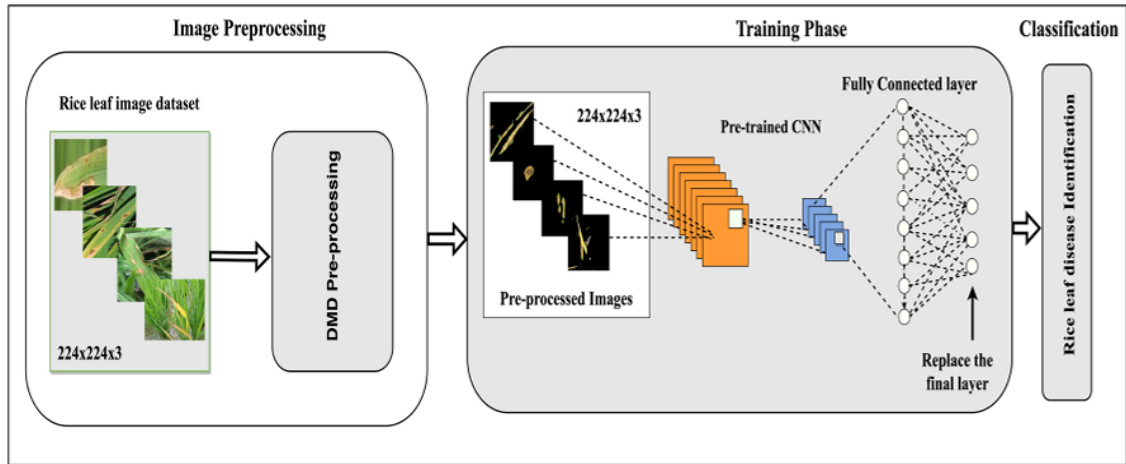


Şekil 8.5. DMD bazlı ROI çıkarımı ve ön işleme mimarisi [93].

Class	Original Image Samples	DMD pre-processed
Bacterial Blight		
Brown spot		
Healthy		
Leaf Blast		
Tungro		

Şekil 8.6. Örnek pirinç yaprağı görüntüleri ve DMD tabanlı ön işleme sonuçları [93].

DMD ön işlemesini kullanan transfer öğrenme yaklaşımının mimarisi Şekil 8.7'de gösterilmiştir ve DMD ön işlemenin etkinliği, sınıflandırma modelinin performansı kullanılarak değerlendirilmiştir. İkincisi, önceden işlenmiş yaprak görüntüleri üzerinde eğitilmiş DCNN'lerin fc katmanlarından çıkarılan derin özellikler, sınıflandırma için Makine Öğrenimi modellerine, yani Rastgele Ormanlar, Naive-Bayes ve SVM'ye beslenmiştir. Bunun ardından hastalık tespiti gerçekleştirilmiş ve üç modelin tüm sonuçları incelenmiştir [93].



Şekil 8.7. DMD ön işleme kullanan transfer öğrenme yaklaşımının mimarisi [93].

8.4. A Dynamic Mode Decomposition Based Edge Detection Method for Art Images [94]

Kenar algılama, görüntü işleme, bilgisayarlı görme, makine görme vb. gibi çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılan bir özellik çıkarma yöntemidir. Ancak, sahte kenar, gölge ve çift çizgilerden dolayı sanat eserlerinden kenar çıkarmak hâlâ zorlu bir iştir. Bu makalede, sanat eserlerinde kenar tespiti için dinamik mod ayrıştırma algoritması (DMD) tabanlı bir yöntem önerilmiştir. Bu, gölge sorununu ele almak için yeni bir renk uzayı tabanlı gürültü giderme yöntemi önerilerek elde edilmiştir. Ardından, sahte kenar ve çift çizgiler, gürültüsü giderilmiş görüntülerden seyrek özellikleri çıkarmak için kullanılabilen DMD yöntemi kullanılarak çözülebilir. Burada, seyrek özellikler yeni tasarlanmış sekiz yönlü bir gradyan operatörü ile geliştirilmiştir. Son olarak, yöntemin etkinliği, üç klasik sanat eseri türünün (Çizgi Roman, Yağlıboya Resim ve Baskı Resim) kenarlarının tespiti yoluyla gösterilecektir.

Sanat görüntüleri ile doğal görüntüler arasındaki en önemli fark, sanat görüntülerinin çok güçlü seyrek özelliklere sahip olmasıdır. Neredeyse tüm sanat görüntüleri sanatçılar tarafından izlenir. Bu yapay süreç, aslında görüntülerin seyrek özelliklerini geliştirme sürecidir. Düşük rütbeli ve seyrek görüntüleri ayırmanın Sağlam Temel Bileşen Analizi (RPCA) gibi bazı yolları vardır. Ancak, kullanılan yöntem Dinamik Mod Ayrıştırması'dır (DMD). DMD'nin avantajı daha hızlı olması ve parametreleri ayarlamayı gerektirmemesidir. DMD (dinamik mod ayrıştırma), veri odaklı bir matris ayrıştırması olan matematiksel bir yöntemdir. Doğrusal olmayan dinamik sistemlerde ortaya çıkan uzaysal-zamansal tutarlı yapıların doğru bir şekilde yeniden yapılandırılmasını sağlayabilir. DMD başlangıçta akışkanlar mekaniği alanında kullanılmıştır. Bu nedenle, DMD yöntemi karmaşık doğrusal olmayan sistemleri anlamak, kontrol etmek ve simüle etmek için kullanılabilir. DMD'nin yeteneği, karmaşık sistemlerin düşük boyutlu ve seyrek yapısını keşfetmek ve kullanmaktır. Bu yetenek, kenar algılama sorununu çözmenin anahtarıdır. DMD algoritması, belirli bir veri kümesinin belirli aralıklarla sabit olması gerektiği varsayımına dayanır. N kareli tekdüze örnekleme verisi olan X_1 'den X_N 'ye kadar sıralı bir görüntü kümesi tanımlanmıştır ve zaman aralığı Δt 'dir. Zaman serisi veri matrisleri şu şekilde temsil edilebilir:

$$X_1^N = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_N] \quad (300)$$

x_i ($1 \leq i \leq N$), sekiz yönlü gradyan operatörleriyle eşleştirilen bir görüntüdür. İşlemden doğrusal bir eşleme olduğu varsayılmıştır, böylece j . zamandaki verileri $j + 1$. zamandaki verilere eşlemek için Koopman operatörü A kullanabilir.

$$x_{i+1} = Ax_i \quad (301)$$

Aşağıdaki formül dışa aktarılırsa

$$AX_1^{N-1} = X_2^N \quad (302)$$

$X_1^{N-1} = U \Sigma V^* S$ olduğundan, Denklem (301) aşağıdaki şekilde yeniden yazabilir

$$X_2^N \approx U \Sigma V^* S \quad (303)$$

Burada U üniterdir ($U \in \mathbb{C}^{m \times l}$), Σ diyagonal bir matristir ($\Sigma \in \mathbb{C}^{l \times l}$) ve V üniterdir ($V \in \mathbb{C}^{n-1 \times l}$). l parametresi, x rankı en aza indirmek için seçilir. X_1^{N-1} ve X_2^N matrislerinden elde edilen ve AX_1^{N-1} ile X_2^N arasındaki farkın Frobenius normunu minimize ederek belirlenen aşağıdaki S matrisi elde edilebilir:

$$S \approx V \Sigma^{-1} U^* X_2^N \quad (304)$$

Benzerlik dönüşümü ($V \Sigma^{-1}$) kullanarak, S matrisine benzer olan ve $\tilde{S}$ olarak gösterilen matris üretilir.

$$\tilde{S} \approx U^* X_2^N V \Sigma^{-1} \quad (305)$$

DMD algoritmasının temel fikri şudur,

$$AX_1^{N-1} = X_2^N \approx X_1^{N-1} S \quad (306)$$

DMD modu φ elde edilebilir:

$$\varphi_j = U y_j \quad (307)$$

Ayrıca, zaman dinamiğini tahmin etmek için özdeğeri Fourier moduna dönüştürülebilir:

$$\omega_j = \frac{\ln(\mu_j)}{\Delta t} \quad (308)$$

ω_j 'nin gerçekte kısmı DMD temel fonksiyonunun büyümesini veya zayıflamasını, ω_j 'nin sanal kısmı ise DMD modunun salınımını temsil eder. $X_{DMD}(t) = A^t x_1$ aracılığıyla, ardışık görüntü seti yeniden oluşturulabilir.

$$X_{DMD}(t) = \sum_{j=1}^r \alpha_j \varphi_j \mu_j^{t-1} = \sum_{j=1}^r \alpha_j \varphi_j e^{\omega_j t} \quad (309)$$

Kompleks uzayda buna karşılık gelen bir Fourier modunun (ω_j) olacağı açıktır. ω_j 'nin 0'a yakın olup olmadığına göre, Fourier modları iki gruba ayrılabilir: düşük dereceli bir mod ve bir dizi seyrek mod. Burada düşük dereceli mod p noktası olarak adlandırılmıştır ve $\|\omega_{j=p}\|$ yaklaşık olarak sıfıra eşittir. Öte yandan, ikinci gruptaki kalan modların toplamı seyrek kısmı oluşturur, bu kısım DMD yöntemi kullanılarak seyrek sınırları çıkarmak için kullanılabilir [94]:

$$X_{DMD}^{Sparse-mode} = \sum_{j \neq 1}^r \alpha_j \varphi_j e^{\omega_j t} \quad (310)$$

8.5. Dynamic Mode Decomposition of the Core Surface Flow Inverted From Geomagnetic Field Models [95]

Son yirmi yılda, Dünya'nın manyetik alanının sürekli uydu ölçümleri, ana alanın mekansal-zamansal değişkenliklerinin karakterizasyonunu geliştirmiştir. Jeomanyetik alan değişimlerinden sorumlu temel mekanizmayı anlamak için, fizik tabanlı sinir ağlarına dayalı yeni bir çekirdek yüzey akışı ters çözümleme yöntemi Li vd. tarafından geliştirilmiştir. Bu ters çözümleme yöntemi, çekirdek akışı ile tespit edilemeyen küçük ölçekli manyetik alanlar arasındaki etkileşimden kaynaklanan uzun dönemli değişimleri dikkate alabilir. Yeni ters çözümleme çerçevesine dayanarak, CHAOS-7 çekirdek alan modelinden 2000-2022 dönemine ait zaman-bağımlı bir çekirdek yüzey akışı modeli Li vd. tarafından türetilmiştir. Elde edilen çekirdek akışı, dalga benzeri akışkan hareketlerini ayıklamak için dinamik mod ayrıştırması ile analiz edilmiştir. Her bir dinamik modun katkıda bulunduğu manyetik uzun dönem ivmeyi hesaplayarak, yaklaşık 10 ve 7 yıllık periyoda sahip dinamik modların, Atlantik ve Pasifik ekvator bölgelerindeki jeomanyetik sıçramalardan sorumlu olduğu yine Li vd. tarafından belirlenmiştir.

Dinamik mod ayrıştırma, bir sistemin zamansal anlık görüntülerini veya ölçümlerini bir dizi dinamik moda ayırmak için iyi oturmuş bir yöntemdir. Bu çalışma için DMD kullanarak çekirdek yüzey akışı ayrıştırması için kısa bir prosedür sunulmuştur. Çekirdek akış modeli, sırasıyla 2000 ile 2021 ve 2001 ile 2022 yıllarını kapsayan iki set akış anlık görüntüsü sunmaktadır. Her set, görüntülen anlık görüntülerden oluşmaktadır.

$$X = (x_{2000}, x_{2001}, \dots, x_{2021}) \in \mathbb{R}^{p \times q}, \quad (311)$$

$$X' = (x_{2001}, x_{2002}, \dots, x_{2022}) \in \mathbb{R}^{p \times q}, \quad (312)$$

Bu temsilde, her x_i akışın θ ve φ bileşenlerini içeren akış anlık görüntüsünü kapsamaktadır. Sonuç olarak p uzamsal ağ düğümlerinin iki katı olarak ayarlanır. q değişkeni, her biri arasında birer yıl bulunan anlık görüntülerin sayısını ifade eder. DMD, verilerle $X' \approx AX$ ilişkisi aracılığıyla ilişkilendirilen en iyi uyumlu lineer operatör A 'nın özvektörünü ve özdeğerlerini hesaplar. Bununla birlikte, X' 'in boyutu büyük olduğunda A matrisini belirlemek

zor olabilir. Sonuç olarak, DMD, X 'in POD projeksiyonlu bir matrisi $\tilde{A} = U^\dagger A U$ cinsinden matris A 'nın indirgenmiş-rank temsilini sağlar. U 'nın sütunları, X 'in tekil değer ayrıştırmasından türetilen POD modlarıdır:

$$X \approx U \sum V^\dagger \quad (313)$$

Burada, hançer işareti konjuge transpozunu temsil eder ve $U \in \mathbb{C}^{p \times r}$, $\sum \in \mathbb{C}^{r \times r}$ ve $V \in \mathbb{C}^{q \times r}$ olarak gösterilir. X 'in azaltılmış SVD'si için r sıralaması analizinde 9 olarak belirlenmiştir. Daha sonra DMD, $\tilde{A}$ 'nın özvektörünü ve özdeğerini hesaplar:

$$\tilde{A}W = W\Lambda \quad (314)$$

W 'nin sütunları özvektörlerdir, Λ 'nın diagonal elemanları ise karşılık gelen özdeğerler λ_k 'dır. DMD, W ve Λ kullanarak A 'nın özdekompozisyonunu yeniden oluşturur. A 'nın özvektörleri, Φ matrisinin sütunlarıdır:

$$\Phi = X'V\sum^{-1}W \quad (315)$$

ve her özvektörün (DMD modları) karşılık gelen özdeğerleri λ_k 'dır. λ_k kullanılarak, k 'nci modun frekansı ve büyüme hızı şöyle verilir:

$$\omega_k = \frac{\text{Im}(\ln \lambda_k)}{\Delta t}, \sigma_k = \frac{\text{Re}(\ln \lambda_k)}{\Delta t} \quad (316)$$

Her modun bozulmasını nicelendirmek için kalite faktörü Q tanımlanmıştır.

$$Q_k = \frac{\omega_k}{|2\sigma_k|} \quad (317)$$

Son olarak, uzay-zaman akış alanı dinamik modların doğrusal bir kombinasyonuna ayrılır:

$$x(t) = \sum_{j=1}^r \Phi_k b_k e^{(\sigma_k + i\omega_k)t} \quad (318)$$

Burada Φ_k , Φ matrisinin sütunu ve b_k her modun başlangıç genliğidir. Başlangıç genlikleri, $b = \Phi^* x_{2000}$ kullanılarak hesaplanır; burada b , b_k katsayılarının vektörüdür ve Φ^* , Φ matrisinin pseudoinversini ifade eder. Zaman değişkeni t , $t = n\Delta t$, olarak ifade edilir; burada n zaman artış indeksidir ve $\Delta t = 1$ yıldır [95].

8.6. Discovering Dynamic Patterns From Infectious Disease Data Using Dynamic Mode Decomposition [96]

Hastalık dinamiklerini anlamak ve müdahaleleri planlamak amacıyla nicel yöntemlerin geliştirilmesi ve uygulanması, insan bulaşıcı hastalıklarının yok edilmesine yönelik çabalarda giderek daha önemli hale gelmektedir; bu durum, poliomiyelitin yayılmasını durdurma girişimleriyle ortaya çıkmaktadır.

Dinamik Mod Ayrıştırma (DMD), zaman dinamiği içeren karmaşık sistemlerden elde edilen yüksek boyutlu verilerde tutarlı mekânsal-zamansal modları keşfetmeye odaklanan, yakın dönemde geliştirilmiş bir yöntemdir. Algoritma; doğrusal olmayan sistemlerin analizine güçlü bir bağlantı, denklemsiz bir yapı ve yüksek boyutlu verileri verimli biçimde işleme kapasitesi gibi birçok avantaja sahiptir.

Yöntemi, Google Grip Trends verileri, Birleşik Krallık'ta aşı öncesi kızamık ve Nijerya'daki felçli poliomiyelit vahşi tip-1 vakaları dahil olmak üzere üç farklı enfeksiyon hastalığı seti üzerinde Proctor ve Eckhoff tarafından gösterilmiştir. Her vaka için, gözetim ve kaynak tahsisi açısından yöntemin faydası makalede açıklanmıştır.

DMD'nin mekânsal-zamansal hastalık verilerinin analizine nasıl katkı sağlayabileceği gösterilmiştir. DMD, enfeksiyon hastalıklarının incelenmesi için etkili ve verimli bir hesaplamalı analiz aracı olmaya uygundur.

Ölçüm çifti X ve X' için DMD A matrisinin özdeğer ayrışımıdır. Yaklaşım operatörü aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$A = X'X^\dagger \quad (319)$$

Burada $\dagger$ Moore-Penrose yarıtersi matristir. Yarıtersi, tekil değer ayrışımı (SVD) ile verimli ve doğru bir şekilde çözülebilir. Bir matris X 'in bilinen SVD'si, tekil değerlerde kesilerek, şu şekilde verilir:

$$X \approx \tilde{U}\tilde{\Sigma}\tilde{V}^* \quad (320)$$

Burada $\tilde{U} \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $\tilde{\Sigma} \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $\tilde{V}^* \in \mathbb{R}^{r \times m-1}$ ve $*$ karmaşık eşlenik transpozunu gösterir. SVD, veri matrisinin boyutunu düşürmek için mantıklı bir yöntem sağlar. Şekil 8.8, tekil değer büyüklüklerine dayalı olarak bir SVD'nin kesilmesini gösteren bir illüstrasyon sunmaktadır. A operatörünün bir yaklaşık değeri Denklem (319) ve (320) kullanılarak aşağıdaki kesme değerini seçerek bulunabilir:

$$A \approx \bar{A} = X'\tilde{V}\tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{U}^* \quad (321)$$

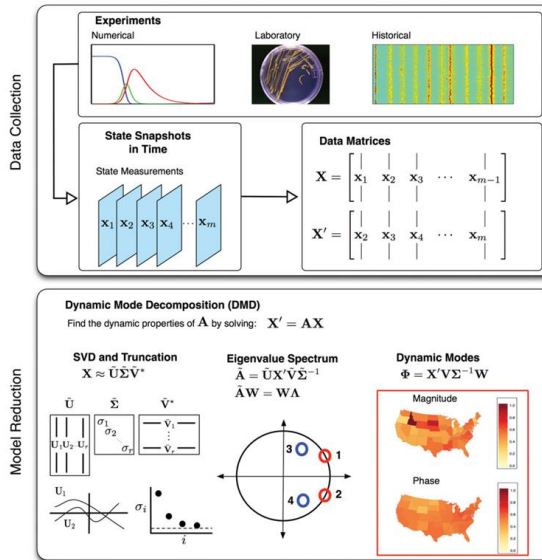
Matris $\bar{A}$ 'nın boyutunun $n \times n$ 'dir. A 'nın ve $\bar{A}$ 'nın dinamik özelliklerini yaklaşık olarak hesaplamak için hesap açısından daha verimli yöntem operatörün boyutunu azaltmaktır. Bu, $\tilde{U}$ ile temsil edilen ilk r sol tekil vektörler tarafından tanımlanan daha düşük boyutlu alt uzaya projeksiyon yapılarak verimli bir şekilde gerçekleştirilir. İndirgenmiş sıra operatörü aşağıdadır:

$$\tilde{A} = \tilde{U}^*X'\tilde{V}\tilde{\Sigma}^{-1} \quad (322)$$

$\tilde{A}$ 'nin özdeğer ayrımını hesaplamak, özellikle $n \gg 1$ olduğunda $\bar{A}$ 'nin bellek kullanımını dikkate alırken önemli ölçüde daha verimli ve kritik olabilir. Benzer bir gözlem daha önce Sirovich tarafından ve snapshot yöntemi ile yapılmıştır. Dinamik özellikler, iyi bilinen özdeğer ayrımı ile bulunabilir: $\tilde{A}W = W\Lambda$, burada W özvektörleri ve Λ özdeğerleri içerir. Aşağıdakiler tam sistemin dinamik modları olarak adlandırılır.

$$\Phi = X'\tilde{V}\tilde{\Sigma}^{-1}W \quad (323)$$

Eğer $\lambda \neq 0$ ise, o zaman bu λ için DMD modudur. Eğer özdeğer 0 ise, o zaman dinamik mod $\Phi = \tilde{U}W$ kullanılarak hesaplanır.



Şekil 8.8. Veri toplama ve dinamik mod ayrıştırma (DMD) yönteminin bir illüstrasyonu [96].

Şekil 8.8'de üst panel, sayısal, laboratuvar veya tarihsel veri kaynaklarından veri matrislerinin nasıl oluşturulacağını gösteren bir çizim bulunmaktadır. Tarihsel veri örneği, Google Flu Trends aracına göre ABD için grip verileridir. Alt panel, A 'yı çözmenin temel bileşenlerini göstermektedir: tekil değer ayrıştırması (SVD), özdeğer spektrumu ve dinamik modlar. Enfeksiyon hastalığı verileri için, dinamik bir modun her bir bileşeni tipik olarak belirli bir coğrafi konumu temsil eder. Bileşenin büyüklüğü ve fazı, o mod içindeki coğrafi konumların birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu açıklar. Eğer modun sıfır olmayan bir hayali bileşene sahip bir özdeğeri varsa, bu salınımlı bir davranışı gösterir ve her bir bileşenin açısı, o dinamik moddaki diğer konumlara göre ilgili konumun salınım fazını belirtir. Bu temsil, hastalık yayılımı için DMD çıktısının doğrudan yorumlanmasına olanak tanır: her dinamik mod, hastalık yayılımının o dinamik desenine dahil olan konumları ve o konumun enfeksiyon zirve zamanının göreceli fazını tanımlar.

Dinamik modların ve bunlara ait özdeğerlerin koleksiyonu, veri kümesi içindeki düşük boyutlu koherent uzamsal-zamansal desenlerdir. Özdeğerler, her dinamik modun büyüme/azalma ve salınımsal özelliklerini açıklar. Şekil 8.8, iki çift karmaşık eşlenik özdeğere sahip bir örnek özdeğer spektrumunu göstermektedir. Kırmızı çift, birim çember üzerinde yer aldığından tamamen salınımsal bir modu gösterirken, mavi çift birim çemberin içinde yer alır ve dolayısıyla azalan bir dinamik özelliğe sahiptir. Ap haritasının her özdeğerinin salınımsal frekansı, aşağıdaki ilişki ile sürekli zaman frekansına dönüştürülebilir:

$$frequency_j = \frac{imag(\frac{\log(\lambda_j)}{\Delta t})}{2\pi} \quad (324)$$

Bu ilişki, her bir ayırık özdeğerin, daha sezgisel ve yorumlanabilir sürekli zaman frekanslarına, yani yıllık frekansa göre incelenmesine olanak sağlar. Dinamik modlar, mekansal konumların (ölçüm vektörü x_k 'nin her bir elemanı) nasıl ilişkili olduğunu tanımlar. Tek bir dinamik mod içinde, vektör Φ_j 'daki her bir elemanın iki önemli bilgisi vardır: elemanın büyüklüğü (mutlak değeri), mekansal konumun modu ne derece temsil ettiğinin bir ölçüsünü sağlar; elemanın gerçel ve sanal bileşenleri arasındaki açı, o modun frekansına göre bir konumun diğerlerine kıyasla salınım fazının bir ölçüsünü sağlar. Şekil 8.8, DMD'den elde edilen bir dinamik modun hem büyüklük hem de faz açısından coğrafi bir harita üzerinde nasıl temsil edilebileceğini göstermektedir. Bu veriler, Google Grip Eğilimleri verilerinden alınmıştır ve incelenen mod yıllık frekanstadır [96].

8.7. Assessment of Dynamic Mode Decomposition (DMD) Model for Ionospheric TEC Map Predictions [97]

Bu çalışmada, mevcut Uluslararası GNSS Servisi (IGS) 2 saatlik aralıklarla vTEC haritaları kullanılarak 24 saatlik küresel iyonosfer vTEC harita tahminleri oluşturmak için global iyonosfer dikey Toplam Elektron İçeriği (vTEC) haritalarıyla uygulanan Dinamik Mod Ayrıştırması (DMD) modelini değerlendirilmiştir. Ek olarak, DMD kontrol (DMDc) çerçevesi ile EUV 121,6 nm zaman serisi veri kaynağının etkisini incelemekte; bu, IGS nihai çözüm vTEC haritalarıyla karşılaştırıldığında vTEC Kök Ortalama Kare Hata (RMSE) değerlerinde bir iyileşme göstermektedir. Hem DMD hem de DMDc tahminleri, mevcut CODE 1 günlük tahmini iyonosfer haritalarıyla karşılaştırıldığında, hem sakin hem de bozulmuş güneş aktivitesi için yakın RMSE değerleri sunmaktadır. Son olarak, öngörülen küresel iyonosfer vTEC haritalarını, L1 tek frekanslı GPS/GNSS Tek Nokta Konumlama (SPP) çözümleri için iyonosfer düzeltme kaynağı olarak Doğu-Kuzey-Yukarı (ENU) koordinat sistemi hata metriği ile değerlendirmektedir. Bu bulgulara dayanarak, yaygın olarak benimsenen vTEC harita karşılaştırma RMSE metriğinin, çift frekanslı iyonosfer düzeltmeleri kullanılarak yapılan L1 tek frekanslı konumlandırma çözümleri üzerinde bilgilendirici bir etkiyi doğru şekilde yansıtmadığını savunmaktadır.

DMD algoritmasını günlük vTEC GIM tahmin mekanizması olarak uygulayabilmek için uygun bir veri seti oluşturulmalı ve düzgün bir şekilde düzenlenmelidir. DMD, zaman içinde gelişen bir dinamik sistemin anlık görüntülerini oluşturan sütun vektörlerinden oluşan matris

biçiminde bir veri seti gerektirir. Bu makalede, her 2 saatlik aralıkla alınan her vTEC GIM'i bir sistem anlık görüntüsü olarak kabul edilmiştir. Bu nedenle, her vaka çalışması için (Çizelge 8.2) bir yıl boyunca anlık görüntüleri kapsayan günlük IGS IONEX dosyaları seçilmiştir ve sonuç olarak 2013, 2014, 2015, 2017, 2018 ve 2019 yılları için her yıl 365 günlük IGS IONEX dosyası elde edilmiştir. Daha sonra, her IONEX dosyası için on üçüncü GIM'i çıkarılmıştır (çünkü bu, bir sonraki günün ilk GIM'i ile çakışıyor) ve kalan on iki GIM sistem anlık görüntüleri olarak kabul ediliyor. Ardından, her GIM anlık görüntüsü matris biçiminden sütun vektörüne dönüştürülüyor ve günlük 12 sütunlu anlık görüntü matrisini oluşturmak için üst üste diziliyor. Daha resmi bir ifadeyle, 71x73 boyutlarındaki her orijinal GIM, 5183x1 boyutunda bir sütun vektörüne dönüştürülmekte ve üst üste dizilerek 5183x12 boyutlarında günlük 2 saatlik zaman aralığı anlık görüntüleri matrisi oluşturulmaktadır. Son olarak, tüm günlük anlık görüntü matrisleri, seçilen veri aralığından tamamen oluşan ve 2 saatlik aralıklarla sistem anlık görüntülerinden oluşan genel bir veri matrisine üst üste dizilmektedir. Şekil 8.9, 2013 ve 2014 yılları arasındaki GIM'ler için genel bir veri matrisinin oluşturulması ve ön işlemenin bir örneğini illüstre etmektedir. Seçilen veri aralığındaki toplam gün sayısı 2190 (365x6) gündür ve bu da 5183x26,280 (26,280 = 2190x12) boyutlarında bir genel veri matrisine karşılık gelmektedir.

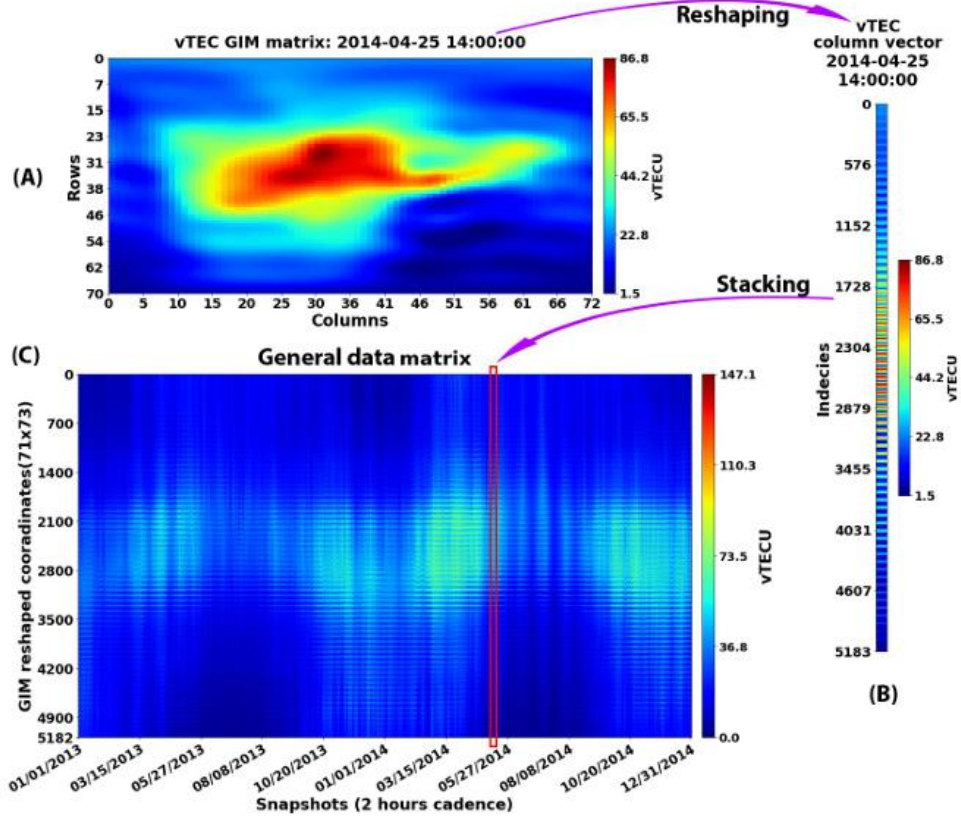
Çizelge 8.2. Sakinlik, bozulma ve CME olayıyla ilgili tüm tarihleri, bunlara karşılık gelen X-ışını büyüklükleri ve Kp indeksleri ile birlikte içeren vaka çalışması tablosu [97].

Study Case Events					
Quiet Events	Magnitude	Disturbance Events	Magnitude	CME Date	Kp Max
23/08/2014	C6.0	25/02/2014	X4.9	17/03/2015	8–
25/01/2014	C1.0	24/10/2014	X3.1	22/06/2015	8+
15/02/2014	C2.3	10/06/2014	X2.2	23/06/2026	8–
26/03/2014	C1.5	27/10/2014	X2.0	08/09/2017	8+
09/04/2014	C2.1	26/10/2014	X2.0	28/09/2017	7–
29/05/2014	C1.4	20/12/2014	X1.8	25/08/2018	4+
23/06/2014	C1.0	07/11/2014	X1.6	26/08/2018	7+
22/07/2014	B2.8	22/10/2014	X1.6	20/08/2018	6
20/09/2014	C1.1	10/09/2014	X1.6	01/09/2019	5+
11/10/2014	C1.8	25/04/2014	X1.3	–/–/–	–

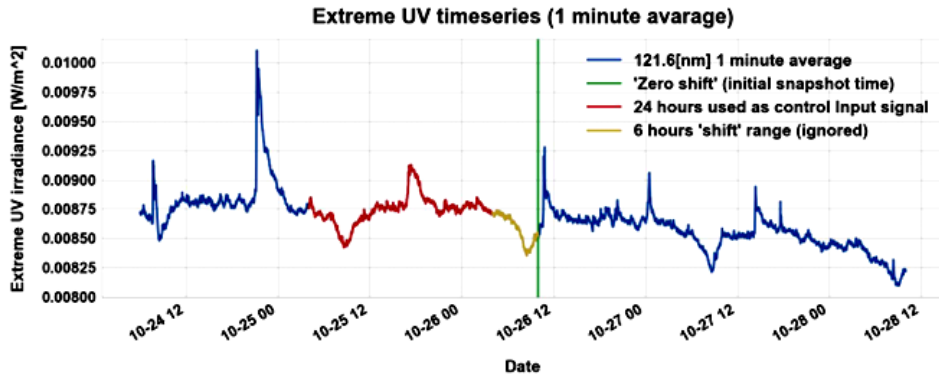
DMD yaklaşımına benzer şekilde, DMDc de sistem anlık görüntülerinden oluşan ve kontrol giriş sinyallerinin eklenmesiyle düzenlenmiş bir veri seti matrisine ihtiyaç duyar. Belirli bir anlık görüntüye karşılık gelen her kontrol giriş sinyali, anlık görüntünün sütun vektörü ile dikey olarak üst üste konur ve sistem anlık görüntüsü ile kontrol giriş sinyalinden oluşan bir sütun vektörü oluşturur.

İki parametreye sahip uygun bir EUV 121,6 nm zaman serisi kontrol giriş sinyali seçilmiştir: uzunluk — kontrol giriş sinyali uzunluğu ve kaydırma — anlık görüntü zamanından önce göz ardı edilecek EUV verisi miktarı. İlk olarak, sistem anlık görüntüsünün başlangıç zamanını (GIM dönemi) sıfır kaydırma konumu olarak işaretlenmiştir. Sıfır kaydırma konumu, anlık görüntü zamanından önceki EUV verisinin kaydırma miktarını göz ardı etmek için referans bir pozisyon oluşturur. EUV verisinin kaydırma miktarı atlandıktan sonra, gerçek kontrol giriş sinyali, uzunluk parametresine göre, göz ardı edilen kaydırma miktarından önce seçilir. Şekil 8.10 EUV 121,6 nm zaman serisi verilerinden belirli bir anlık görüntü için bir kontrol giriş sinyali seçme örneğini göstermektedir. Ayrıca, ön işleme ve genel matris oluşturma bir parçası olan kontrol giriş sinyalleri, ilgili sistem anlık görüntü vektörüne yığılmadan önce sıfır ortalama ve standart sapma 1 olacak şekilde normalize edilir.

DMD general data matrix construction and preprocessing



Şekil 8.9. DMD genel veri matrisi oluşturma ve ön işleme gösterimi. (A), 25-04-2014 tarihinde 14:00 için bir IGS vTEC GIM'i temsil eder. (B), vTEM GIM'in bir sütun vektörü haline getirilmiş şeklidir. (C), IGS sütun vektörlerinden oluşturulmuş tam veri seti matrisi [97]



Şekil 8.10. Belirli bir sistem anlık görüntüsü (vTEC IGS GIM) için kontrol girdi sinyali seçimine örnek; başlangıç zaman damgası 26/10/2014 10:00, kaydırma parametresi 6 saat ve kontrol girdi uzunluğu 24 saat [97].

8.8. Dynamic mode decomposition for modeling the UI dependence in fuel cells[98]

Yakıt hücresi dinamiklerinin modellenmesi ve tahmini zorlu bir görevdir ve son zamanlarda önem kazanmıştır. Ancak, temel fiziksel süreçler genellikle karmaşıktır ve dinamikler tam olarak bilinmeyen çok sayıda parametreyle belirlenir. Proton değişim membran yakıt hücreleri (PEMFC) için dinamik mod ayrıştırmasına (DMD) dayalı bir modelin sonuçları bu makalede sunulmuştur. Simülasyon sonuçları göstermektedir ki, DMD temelinde önerilen prognostik strateji hem deneysel gözlemlerin doğrulanmasına hem de gelecekteki davranışların tahminine olanak tanır. Özellikle, bozulma ile karakterize edilen bir rejime geçiş önceden izlenebilir ve tanımlanabilir.

Aşağıda, zaman içinde polarizasyon eğrisindeki değişiklikleri tanımlayan bir durum-uzay modeli formüle edilmiştir. DMD yöntemi genel olarak verileri bir dizi dinamik moda ayrıştıran mekansal-zamansal bir yöntem sunar. Bu modlar, belirli bir sistemin zaman içindeki anlık görüntülerinden veya ölçümlerinden türetilir. Burada düzenli aralıklar ve tek boyutlu bir durum vektörü kullanılmıştır. Genel olarak DMD'nin iki boyutlu veriler ve düzensiz aralıklarla alınan veriler için de uygulanabilir. Veri toplama süreci genel olarak iki parametreyi içerir: n , her zaman anlık görüntüsünde kaydedilen nokta sayısı (örnekte: $n = 9$). m ise alınan anlık görüntülerin sayısını temsil eder. Kullanılan sistemde durum vektörü, 9 akım bölümündeki eğimleri içerir. Durum-uzay modeli daha sonra lineer yaklaşık ile şu şekilde verilir:

$$X' \approx AX \quad (325)$$

$$X = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ x(t_1) & x(t_2) & \cdots & x(t_{m-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (326)$$

$$X' = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ x(t_2) & x(t_3) & \cdots & x(t_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (327)$$

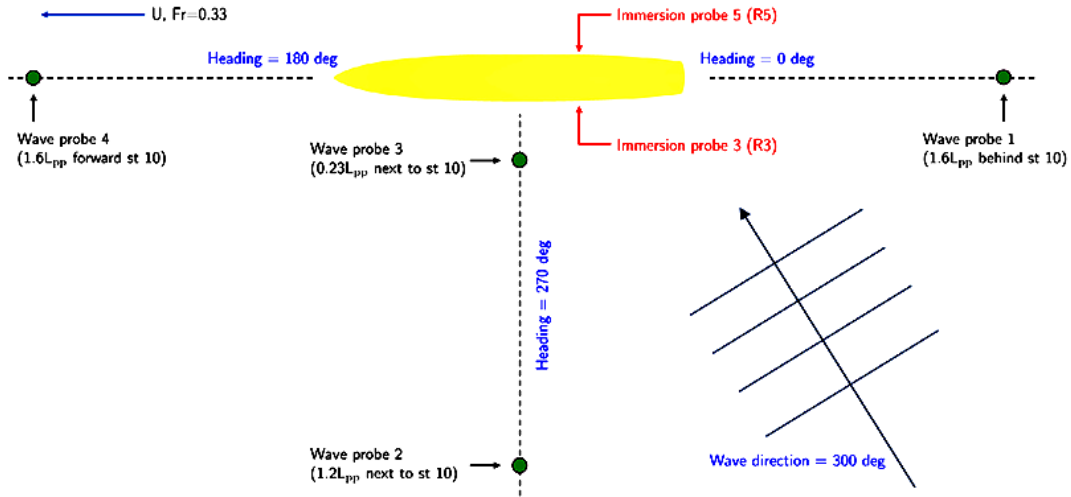
Matris X ve X' 'nin sütunları zamansal anlık görüntülerden oluşur. Yukarıda açıklandığı gibi, burada polarizasyon eğrisinin 9 akım rejimi için $n = 9$ eğimli zamansal anlık görüntüler kullanılmıştır. Sıcaklık ve basıncın etkisi açıkça dikkate alınmamıştır. Denklem (325) kullanılarak, X 'in sözde tersini (pseudoinverse) kullanarak A matrisi elde edilebilir. DMD algoritması şu şekildedir:

- SVD ayrıştırması: Veri matrisi X 'in Tekil Değer Ayrışımı hesaplanır, yani $X \approx U\Sigma V^*$ (* eşlenik transpozü gösterir) ve böylece $U \in \mathbb{C}^{n \times r}$, $\Sigma \in \mathbb{C}^{r \times r}$ ve $V \in \mathbb{C}^{m \times r}$ elde edilir; burada r , verinin düşük-ranklı bir kesiti elde etmek için kullanılan indirgenmiş SVD yaklaşımının derecesidir. U ve V 'nin sütunları ortonormallik taşır ve Σ diyagonal bir matristir.
- Düşük-Ranklı Kesitleme: Sistemin boyutunu azaltmak ve temel dinamikleri korumak için tekil değerlerin ve bunlara karşılık gelen modların bir alt kümesi seçilir, yani uygun ortogonal ayrışım ("POD") projeksiyon matrisi cinsinden A 'nın indirgenmiş bir temsili $\tilde{A} = U^*AU = U^*X'V\Sigma^{-1}$ kullanılır. $\tilde{A}$ daha sonra POD koordinatlarındaki indirgenmiş durum vektörü $\tilde{x}$ için lineer bir model tanımlar, $\tilde{x}_{k+1} = \tilde{A}\tilde{x}_k$. Böylece, U orijinal yüksek boyutlu durumları x_k yeniden oluşturmak için kullanılır $x_k = U\tilde{x}_k$.
- Özdeğer Ayrışımı: $\ln \tilde{A}Y = Y\Lambda$, Y 'nin sütunları özvektörlerdir, Λ diyagonal bir matristir ve λ_k değerleri diyagonal üzerindedir. Bu, tam DMD modları için aşağıdaki formüle yol açar: $\Phi = X'V\Sigma^{-1}Y$
- DMD Modları: Dinamik modların hesaplanması, $x_k = \sum_{j=1}^r \Phi_j \lambda_j^{k-1} b_j = \Phi \Lambda^{k-1} b$, burada Φ_j DMD modları (A 'nın özvektörü), λ_j DMD özdeğerleridir (A 'nın özdeğerleri) ve b_j mod genlikleridir. b vektörü genellikle başlangıç koşulu aracılığıyla hesaplanabilir, yani $b = \Phi^\dagger x_1$, burada $\Phi^\dagger$, Φ 'nin sözde tersidir [98].

8.9. Bayesian Hankel Dynamic Mode Decomposition for Ship Motion Digital Twinning [99]

Dijital ikizler, yeni nesil ürünlerin geliştirilmesi, işletilmesi ve bakımı alanlarında çığır açan değişikliklere olanak sağlayıcılar olarak yaygın şekilde kabul edilmektedir. Bu teknolojiler, tüm ürün yaşam döngüsü boyunca kararları bilgilendirmek için güvenilir ve zamanında tahminler sunmayı amaçlamaktadır. Denizcilik alanındaki ilgili uygulamalardan biri, operasyonel verimlilik ve güvenlik açısından kritik bir faktör olan dalgalarındaki gemi performansının dijital ikizlenmesidir. Bu makalede, gemi hareketlerinin anlık tahmini için Hankel dinamik mod ayrıştırmasının Bayesyen bir genişlemesi önerilmekte ve deterministik muadili ile karşılaştırılmaktadır. Önerilen yöntem, elde edilen modeli fiziksel sistemden gelen verilere göre uyarlayabilme, sınırlı veri kullanımı, gerçek zamanlı tahminler üretme ve bu tahminlerin güvenilirliğini değerlendirme gibi dijital ikiz uygulamaları için gereken tüm özellikleri karşılamaktadır. Sonuçlar, 5415M modelinin seyir halinde olduğu durumlarda, $Fr = 0,33$ 'te Beam-quartering dalgalar 7 şiddetinde, gerçek gemi operasyonlarına benzerlik olarak üç farklı CFD çözücüsünden elde edilen kıyas verileri kullanılarak sunulmuş ve tartışılmıştır. Sonuçlar, Bayesyen formülasyonun deterministik tahminleri iyileştirmesi ile birlikte, beş dalga karşılaşmasına kadar makul derecede doğru tahminler göstermektedir. Ayrıca, belirsizlik ve doğruluk arasında umut verici bir ilişki bulunmuştur.

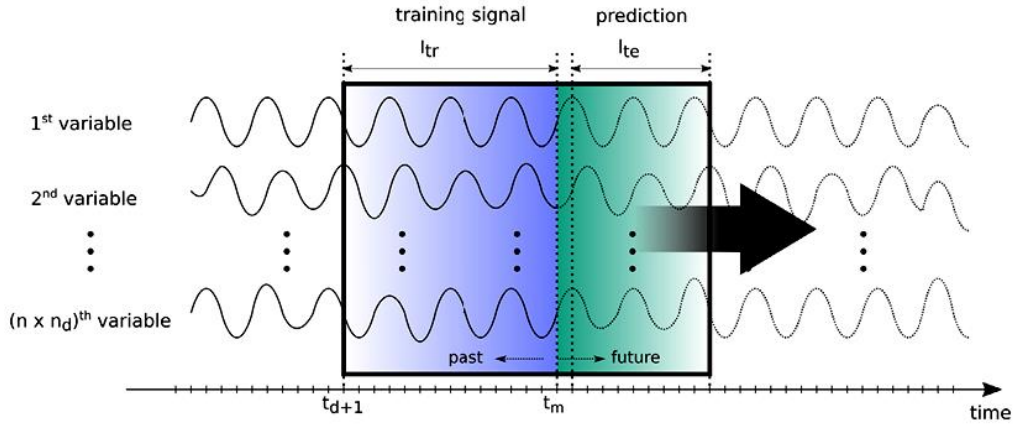
DMD analizlerinde kullanılan durum vektörü x , sırasıyla öne-geri ve yan hızlar $\dot{x}$ ve $\dot{y}$, geminin yukarı-aşağı hareketi z , üç sert gövde açısall dönüşleri rulonu ϕ , derece θ ve spma ψ ve dümen pozisyon açısını α içermektedir. Burada DMD'nin, gemi hareketi verilerinin veri odaklı bir modelleme probleminde tahmini için, gemi üzerinde makul şekilde ölçülebilecek sınırlı bir değişken seti kullanılarak önerildiği belirtilmelidir. Benzer şekilde, DMD tahminlerinin performansını değerlendirmek için kullanılan zaman geçmişi bölümü test seti veya test verisi olarak adlandırılır. DMD tarafından işlenmesi için ortak bir temel sağlamak amacıyla, tüm yazılım verileri nominal dalga karşılaşması $\hat{T}$ başına 32 zaman adımına indirgenmiştir. CFD-Ship Iowa simülasyonlarının eğitim verilerinden dalga sensörü Şekil 8.11'deki karşılaşma dalga yükselimi sinyali $\eta_{\omega p_2}$ 'nin ortalama sıfır geçiş periyodu olarak $\hat{T} = 16.13s$ değeri belirlenmiştir.



Şekil 8.11. Mevcut test durumu için kurulum ve gösterim [99]

Tüm DMD analizleri normalize verilere dayanmaktadır. Özellikle, her analiz edilen zaman dizisine Z-puanı normalizasyonu uygulanmıştır; dolayısıyla sıfır ortalama ve birim varyansa sahip zaman geçmişleri süreç boyunca değerlendirilir. DMD tabanlı modellerin eğitiminin küçük veri kullanılarak doğrudan bir prosedür olduğunu bir kez daha vurgulamak önemlidir. Şimdi-tahmin algoritması Hankel-DMD (ve Bayesyen uzantısı) temel alınarak geliştirilmiş olup, temel özelliği her tahmin gerektiğinde, değişkenlerin yakın geçmişini

kullanarak farklı bir ROM oluşturmaktadır. Bu yaklaşımı gösteren şema Şekil 8.12’de sunulmuştur. Başka bir deyişle, durum başlangıcı x_0 olan herhangi bir tahmin noktası için, $\hat{X}$ ve $\hat{X}'$ matrisleri son m bilinen sistem ölçümleri kullanılarak oluşturulmakta, ardından bir DMD modları ve frekanslar seti elde edilmekte, $\hat{b}_k$ katsayıları tahmin başlangıç noktasından (yani eğitim penceresinde son bilinen artırılmış sistem durumu $\hat{x}_m$) değerlendirilmekte ve sonunda zaman içindeki durum evrimi tahmin edilmektedir.



Şekil 8.12. Hankel-DMD ile artık tahmin yönteminin taslağı [99].

Hankel varyasyonundaki DMD, iki ana hiperparametreyi ortaya çıkarır, yani eğitim zaman geçmişlerinin uzunluğu l_{tr} (veya eşdeğer olarak örnek sayısı n_{tr}) ve gecikmeli gömme uzunluğu l_d (veya eşdeğer olarak her değişken için gömülü gecikmeli kopya sayısı n_d). Bu iki değer, yöntemlerin tahmin yeteneğini derinden etkilerken, optimum değerlerinin belirlenmesine yönelik genel bir kural verilmemektedir. Hankel-DMD'nin Bayesyen uzantısı bu sorunu aşmaya çalışmakta ve ayrıca tahminin güvenilirliği hakkında, ortalama değer ve standart sapma cinsinden elde edilen bazı bilgiler sunmaktadır.

Hiperparametrelerin değerleri stokastik değişkenler olarak kabul edilir ve uygun, umut verici kombinasyonları belirlemek için tam faktöriyel sayısal bir deney sonrasında değişim aralıkları tanımlanır. Hiperparametrelerin nowcasting algoritmasının tahmin yeteneği üzerindeki etkisi, Tablo 1'de belirtildiği gibi 6 farklı değişim seviyesi kullanılarak incelenir. Tüm analizler, beş dalga periyoduna uzanan bir tahmin penceresi dikkate alınarak yapılır, $l_{te} \leq 5\hat{T}$. Hiperparametrelerin her kombinasyonu, kurulumun tahmin kabiliyetini istatistiksel olarak değerlendirmek için 250 farklı tahmin başlangıç noktası üzerinde test edilir. Stokastik hiperparametrelerin değişim aralıkları belirlendikten sonra, beklentiyi belirlemek için her zaman serisi için N_{MC} 100 Monte Carlo gerçekleştirimi dikkate alınır [99].

8.10. Developing a Digital Twin of part cooling in an injection moulding process through a Dynamic Mode Decomposition-Kalman Filter approach [100]

Dinamik Mod Ayırıştırması ve Kalman filtresi (DMD-KF) temel alınarak, uzay-zaman süreci izlemesi için bir Dijital İkiz oluşturma çerçevesi önerilmektedir. Birçok malzeme süreci, süreçte erişilebilir konumlardaki sınırlı sensör ölçümleri ile izlenmesi zor olan karmaşık uzay-zaman dinamiklerinin optimizasyonunu gerektirir. DMD-KF yaklaşımı, sayısal simülasyonlardan minimum hesaplama süresiyle uzay-zaman dinamik modelinin çıkarılmasını kolaylaştırır ve model hatalarını düzeltmek için erişilebilir durumların gerçek zamanlı sensör ölçümleri ile entegre edilir. Yöntem, enjeksiyon kalıplama sürecinde bileşen soğutmasının gerçek zamanlı uzay-zaman izlemesi için gösterilmiştir. Enjeksiyon Kalıplama, yüksek hacimli bir üretim

sürecidir ve üretim sonrası iç art residual gerilmelerin kademeli olarak rahatlamasından kaynaklanan çekme ve şekil bozukluğu kusurları nedeniyle boyutsal hassasiyet açısından zorluklarla karşılaşır. İç gerilmeleri önlemek için, bileşen kalıptan çıkarılmadan önce önemli sıcaklık farklarından yeterince arınmış olmalıdır. Ancak, kalıp aracının erişilemez doğası, soğuma fazının izlenmesi için sensör erişimini sınırlar. Dinamik Mod Ayırıştırması (DMD), sürecin hesaplamalı olarak yoğun sonlu eleman modeli kullanılarak bileşenin 3B uzay düğümlerinin sıcaklık dinamiklerinin en iyi uyumlu, lineer durum uzayı modelinin çıkarılmasına olanak tanır. Sadece iki termokupl ölçümü kullanılarak ve DMD modeli Kalman Filtresi (KF) aracılığıyla entegre edilerek, kalıp içindeki bileşenin 3B sıcaklık haritasının gerçek zamanlı olarak oluşturulmasına olanak sağlar. Farklı işleme senaryolarının simülasyonu, uygulamada kullanılan koşullardan önemli ölçüde farklı bir DMD modeli geliştirilmiş olsa bile, KF düzeltmelerinin kritik durumların sıcaklığını etkili bir şekilde 1,4 °C kök ortalama kare hata ile tahmin ettiğini ortaya koymaktadır. DMD-KF yaklaşımı, çeşitli üretim süreçlerinde gerçek zamanlı uzay-zaman izlemesi ve kalite tahmini için yüksek potansiyel göstermektedir.

Veri kümesi, DMD algoritmasını uygulamak için anlık görüntü matrislerini oluşturmak üzere düzenlendi. Bu çalışmada, n , 12 olan sıcaklık noktalarının sayısına eşittir ve m , 100 olan zaman adımlarının sayısına eşittir. Sürecin varsayılan çevrim süresi 33 s olup sıcaklık her $\Delta t = 0,33$ s'de alınmış ve böylece 100 zaman anı elde edilmiştir.

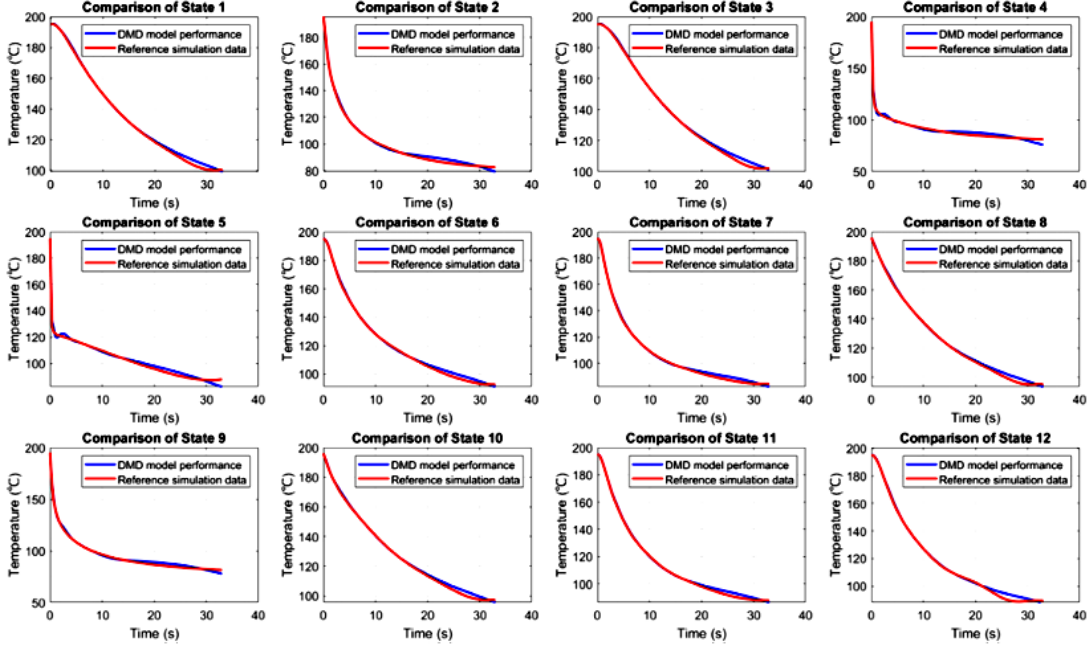
$$x_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{n1} \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} x_{12} \\ \vdots \\ x_{n2} \end{bmatrix}, \dots, x_m = \begin{bmatrix} x_{1m} \\ \vdots \\ x_{nm} \end{bmatrix} \quad (328)$$

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{m-1}] = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1(m-1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{n(m-1)} \end{bmatrix} \quad (329)$$

$$X' = [x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_m] = \begin{bmatrix} x_{12} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (330)$$

Veri hazırlığı sırasında yüksek korelasyona sahip düğümleri kaldırmak için kümeleme uygulandı ve bu, tam dereceli snapshot matrisleri sonucunu verdi. Teori bölümünde belirtildiği gibi, bu çalışmanın amacının sıcaklık dinamiklerinin boyutunu azaltmak olmadığını, aksine sürecin KF tabanlı DT'sinde gerçek zamanlı sensör verilerinin entegrasyonu için durum uzayı formunda doğru bir model elde etmek olduğunu açıklamak önemlidir. Snapshots oluşturularak, özdeğerler λ ve DMD modları Φ 'yi bulmak için DMD adımları takip edilir. Daha sonra, geçiş matrisi A , 12×12 boyutunda uygulanarak bulunur.

Modelin geçerliliği, simülasyondan elde edilen referans sıcaklık verileri (gerçek veri) ile karşılaştırma yoluyla doğrulanabilir ve bu, modelin tam FE simülasyonunun zamansal dinamiklerini yakından yakaladığını göstermektedir (Şekil 8.13) [100].



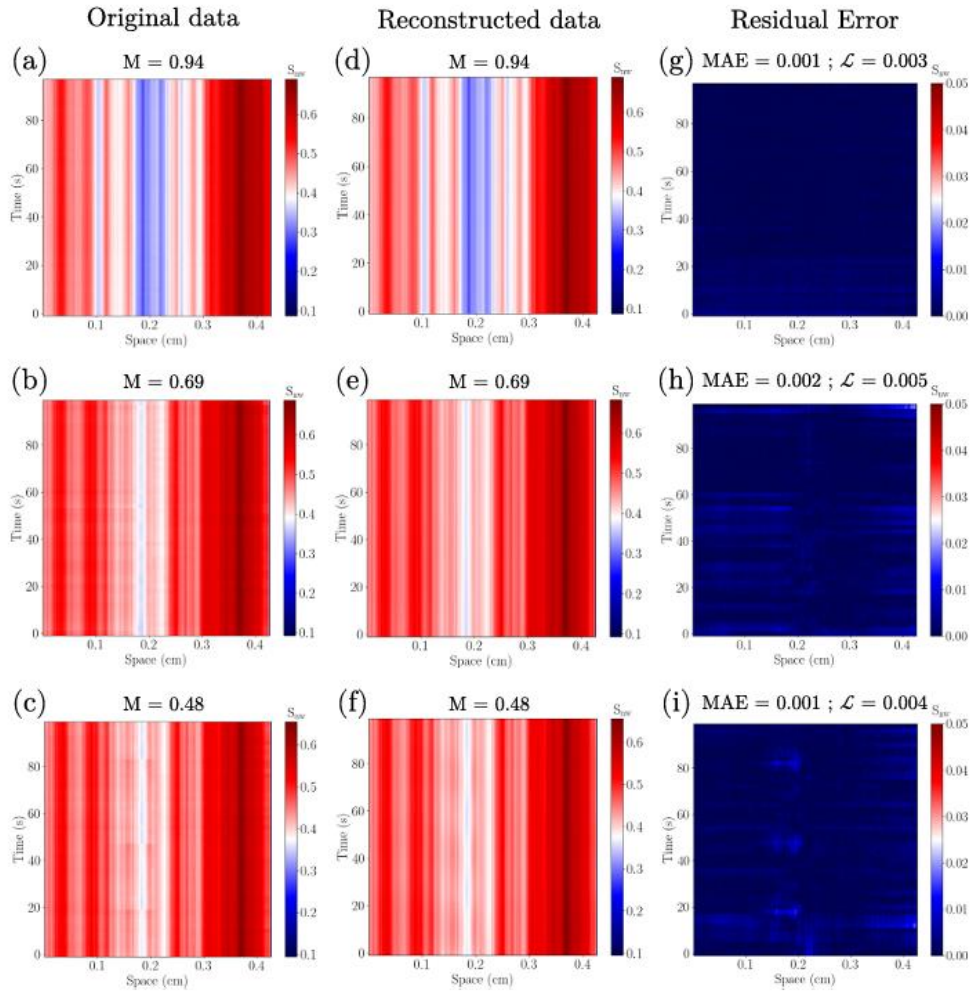
Şekil 8.13. DMD modeli ile simülasyondan elde edilen referans sıcaklık verilerinin karşılaştırılması [100]

8.11. Dynamic Mode Decomposition of 4D Imaging Data to Explore Intermittent Fluid Connectivity in Subsurface Flows [101]

Heterojen gözenek alanında birden fazla sıvının etkileşimi, kesikli yol akışı gibi karmaşık gözenek ölçeğinde akış dinamiklerine yol açar. Bu dinamikleri yakalamak ve analiz etmek için sinkrotron görüntüleme kullanılmaktadır. Ancak, bu görüntüleme veri setleri genellikle oldukça büyüktür (terabayt mertebesinde) ve ilgili akış fenomenlerinin mekansal ve zamansal özelliklerini çıkarmak zordur. Sonuç olarak, sıvı bağlantısını kontrol eden dalgalanmaların konumlarını belirlemek önemli bir zorluk olarak kalmaktadır. Bu çalışmada, kesikli akış dinamikleri sergileyen kritik mekansal ve zamansal bölgeleri bulmak için Dinamik Mod Ayrıştırması (DMD) kullanan yeni bir iş akışı sunulmaktadır. DMD, karmaşık doğrusal olmayan sistemleri baskın mekansal ve zamansal yapılar halinde ayrıştıran veri odaklı bir algoritmadır ve önceden hiçbir sistem varsayımına dayanmaz. İş akışı, her biri viskozite oranının akış dinamikleri üzerindeki etkisini sabit bir kapiler sayı altında inceleyen üç test vakası ile doğrulanmıştır. Bu senaryolar, DMD yönteminin temel akış davranışını doğru bir şekilde yakalama ve yüksek boyutlu deneysel verilerden önemli kesikli yapıları çıkarma yeteneğini göstermektedir. DMD, heterojen gözenek alanlarındaki karmaşık akışkan dinamiklerini analiz etmek için güçlü ve hesaplamalı olarak verimli bir yaklaşım sunmaktadır. Önerilen iş akışı, ilgili zaman ölçeklerinin ve mekansal ilgi bölgelerinin hızlı ve objektif bir şekilde belirlenmesini sağlamaktadır. Hızı ve ölçeklenebilirliği göz önüne alındığında, büyük sinkrotron görüntüleme veri setlerinin analizinde güçlü bir tanısal araç olma potansiyeline sahiptir.

DMD tekniği, farklı viskozite oranları için deneysel S_{nw} veri setlerine uygulanmıştır. Ortaya çıkan DMD modelleri daha sonra kesilmiş dereceler temel alınarak veriyi yeniden oluşturmak için kullanılmıştır. $M = 0.94$ durumu için yalnızca ilk DMD modu veri yeniden oluşturmada kullanılırken, sırasıyla $M = 0.69$ ve $M = 0.48$ durumları için 4 ve 6 DMD modu kullanılmıştır. Şekil 8.14 (a)–(c) giriş uzaysal-zamansal veri setlerini gösterirken, Şekil 8.14 (d)–(f) kesilmiş DMD modları ve bunların zamansal dinamikleri kullanılarak yeniden oluşturulan doygunluk haritalarını sunmaktadır. Orijinal ve yeniden oluşturulmuş veri setleri arasındaki S_{nw} mutlak farkı, Şekil 5(g)–(i) artık hata grafikleri ile gösterilmiştir. Genel olarak, DMD özellikle örneğin orta kesimindeki yüksek derecede heterojen bölgenin etkisini etkili bir şekilde

yakalar; $M = 0.94$ durumunda, daha küçük S_{nw} değerleri gözlemlenir. Bu durum, çekirdeğin ortasındaki düşük doygunluk bölgesini doğru bir şekilde yeniden üreten DMD yeniden yapımı ile açıktır; bu durum Şekil 8.14 (a) ile Şekil 8.14 (d) arasındaki karşılaştırmada görülmektedir. Bu gözlem, Şekil 8.14 (g)'de gösterilen artık hata dağılımı ile de desteklenmektedir. Kesikliliğin etkisi, viskozite oranı azaldıkça artar. Bu nedenle, daha küçük M durumlarında, kapiler giriş basınçları etrafında önemli basınç dalgalanmaları nedeniyle daha yüksek seviyelerde kesiklilik görüldüğünden, doğrusal olmayan dinamik sistem içerisinde gürültü oluşumu daha belirgin hale gelebilir. Bu gözlem, Şekil 8.14 (g)–(i) artık grafikleri ile desteklenmektedir; burada M azaldıkça hem MAE hem de $\mathcal{L}$ değerlerinin arttığı görülmektedir. Bununla birlikte, $M = 0.69$ deneyinde maksimum MAE ve $\mathcal{L}$ yalnızca sırasıyla %0,2 ve %0,5'tir. Bu durum, DMD kullanılarak veri yeniden yapımında elde edilen mükemmel doğruluğu ve verilerdeki temel sinyali etkili bir şekilde izole edebildiğini göstermektedir. Genel olarak, kesilmiş derecelerdeki orijinal 4B sinyalin istatistiksel bilgisi, DMD modlarının tüm veri setindeki anlamlı desenleri doğru bir şekilde yakalaması ve temsil etmesi için yeterli olmuştur; bu durum Şekil 8.14 (d)–(f).



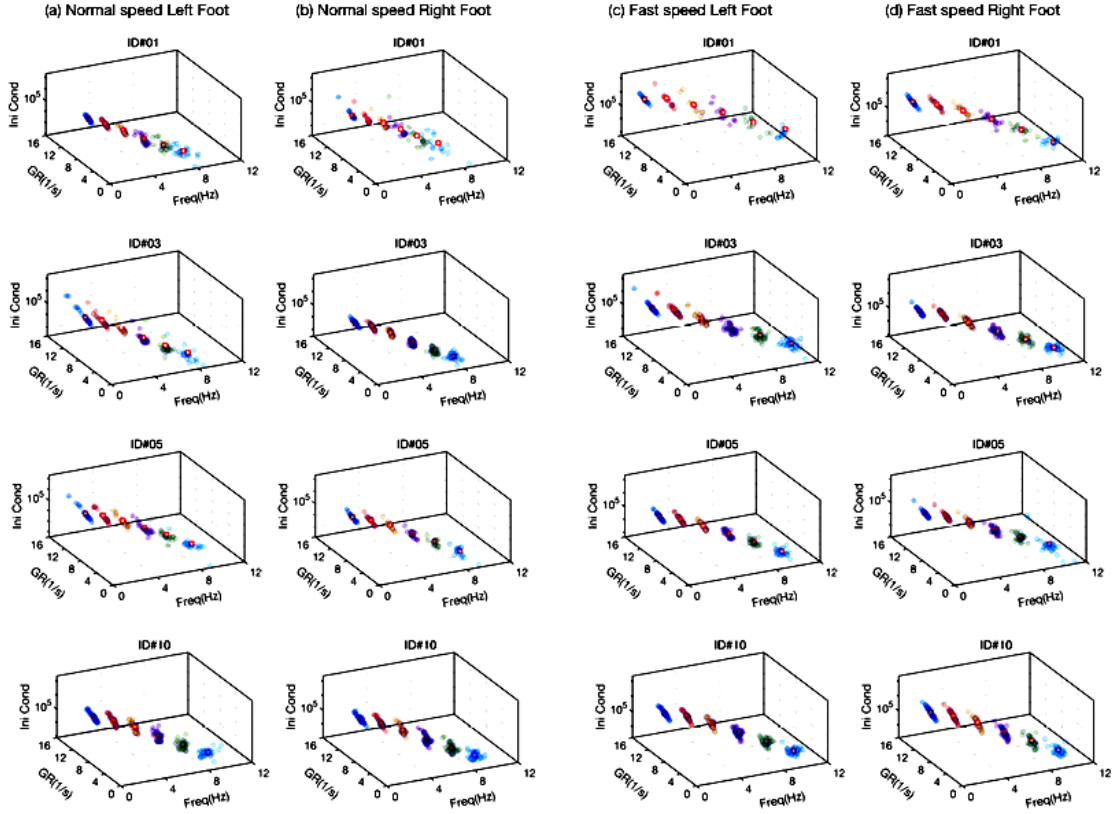
Şekil 8.14. Orijinal S_{nw} verilerinin uzay-zaman haritaları [101]

8.12. Application of Dynamic Mode Decomposition to Characterize Temporal Evolution of Plantar Pressures from Walkway Sensor Data in Women with Cancer [102]

Basınç sensörleriyle donatılmış yürüyüş yolları, bir kişinin adımlarını, sağlık alanındaki gelişen yapay zeka (YZ) uygulamalarını bilgilendirecek kadar karmaşık uzamsal-zamansal sinyallere dönüştürür. Bu plantar sinyaller içindeki temel tutarlılıklar, bir kişiyi benzersiz şekilde tanımlama ve nöromotor patolojiye sahip olanlar ile olmayanları ayırt etme potansiyeli göstermektedir. Kanıtlar, plantar basınç dağılımlarının yaşlanma ve diyabetik periferik nöropatide değiştiğini göstermektedir; ancak kanser hastalarında düşmelere yol açan kemoterapiye bağlı periferik nöropati (CIPN) durumunda basınç dinamikleri hakkında daha az bilgi vardır. İnsanlar CIPN geliştirdikçe basınç dinamiklerini uzunlamasına incelemek, normal adım-başına değişim varlığında bile, bir hayatta kalan kişinin kemoterapi öncesi yürüyüş tutarlılıklarını doğru bir şekilde karakterize edebilen kompozit bir model gerektirecektir. Bu makalede, bireyin plantar basınç dinamiklerindeki tutarlılıkları belirlemek için en güncel veri odaklı öğrenme tekniği sunulmuştur. Bu tekniği, meme veya jinekolojik kanser için yeni bir nörotoksik kemoterapiye başlamadan önce 16 kadının attığı adımlardan oluşan bir veritabanına uygulanmıştır. Uzamsal-zamansal plantar basınç verilerini, frekans, bozulma oranı ve başlangıç koşulu olmak üzere üç özellik ile karakterize edilen düşük dereceli dinamik modlara ayırarak yürüyüş özelliklerini çıkardıktan sonra, her bir hayatta kalanın yürüyüş desenindeki tutarlılıkları belirlemek adına her bir özellik için ortalamaları kullanarak bir makine öğrenimi modeli uygulanmıştır. Bu örnekleme, yöntemimiz, ister sağ ister sol ayak, ister olağan ister hızlı hızda atılan adımlar olsun, basınç dinamiklerini kullanarak doğru bireyi tanımlamada en az %86 doğruluk göstermektedir.

Son on yıllarda, dinamik sistemlerin veri odaklı modellenmesi ve sistem tanımlaması için Koopman teorisine olan ilgi giderek artmıştır. Koopman operatörü $\mathcal{K}$, sonsuz boyutlu bir lineer operatördür ve $\dot{s} = f(s)$ gibi doğrusal olmayan bir dinamik sisteme uygulanır ve gözlemlenebilir bir fonksiyon g üzerinde $\mathcal{K} \circ g = g \circ \mathcal{K}$, olarak hareket eder, bu da $\mathcal{K} \circ g(s) = g(\dot{s})$ sonucunu verir. Başarılı bir teorik çerçeve olmasına rağmen, sonsuz boyutlu alt uzayın gerekliliği nedeniyle hesaplamalı algoritmalara uygulanması zorluklar yaratmıştır. Bu nedenle, dinamik mod ayrıştırma (DMD) yöntemi, pratik hesaplamalar için yaklaşık sayısal algoritma olarak önerilmiştir. Temel fikrinde, DMD yöntemi mekânsal boyut indirgeme tekniklerini zaman ve frekans tabanlı spektral ayrıştırmalar, örneğin Fourier dönüşümü ile birleştirir. Böylece, orijinal karmaşık uzamsal-zamansal korelasyonlu sinyal, belirli bir zaman frekansına, bir zayıflama (veya büyüme) oranına ve olası bir başlangıç koşuluna bağlı mekânsal modlara ayrılabilir. DMD mekanizması, sinyal $f_{c,n\Delta t}^{(p)}(x,y) \equiv s_n$ 'nin belirlenen zaman adımlarında $t = n\Delta t$, buradan $n = 0,1,2,3, \dots, N$, sistemden alınan anlık görüntülerini toplayarak ve dinamikleri $s_{n+1} = As_n$ olarak lineerleştirerek çalışır; burada A , tüm $n = 0,1,2, \dots, N$ için $\|s_{n+1} - As_n\|$ minimum koşuluna göre belirlenir. DMD'nin avantajları, hesaplama kolaylığı ve varsayılan bir dinamik modele ihtiyaç duyulmamasıdır.

Zamansal baskı sinyalindeki DMD çerçevesinin avantajı, küçük sayıda DMD modunun, $F_k, k = 1,2, \dots, r$ üç boyutlu özellik uzayındaki dinamik desenlerini yakalayabilmesidir. Her mod diğerlerinden ayrılmıştır, bu da makine öğrenmesi algoritmalarında analiz yapılmasına olanak tanır. Sol ayak ve sağ ayak adımlarını ayrı ayrı ele alarak, her taraf için $F_{k,c}^{(p=l,r)}, c = 1,2,3, \dots, C$ parametre üçlülerinden oluşan bir özellik uzayı oluşturabilir; burada c çoklu yürüme döngülerinin indeksleridir ve C sırasıyla sol ve sağ ayak adımlarının toplam sayısıdır. Her DMD modu k için $\langle F_k^{(p)} \rangle$ merkezini bulmak amacıyla denetimli kümeleme algoritmasını kullanılmıştır. Şekil 8.15, hem normal hem de hızlı hızlarda kemoterapi tedavisinden önceki tüm adımları içeren dinamik modları özellik noktaları olarak sunmaktadır. Şekil, DMD modlarının her modda kümелendiğini ve diğer modlardan ayrıldığını göstererek iyi tanımlanmış merkezlere yol açmaktadır. Merkezlerin $(\alpha_k, s_{0,k})$ düzlemindeki projeksiyonlarda arttığı ve (α_k, f_k) düzlemindeki projeksiyonlarda azaldığı genel desen, tüm katılımcılarda gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, hem sol hem sağ ayakta ve farklı yürüme hızlarında her birey için merkezlerin spesifik değerleri ayırt edilebilirdir; bu da her yürüyüş hareketinin bir referans noktası olarak merkezler kümesinin alınmasını mümkün kılar [102].



Şekil 8.15. Kemoterapi tedavisinden önce dört katılımcının normal yürüme hızında (a) sol ayak ve (b) sağ ayaktan, hızlı yürüme hızında ise (c) sol ayak ve (d) sağ ayaktan izole edilen altı baskın modun sonuçları [102]

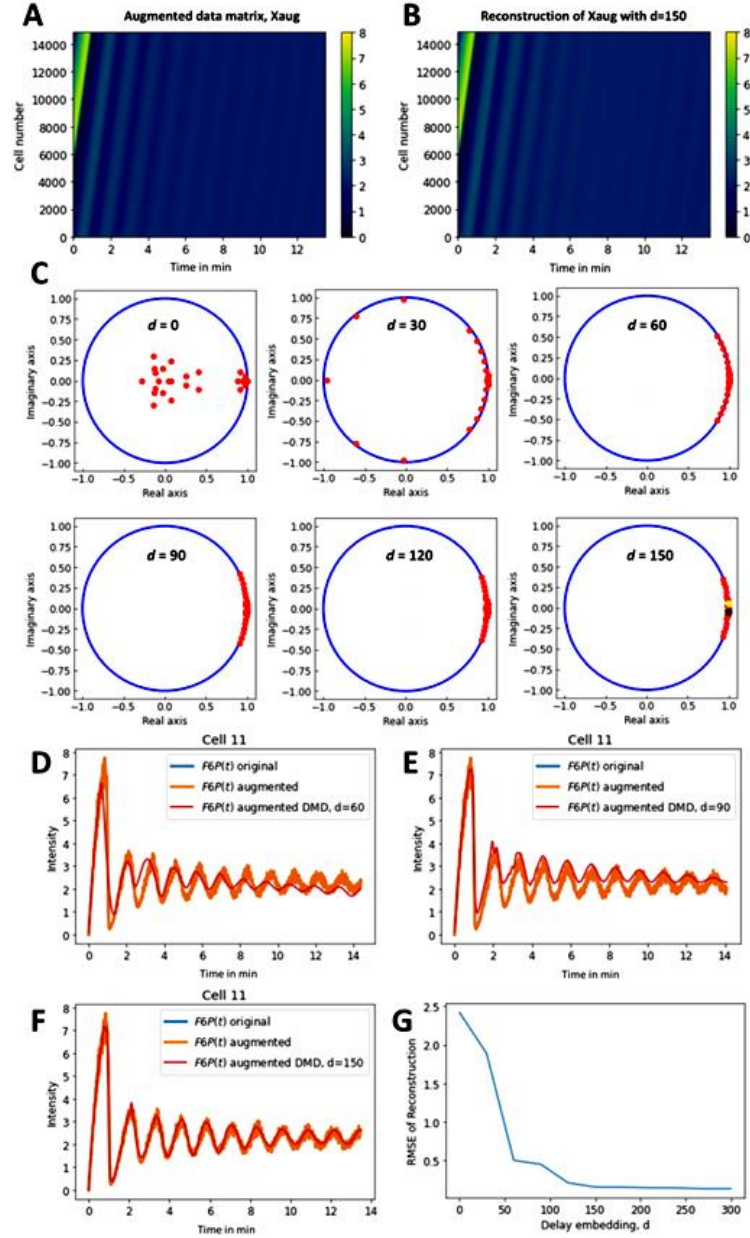
8.13. Dynamic Mode Decomposition for Analysis and Prediction of Metabolic Oscillations from Time-Lapse Imaging of Cellular Autofluorescence [103]

Salınımlar, hücre biyolojisinde yaygın bir fenomendir. Bunlar biyokimyasal reaksiyonların doğrusal olmayan birleşimine dayanır ve örneğin maya hücrelerinin glikolizi gibi süreçlerde zengin dinamik davranışlar gösterebilir. Burada, doğrusal olmayan dinamiklerin doğrusal yaklaşımı için sayısal bir algoritma olan dinamik mod ayrıştırması (DMD) ile zaman gecikmeli gömme (TDE) yönteminin, simülasyonlarda ve deneylerde sönümlenmiş ve sürdürülen glikolitik salınımları tamamen veri odaklı bir şekilde çözümlemek için birleştirilebileceğini gösterilmiştir. Artık DMD aracılığıyla sahte özdeğerlerin değerlendirilmesiyle birlikte, her senaryo için benzersiz bir spektrum sunarak yüksek doğrulukta zaman-serisi ve görüntü rekonstrüksiyonuna olanak tanır. Tanımlanan DMD modlarının makine öğrenimi tabanlı kümeleme yöntemiyle, NADH salınımlarını sınıflandırabiliyor, böylece ince fenotipleri keşfediyor ve metabolik aktivitedeki hücreden hücreye değişkenliği hesaba katabilir. Bu, değişen glukoz akışı için ve sterol taşıyıcıları Ncr1 ve Npc2 eksik olan maya hücreleri için, insanlarda Niemann Pick tip C hastalığı modeli olarak gösterilmiştir. TDE ile DMD, simüle edilmiş kalsiyum izleri üzerinden gösterildiği gibi diğer salınım türlerini de ayırt edebilir ve tahmin yeteneği Uzun Kısa Süreli Hafıza (LSTM) sınır ağları ile eşdeğerdedir. Sonuçlar, tek hücre düzeyinde salınımlı dinamiklerin analizinde DMD'nin potansiyelini göstermektedir.

Hücreler arası glikolitik aktivite farklılıklarının etkisini modellemek için $v = 14.5 \text{ mM/dk}$ etrafında stokastik olarak değişen giriş hızı v için reaksiyon sisteminin tekrarlanan simülasyonlarını gerçekleştirilmiştir. Glukoz girişinin yaklaşık 12.5 ile 16.5 mM/dk arasında değiştiği bu aralıkta, çoğu simüle edilmiş hücre için sönümlenmiş salınımlarla

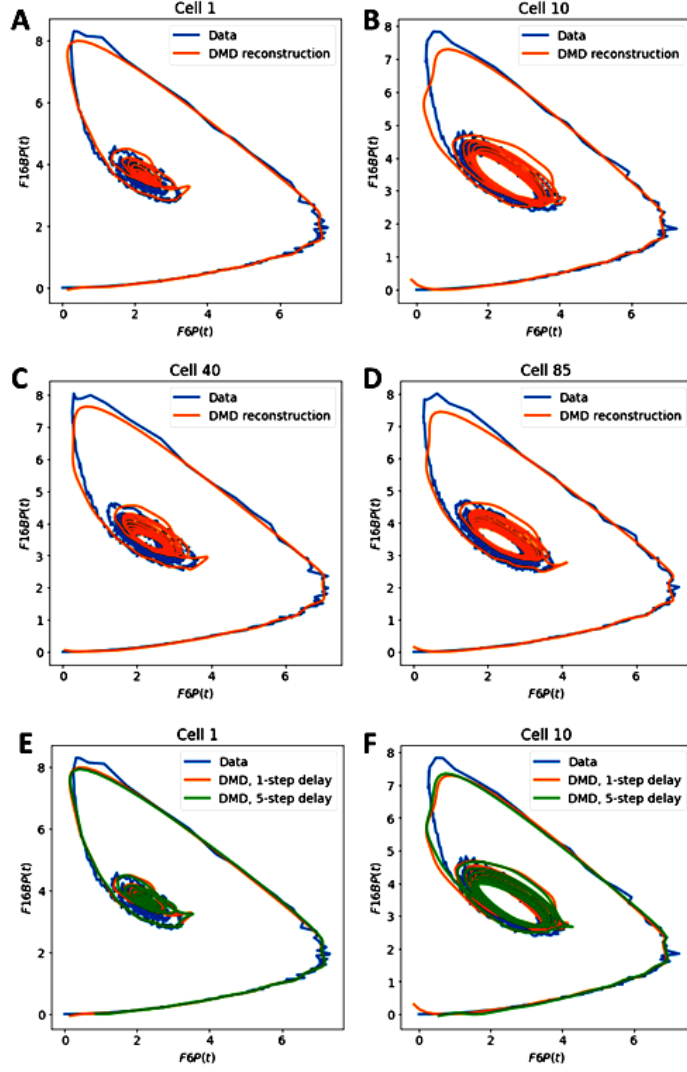
karakterize edilen sabit bir odak oluşacaktır. Ancak, glikoz girişi yaklaşık 12.5 mM olduğunda ara sıra sürekli salınımlar da gözlemlenmektedir ve veriler sıralandığında, bu zaman izleri sönümlenmiş salınımlara sahip olanların yanında yer almaktadır. Bu simülasyonlar yalnızca daha önce bahsedildiği gibi modelin salınımlı davranışında glikoz girişinin merkezi rolünü desteklemekle kalmaz. Ayrıca, aşağıda açıklandığı gibi, hücre dizisinin metabolik aktivitesine ait tek hücre zaman serilerini çözümleme yeteneğini de değerlendirmemizi sağlar. Bu veriye DMD uygulamak için, önce simüle edilmiş zaman serilerinin zaman kaydırılmış versiyonlarını kullanarak bu hücre-zaman matrisinin genişletilmiş bir versiyonunu oluşturulmuştur. Bu, her satırın d kaydırılmış versiyonunu (bir glikoz giriş değeri için tek bir zaman serisini andıran) ardışık olarak yığarak genişletilmiş matrisi elde ederek gerçekleştirilmiştir.

Bu artırılmış matrise DMD uygulamak, verilerin çok doğru bir şekilde yeniden oluşturulmasını sağlar (Şekil 8.162B). Bu, düşük mertebeden bir yaklaşım için bile geçerlidir (yani $r = 25$), ancak gecikmeli gömme miktarı yeterince yüksek olduğu sürece (Şekil 8.16 2C–F). TDE'nin kapsamının sistematik analizi, özdeğer spektrumunun $d > 120$ için stabil hale geldiğini ortaya koymakta ve bu, her hücre için sönümlü salınımların iyi yeniden oluşturulmasıyla örtüşmektedir (Şekil 8.16 2C–G). Aslında, yeniden oluşturma kalitesi $d = 150$ üzerinde düşük RMSE değerlerine doğru yakınsar (Şekil 8.162G). Karşılaştırma amacıyla, aynı veri seti için analitik özdeğerleri hesaplanmış, bunları birim çembere ölçeklendirilmiştir ve $d = 150$ için özdeğer spektrumunun üzerine çizilmiştir (Şekil 8.16 2C, son panel, sarı ve siyah noktalar). Bu karşılaştırma, DMD tarafından belirlenen özdeğerlerin, gecikmeli gömme arttıkça analitik özdeğerler etrafında yoğunlaştığını gösterirken, aynı zamanda yeniden oluşturma kalitesinin arttığını da göstermektedir. Analitik özdeğerler, sistemin durağan durum etrafında lineerleştirilmesinden türetildiği için, bu önemli sonuç, DMD'nin doğrusal olmayan dinamik sistemin optimal bir lineer yaklaşımını sağladığını doğrulamaktadır. Tüm simüle edilmiş 100 hücrelik veri seti için 200 analitik özdeğer olduğunu unutmamalıdır, yani her hücre için 2 eşlenmiş özdeğer bulunmaktadır. Buna karşılık, DMD yaklaşımı yalnızca zaman gecikmeli görüntülerin gözlemlenebilirler olarak kullanılması nedeniyle Koopman operatörünün düşük mertebeden kesilmesinden ötürü tüm veri seti için yalnızca 25 özdeğer içermektedir. Şekil 8.16. zaman gecikmeli gömme, ilk türün yani F6P'nin simülasyonlarının Hankel matrisleri üretilerek gerçekleştirildi. Bunun için, her bir simüle edilmiş salınının zaman kaydırılmış versiyonları üretilip orijinal veri matrisine ek satırlar olarak yığıldı ve böylece genişletilmiş bir veri matrisi (A) oluşturuldu. Bu genişletilmiş matrise DMD uygulamak çok iyi yeniden yapılandırmalar verir (B). Farklı gecikmeli gömme boyutları için tanımlanan DMD modlarının özdeğer spektrumu (C). d arttıkça, özdeğerler sağa kayar ve simüle edilmiş sistem için belirlenen değerlerin etrafında yoğunlaşır. (D–F) seçilen bir hücre (Hücre 11) için simüle edilmiş zaman serileri; mavi ile gösterilen orijinal X matrisinden veri, turuncu ile gösterilen genişletilmiş Xaug matrisinden veri (X matrisindeki verilerle tamamen aynı).



Şekil 8.16. Hankel matrisi oluşturulması ve değişen gecikmeler için DMD kullanılarak analizi [103]

Yeniden yapımda, her zaman serisi bu 25 özdeğer ve özfonksiyonun ağırlıklı toplamı ile temsil edilir. Böylece, giriş verilerinin durum boyutu gecikmeli gömme ile artırılırken, tanımlanan dinamik modlar, sonsuz boyutlu Koopman operatörünün düşük boyutlu bir alt alanını kapsar ve gözlemlenen dinamiklerin doğru bir şekilde yeniden inşa edilmesine olanak tanır. Bu durum, simüle edilmiş sistemin çekicisine bakıldığında, zaman gecikmeli gömme ile DMD tarafından yeniden inşa edilen çekici ile karşılaştırıldığında güzel bir şekilde gösterilmektedir (Şekil 8.17). Hem stabil odakların hem de bireysel hücreler için glikoz akışındaki farklılıklardan kaynaklanan limit döngülerin çekicileri DMD ile doğru bir şekilde yeniden inşa edilmektedir (Şekil 8.17A–D). Ayrıca, yeniden inşa edilen manifold MDMD simüle edilmiş olanlardan çok daha düzgündür ve bu da zaman serisi parazit temizleme için DMD’nin potansiyelini vurgulamaktadır. Gecikme adım uzunluğunu değiştirmenin gömme kalitesini artırabileceği öne sürülmüştür, bu yüzden gecikmeli gömme için adım uzunluğunu 1’den 5’e çıkararak bunu test edilmiştir, ancak sonuçlar neredeyse aynı olarak bulunmuştur (Şekil 8.17E,F).



Şekil 8.17. Zaman gecikmeli gömme ile DMD kullanarak sistem çekicisinin yeniden yapılandırılması [103]

Birlikte kullanıldığında, DMD ile TDE, doğrusal olmayan biyokimyasal modellerin karmaşık metabolik zaman serilerini çözümlemek ve yeniden yapılandırmak için güçlü bir araçtır. Bu durum sadece tek hücre düzeyinde değil, aynı zamanda tüm heterojen hücre popülasyonunun yeniden yapılandırılması için de geçerlidir; bu, zaman atlamalı video verilerinden hücreden hücreye metabolik etkinlik farklılıklarını yakalamak açısından çok önemlidir [103].

8.14. A Parametric and Feasibility Study for Data Sampling of the Dynamic Mode Decomposition: Range, Resolution, and Universal Convergence States [104]

Bilimsel araştırmalar ve mühendislik uygulamaları sıklıkla doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesini ve ayrıştırılmasını gerektirir. Dinamik mod ayrıştırması (DMD), yüksek boyutlu doğrusal olmayan sistemleri azaltılmış mertebedeki alt uzaylarda periyodik olarak farklı bileşenlere etkili bir şekilde ayıran, Koopman tabanlı yeni bir tekniktir. Yeni bir matematiksel yaklaşım olarak, DMD büyük bir potansiyele sahip olmasının yanı sıra eşit derecede bilinmezlik taşır. Bu çalışma, mühendislik odaklı bir perspektifle DMD örnekleme inceliklerini araştırmaktadır. Amaç, örnekleme aralığı ve çözünürlüğün DMD modlarının yakınsamasını nasıl etkilediğini açıklamaktır. Optimal geçerlilik sağlamak amacıyla, sıvı mekaniğinde en klasik doğrusal olmayan sistemi test konusu olarak kullanılmıştır—bir prizma üzerindeki türbülanslı

serbest kesme akışı. Akışı, Yakın-Duvar Çözünürlüğü ile Dinamik Gerilme Büyük-Eddy Simülasyonu ile sayısal olarak simüle edilmiştir. Büyük miktarda, yüksek doğruluklu verilerle, dört küresel yakınsama durumu parametrelenmiş ve tanımlanmıştır: Başlatma, Geçiş, Dengeleme ve örnekleme aralığı arttıkça Sapma. Sonuçlar, DMD çıktısının örnekleme aralığından bağımsız hale geldiği modal yakınsama için en uygun durumun Dengeleme olduğunu göstermiştir. Başlatma durumu da çoğu sistem yeniden yapılandırma görevleri için yeterli doğruluk sağlıyor. Dahası, yaygın inanışların aksine, aşırı örnekleme algoritmik kararsızlığa neden oluyor: zaman boyutu n , uzamsal boyut m 'ye yaklaştıkça ve onu aştıkça (yani $m < n$), çıktı sapar ve anlamsız hale gelir. Ayrıca, örnekleme çözünürlüğünün yakınsaması, mod-spesifik dinamiklere bağlıdır; böylece çoğu mühendislik uygulaması için hedef aktiviteler için döngü başına 15 karelik bir çözünürlük önerilmektedir. Son olarak, bir parametre çalışması, örnekleme aralığının ve çözünürlüğünün yakınsamasının birbirinden bağımsız olduğunu ortaya koymuştur.

İlk adım, girdi verilerinin derlenmesidir. DMD'nin veri odaklı doğası, makine öğreniminde sinir ağlarına hitap eder. Bu nedenle, giriş sinyalinin niteliği temelde sınırsızdır. Temel DMD için giriş sinyali (1) geçici nitelikte, (2) sabit bir frekansla örneklenmiş ve (3) sabit bir alanda yakalanmış olmalıdır. Yetersiz giriş sayısal bozulmalara yol açabilir. Araştırmacılar, bu giriş kısıtlamalarını hedeflemek için farklı derecelerde başarı ve pratiklikle bazı DMD varyantları geliştirmiştir. Giriş sinyali ayrıca gürültü giderimi gerektirebilir. DMD frekans içeriğine son derece duyarlıdır, bu nedenle aşırı kirlenme gürültünün yüksek dalga sayısı türbülans dinamikleri olarak yanlış yorumlanmasına yol açabilir. Bu nedenle, deneysel veriler için gürültü giderimi kritik öneme sahiptir. Buna karşılık, CFD verilerinde sayısal hata (diskretizasyon ve artakalan nedeniyle) mümkün olsa da, gürültü olasılığı düşüktür. Uygun sayısal ayarlarla, DMD algoritması aynı zamanda sıra azaltımı ve baskın mod seçimi süreçlerinde hatalı dinamikleri de süzebilir. Bu nedenlerle, mevcut çalışma için sayısal verinin tercih etme amacı gerekçelendirilmiştir. Uygun şekilde işlenmiş verilerle, giriş sinyali iki anlık görüntü dizisine düzenlenmelidir, öyle ki:

$$X_1 = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{m-1}\} \quad (331)$$

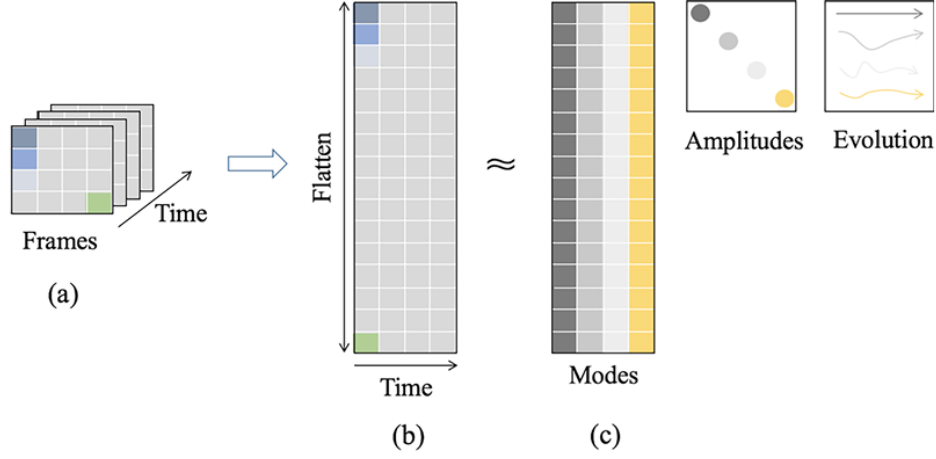
$$X_2 = \{x_2, x_3, x_4, \dots, x_m\} \quad (332)$$

Burada $x_i \in \mathbb{C}^n$, eşit aralıkla t^* örneklenen anlık görüntülerdir. Mekânsal boyut n , sabit örnekleme alanının boyutuna karşılık gelir (yani, her bir anlık görüntüdeki veri girişi sayısı). Zamansal boyut m ise zaman serisinin boyutuna karşılık gelir (yani, anlık görüntü sayısı)[104].

8.15. Continuous Crack Detection Using the Combination of Dynamic Mode Decomposition and Connected Component-Based Filtering Method[105]

Beton yüzey çatlakları, yapısal hasarı, kullanılabilirliği ve dayanıklılığı değerlendirmek için kullanılan en erken göstergelerden biridir. Bu çalışma, beton çatlaklarını tespit etmek ve çatlak özelliklerini değerlendirmek için yeni bir yöntem önermektedir. Önerilen yaklaşım, DMD spektrum analizi temelinde her video karesinde bireysel çatlakları tanımlamak için dinamik mod ayrışımı (DMD) algoritmasını tanıtmaktadır. Çatlaklar farklı türde gürültü içerdiğinden, baloncuk ve lekelerin gürültüsünü elemek için bağlı bileşen tabanlı bir filtreleme yöntemi önerilmektedir. İncelenen çatlaklar, alan, yön ve çevre gibi çatlak özelliklerini değerlendirmek için kullanılabilir. Önerilen çatlak tespit yöntemi daha sonra aksiyel yükleme altında bir kübik beton numune testi sırasında çatlak gelişimini incelemek için uygulanmaktadır. Tespit edilen sonuçlar, önerilen yöntemin çoğu çatlağı doğru bir şekilde tanımlayabileceğini göstermektedir. Video kareleri, hızlı tespiti zorlaştıran büyük veri hacimleri ürettiğinden, normalleştirilmiş tekil değerlere dayalı boyut indirgeme de tartışılmakta ve önerilen yöntemle karşılaştırılmaktadır. Çatlaklar tanımlandıktan sonra, zaman içinde alan, yön ve çevre gibi çatlak özellikleri belirlenmekte olup, bu da çatlak özelliklerini değerlendirmeye ve yapısal performansı anlamaya yardımcı olmaktadır.

DMD yöntemi, karmaşık bir sistemi, akışkanlar dinamiği konusundan kaynaklanan temel dinamik özellikleri tanımlamak için birkaç basit temsilci moda ayırır. Bu yöntem, iki boyutlu uzay-zaman matris verilerine dayanır ve çatlak tespiti için sürekli uygulamaya uygun bir teknik sağlar. Videoda kaydedilen sürekli zamanlı çatlak gelişimi, Şekil 8.18'a da gösterildiği gibi, zamanla doğal olarak üst üste yığılmış birkaç kareden oluşur.



Şekil 8.18. DMD prosedürü: (a) video kareleri, (b) karelerin vektörleştirilmesi, (c) dinamik mod ayrıştırması [105].

Her kare, uzayda vektörleştirilebilen birçok piksel içerir. Tüm video m kare içeriyorsa, zaman dizilerinde iki matris oluşturulur; her sütun (ör., x_{m-1}) bir video karesini zaman noktasında $(m - 1)$ temsil eder ve tüm n pikseli tek bir sütunda düzleştirir (Şekil 8.18b).

$$X_1^{m-1} = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_1 & x_2 & \dots & x_{m-1} \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix}, \quad X_2^m = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_2 & x_3 & \dots & x_m \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix} \quad (333)$$

Bir zaman noktasındaki t çerçevesi x_t , önceki çerçeve x_{t-1} ile doğrusal bir ilişkiye sahip olacak şekilde yaklaşık olarak temsil edilebiliyorsa, Denklem (333)'daki iki matris matris şeklinde yeniden yazılabilir.

$$X_2^m = F X_1^{m-1} \quad (334)$$

Lineer operatör F için bir yaklaşık çözüm en küçük kareler yöntemiyle çözülebilir.

$$\hat{F} = \underset{F}{\operatorname{argmin}} \|X_2^m - F X_1^{m-1}\|_F^2 \quad (335)$$

Burada $\|\bullet\|_F^2$ Frobenius normunu temsil eder. Denklem (335) için optimum çözüm şu şekilde hesaplanır:

$$\hat{F} = X_2^m (X_1^{m-1})^+ \quad (336)$$

Burada + Moore-Penrose sahte tersi kullanılır. Boyut $n \gg m$ olduğunda, Denklem (336) tekil değer ayrışımı (SVD) ile hesaplanır.

$$\hat{F} = X_2^m V \Sigma^{-1} U^* \quad (337)$$

Burada $X_1^{m-1} = U \Sigma V^*$, burada $U \in \mathbb{C}^{n \times r}$ ve $V \in \mathbb{C}^{m \times r}$ sol ve sağ tekil vektörlerdir, $\Sigma \in \mathbb{C}^{r \times r}$ bir genlik vektörüdür, $*$ eşlenik transpozunu gösterir ve r , X_1^{m-1} için azaltılmış SVD yaklaşımının derecesidir. Daha sonra, $\hat{F}$ 'nin özdeğer kümesi özdeğerleri ve özvektörleri verir, yani,

$$\hat{F}W = W\Lambda \quad (338)$$

Burada j 'inci sütundaki W , bir özvektör ϕ_j olup, karşılık gelen özdeğer λ_j , diyagonal matris Λ 'den elde edilir. Denklem (337) ve (338) temel alınarak, DMD yeniden yapılandırması şu şekilde elde edilir.

$$\Phi A \Psi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{1p} & \cdots & \phi_{1r} \\ \phi_{21} & \phi_{2p} & \cdots & \phi_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{np} & \cdots & \phi_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 & \cdots & \lambda_1^{m-1} \\ 1 & \lambda_1 & \cdots & \lambda_p^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \lambda_1 & \cdots & \lambda_r^{m-1} \end{bmatrix} \quad (339)$$

Burada $r \leq \min(n, m)$ seçilen mod sayısıdır; diagonal matris A genlikleri içerir ve Ψ matrisi DMD modları Φ 'nın zamansal evrimini tanımlar, **Şekil 8.18c**'de gösterildiği gibi. Bu nedenle, video kareleri X_{DMD} yeniden oluşturulabilir.

$$X_{DMD} = \sum_{j=1}^r a_j \phi_j \lambda_j^{t-1} \quad (340)$$

ϕ_j ve a_j , DMD modlarının j 'inci sütunu ve karşılık gelen genliktir, özdeğer λ_j^{t-1} zamansal evrimi tanımlar, $t = [t_1 \ t_2 \ \cdots \ t_m]$ zaman vektörünü belirtir. Yeniden oluşturulmuş video kareleri, düşük rütbeli ve seyrek matrislere ayrılabilir, yani,

$$X_{DMD} = X_{DMD}^L + X_{DMD}^S \quad (341)$$

Burada X_{DMD}^L düşük dereceli matris ve X_{DMD}^S ise seyrek matristir. İki anlık görüntü arasındaki zaman aralığı Δt olan sürekli zamanlı bir özdeğer $\omega_j = \ln(\lambda_j)/(\Delta t)$ tanımlayarak, düşük dereceli ve seyrek matrisler arasındaki ayrım ω_j değerine bağlıdır.

Eğer $|\omega_j| \approx 0$ ise, düşük mertebeden matris X_{DMD}^L ile verilir.

$$X_{DMD}^L = \sum_{|\omega_j| \approx 0} a_j \phi_j e^{\omega_j t} \quad (342)$$

Burada $|\omega_j| \approx 0$, nesnelerin zaman içinde yavaşça değişmesi olarak yorumlanır. Denklem (342)'dan yeniden oluşturulan veri matrisi, arka planın durağan davranışını (sıfır modu) temsil eder. Bu arada, boş matris X_{DMD}^S ise şu şekilde hesaplanır:

$$X_{DMD}^S = \sum_{|\omega_j| > 0} a_j \phi_j e^{\omega_j t} \quad (343)$$

Denklem (343)'dan yeniden oluşturulan veri matrisi, bir kareden diğerine değişen modları temsil eder ve bu durum, çatlakların gelişimi olarak yorumlanır. DMD yönteminin lineer bir sistemi varsaydığı, ancak çatlakların belirli bir bölümde hızla gelişebileceği not edilmelidir. Çatlak gelişimini kaydetmek için bir videonun örnekleme frekansı, videonun her karesinin yaklaşık olarak lineer olmasını sağlamak için yeterince yüksek olmalıdır [105].

9. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada ele alınan EMD ve DMD tabanlı yöntemler, karmaşık ve yüksek boyutlu dinamik sistemlerin analizinde yaygın olarak kullanılan veri odaklı ayrıştırma yaklaşımlarıdır. Her iki yöntem de sinyalleri veya alan verilerini daha basit alt bileşenlere ayırmayı amaçlamakta; ancak bunu farklı matematiksel temeller ve modelleme stratejileri üzerinden gerçekleştirmektedir. EMD, verinin içsel osilasyon yapılarını öz uyarlamalı olarak tanımlarken, DMD veri dinamiklerini lineer operatörler üzerinden modellenen modlar ve spektrumlarla temsil eder. Bu nedenle, her iki yaklaşımın farklı türleri, veri özelliklerine, gürültü koşullarına ve hedef uygulamalara göre özgün avantajlar ve sınırlılıklar sunmaktadır. Aşağıda sunulan alt başlıklarda, EMD ve DMD yöntemlerinin farklı çeşitleri bu açılardan karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

9.1. Ampirik Mod Ayrıştırma

Bu kısımda EMD yöntemi ve türevleri ile ilgili geniş çaplı bir literatür araştırması yapılmış ve yöntemin tüm teknik detayları türevleri ile birlikte ele alınmıştır. Bu bölümde, incelenen EMD ve türevleri benzerlik ve farklılıkları açısından karşılaştırılmış, her bir türün özelliklerine ait kısaca özet geçilmiş olup ana hatları ile Çizelge 9.1’de, EMD ve türevlerine ait detaylı karşılaştırma ise Çizelge 9.2’de sunulmuştur. Ayrıca bölüm sonunda EMD ve türevlerinin kullanımında alana özgü hangi yöntemin seçilebileceği konusunda bazı önerilerde bulunulmuştur.

Çizelge 9.1. Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin temel özellikleri

EMD	• İlk geliştirilen temel yöntemdir. • Doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyalleri analiz eder. • Eleme işlemi kullanır. • Hızlı çalışır ve az bellek kullanır. • Mod karıştırma problemi vardır. • Gürültüye ve uç değerlere karşı hassastır.
EEMD	• EMD’nin geliştirilmiş versiyonudur. • Beyaz gürültü eklenerek mod karıştırma problemi azaltılır. • Çoklu EMD analizlerinin ortalamasını alır. • Mod karıştırma problemini azaltmaktadır. • Daha stabil IMF’ler oluşturur. • Hesaplama maliyeti yüksektir. • Gürültü seviyesinin belirlenmesi önemlidir.
OEMD	• Gerçek zamanlı uygulamalar için geliştirilmiştir. • Veri akışını anlık işleyebilir. • Hesaplama verimliliği yüksektir. • Geleneksel EMD’ye göre daha az hassas olabilir.
MEMD	• Çok değişkenli sinyalleri analiz etmektedir. • N- boyutlu veri işleyebilir. • Kanallar arası bağlantıları korur. • Senkronize IMF’ler üretir. • Hesaplama maliyeti yüksektir. • Karmaşık sinyaller için uygundur. • Boyut arttıkça işlem zorluğu artar.

TVF-EMD	• Zamanla değişen filtreler kullanmaktadır. • Frekans bazlı ayrışma sağlar. • Mod karıştırma problemini azaltır. • Frekans çözünürlüğü daha iyidir. • Hesaplama karmaşıklığı orta seviyededir. • Filtre tasarımı kritiktir.
EWT	• Dalgacık dönüşümü ile EMD'yi birleştirir. • Daha iyi frekans lokalizasyonu sağlar. • Matematiksel temeli daha güçlüdür. • Mod karıştırma problemi daha azdır. • Bazı sinyallerde sınırlı performans sağlar.
CEMD	• EMD'nin tamamlayıcı halidir. • Mod karıştırma probleminin azaltır. • Daha stabil IMF'ler üretir. • Orijinal EMD'ye göre daha yavaştır.
CEEMDAN	• EEMD'nin geliştirilmiş halidir. • Adaptif gürültü ekleme stratejisi kullanır. • Daha iyi mod ayrımı sağlar. • Her IMF için farklı gürültü seviyesi oluşturur. • Hesaplama maliyeti ve bellek kullanımı yüksektir. • Orijinal sinyali tam olarak yeniden oluşturabilir.
ICEEMDAN	• CEEMDAN'ın en gelişmiş halidir. • Gürültü ekleme stratejisi daha etkilidir. • Mod karıştırma problemi en düşük seviyededir. • Hesaplama verimliliği CEEMDAN'a göre daha iyidir. • En iyi sinyali yeniden oluşturmayı sağlar. • Daha az sayıda IMF üretme eğilimine sahiptir. • Yüksek maliyet ve karmaşık uygulamaya sahiptir.

Çizelge 9.2. Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin toplu karşılaştırması [1-53]

Yöntem	Geliştirilme Amacı	Temel Özellikleri	Avantaj	Dezavantaj	Mod Karıştırma	Hesaplama Maliyeti	Gürültü Direnci	Sinyali Yeniden Yapılandırma	Uygulama Alanları
EMD	Doğal sinyallerin modlara ayrılması	IMF'lere ayırır, ama mod karışımı sorunu yaşanır.	Hızlı ve doğrudan; teorik temele dayalı değil	Mod karışımı ve sonlu mod sayısı sorunları	Yüksek	Düşük	Düşük	Orta	Genel sinyal analizi, Titreşim analizi, biyomedikal sinyal işleme, finansal veri analizi
EEMD	Mod karışımı azaltma	Rastgele beyaz gürültü eklenir, ortalama alınır.	Beyaz gürültü ile mod karışımını azaltır	Gürültü eklemesi ve hesaplama maliyeti	Orta	Yüksek	İyi	İyi	Biyomedikal, çevresel veriler,
OEMD	EEMD'nin optimizasyonu	Gürültü miktarı ve tekrar sayısı optimize edilir.	Daha az gürültü ve daha iyi mod ayrımı	Karmaşık yapı ve parametre ayarı gerektirir	Orta	Düşük	Orta	Orta	Mühendislik sistemleri Endüstriyel veri analizi, Hassas sinyal ayrıştırma
MEMD	Çok kanallı sinyallerin analizi	Tüm kanallar aynı anda ayrıştırılır.	Kanal bağımsızlığı ve paralel analiz	Kanal uyumsuzluğu ve yüksek hesaplama maliyeti	Düşük	Çok Yüksek	İyi	İyi	EEG, EMG, titreşim sistemleri, Radar sinyalleri
TVF-EMD	Dar bantlı modları daha net ayırmaktır.	Zaman-varyan filtreleme ile çalışır.	Dar bantlı modların daha iyi ayrımı	Sinyal segmentasyonu gereksinimi	Düşük	Orta	İyi	İyi	Dönüşümlü frekanslı sinyaller, Dinamik sistem ve Akustik sinyal işleme
EWT	Uyarlanabilir dalgacık dönüşümü	Spektruma göre dalgacık filtreleme yapar.	Fourier spektrumuna dayalı mod ayrımı	Dalgacık bankası tasarımı ve segmentasyon gerektirir	Düşük	Orta	Çok İyi	Çok İyi	Görüntü/ ses işleme, frekans ayrımı
CEMD	EEMD'nin geliştirilmesi (Mod ayrımı ve doğruluğu arttırmak)	Pozitif/ negatif gürültü eklenir.	Mod karışımını azaltır ve daha istikrarlı	Beyaz gürültü eklemesi ve hesaplama maliyeti	Düşük	Yüksek	İyi	İyi	Gürültülü sinyallerde, Elektromanyetik sinyal ve Radar verileri
CEEMDAN	CEMD'nin geliştirilmesi	IMF'ler sırasıyla ve adaptif üretilir.	Daha az eleme ve daha hızlı sonuçlar	Mod karışımı ve sonlu mod sayısı sorunları	Çok Düşük	Yüksek	Çok İyi	Çok İyi	Yapı sağlığı izleme, EEG analizi
ICEEMDAN	CEEMDAN'ın daha da geliştirilmesi	Mod karışımı yok denecek kadar azdır.	Daha istikrarlı ve gürültüye dayanıklı	Hesaplama maliyeti ve karmaşıklık	En Düşük	Yüksek	En İyi	En İyi	Her türlü gelişmiş sinyal analizi

Bu çalışma kapsamında ele alınan EMD ve türev yöntemleri, sinyal işleme alanında farklı ihtiyaçlara yanıt verecek şekilde geliştirilmiştir. Çizelge 9.2'ye göre yöntemlerin öne çıkan özellikleri ve temel yargılar şu şekildedir:

- **EMD**, temel ve hızlı bir yöntem olmasına rağmen **mod karışımı**, **düşük gürültü direnci** ve **yeniden yapılandırma başarımı** açısından sınırlamalara sahiptir. Bu nedenle, doğrudan analizler yerine daha gelişmiş türevleri tercih edilmektedir.
- **EEMD** ile birlikte **CEMD**, **CEEMDAN** ve **ICEEMDAN**, EMD'nin mod karışımı sorununu çözmek amacıyla geliştirilmiştir. Özellikle ICEEMDAN, “**mod karışımı en düşük**”, “**gürültüye en dayanıklı**” ve “**yeniden yapılandırma en iyi**” yöntem olarak öne çıkmaktadır. Ancak bu gelişmiş yöntemlerin hesaplama maliyeti daha yüksektir.
- **MEMD**, çoklu kanallar için özel olarak tasarlanmış olmasıyla dikkat çeker. **Kanal bağımsızlığı** ve **paralel analiz imkânı** sağlarken, hesaplama maliyeti oldukça yüksektir. Yine de çok boyutlu biyomedikal veriler için güçlü bir seçenektir.
- **TVF-EMD**, dar bantlı modların ayırımına odaklanmış olup **akustik sinyal işleme** ve **zamanla değişen frekans içeren sistemlerde** tercih edilir. Gürültü direnci ve sinyal yapılandırma başarımı yüksek olsa da uygulama alanı daha dardır.
- **EWT**, **Fourier spektrumuna dayalı ayrıştırma** yapması sayesinde frekans tabanlı analizlerde oldukça başarılıdır. Özellikle **görüntü ve ses işlemede** dalgacık tabanlı yapısı sayesinde **çok iyi sonuçlar verir**. Ancak uygulama öncesinde spektral segmentasyon ve filtre tasarımı gerektirir.

Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin kullanım alanlarına dair bazı tavsiyeler Çizelge 9.3'de verilmiştir.

Çizelge 9.3. Ampirik mod ayrıştırma ve türlerinin kullanım alanları için bazı tavsiyeler

Yöntem	EEG	EKG	EMG	Makine Arıza Tespiti	Finansal Zaman Serileri	İklim	Çevre Verileri	Görüntü Analizi	Ses Analizi
EMD									
EEMD				X		X	X		
OEMD									
MEMD	X	X	X			X	X	X	X
TVF-EMD				X					
EWT					X	X	X	X	X
CEMD									
CEEMDAN	X	X	X	X	X				
ICEEMDAN	X	X	X		X			X	X

Çizelge 9.3'deki veriler incelendiğinde, MEMD, CEEMDAN ve ICEEMDAN yöntemlerinin en geniş uygulama yelpazesine sahip olduğu görülmektedir. Özellikle:

- MEMD, çok kanallı sinyallerin eş zamanlı ayrıştırılması özelliğiyle EEG, EKG, EMG, çevre verileri, görüntü ve ses analizinde kullanılmaktadır. Bu yöntem, çoklu veri kanallarının birlikte analiz edildiği sistemler için oldukça uygundur.
- CEEMDAN ve ICEEMDAN, hem biyomedikal sinyal işleme (EEG, EKG, EMG) hem de makine arıza tespiti ve finansal zaman serisi analizinde yaygın şekilde kullanılmaktadır. ICEEMDAN, ayrıca görüntü ve ses analizinde de tercih edilmektedir.
- EWT, spektral ayırım yeteneği sayesinde görüntü ve ses işleme, iklim verileri ve finansal analizlerde öne çıkmaktadır.

Yapılan analiz ve irdelemeler neticesinde genel olarak;

- Basit ve hızlı analizler için EMD yeterlidir; ancak doğruluk aranan durumlarda gelişmiş yöntemler tercih edilmelidir.
- ICEEMDAN ve CEEMDAN, en istikrarlı ve başarılı sonuçları sunmakta, özellikle biyomedikal, finansal ve mekanik sistem izleme uygulamalarında öne çıkmaktadır.
- MEMD, çok kanallı biyomedikal sinyal işleme için uygundur; fakat yüksek hesaplama gücü gerektirir.
- EWT, frekans odaklı ayrıştırımlar için oldukça güçlüdür ve görüntü/ses işlemede ideal tercihtir.

9.2. Dinamik Mod Ayrıştırma

Bu bölümde, DMD yönteminin literatürde geliştirilmiş farklı türevleri, temel amaçları, matematiksel yaklaşımları ve uygulama alanları açısından karşılaştırmalı olarak ele alınmıştır. Standart DMD algoritmasının çeşitli iyileştirmeleri, doğrusal varsayımın sınırlılıklarını azaltmak, gürültüden kaynaklanan hataları gidermek, model karmaşıklığını düşürmek veya kestirim performansını artırmak üzere yapılandırılmıştır. Bu nedenle, her bir DMD türevi, veri özelliklerine ve uygulama bağlamına göre özgün avantajlar ve bazı durumlarda dezavantajlar sunmaktadır. Aşağıda verilen tablolar, bu yöntemlerin temel farklılıklarını yapısal, hesaplamalı ve performans odaklı ölçütler üzerinden sistematik olarak özetlemekte; böylece farklı DMD varyantlarının hangi koşullarda tercih edilebileceğine yönelik genel bir çerçeve sağlamaktadır.

Çizelge 9.4. Temel Varsayıma ve Modelleme Yaklaşımına Göre DMD Türleri

DMD Türü	Temel Amaç	Yaklaşım/Modelleme Özelliği	Uygulama Alanı
Rastgele DMD	Hesaplama maliyetini düşürmek	Rastgele projeksiyonlarla düşük boyutlu yaklaşım	Büyük verisetleri, gerçek zamanlı analiz
Düşük Dereceli DMD	Mod sayısını azaltmak	SVD tabanlı r- kırpma	Gürültülü veri, kontrol sislemleri
Seyrek DMD	Az sayıda baskın modu bulmak	L1 normlu optimizasyon	Akışkanlar, biyosinyaller
Seyrekliği Teşvik Eden DMD	Fiziksel yorumlanabilirlik	Seyrekliği arttıran regularizasyon	Bilimsel keşif, model indirgeme
Genişletilmiş DMD	Doğrusal olmayan dinamikleri modellemek	Kernel/fonksiyon uzayı genişletme	Kaotik sistemler, biyolojik veriler
Optimize Edilmiş DMD	Doğruluk arttırmak, hata azaltmak	Optimizasyon tabanlı parametre hesaplama	Gürültülü veriler, spektral analiz
Sıkıştırılmış DMD	Veri sıkıştırma ile hız	Rastgele sıkıştırma + DMD	Yüksek boyutlu akışlar
Seyrekliği Arttıran DMD	Mod aktivasyonunu optimize etmek	Minimum destek seçimi	Karmaşık sistem tespiti

Çizelge 9.4’de yer alan yöntemler, DMD’nin temel sınırlılıkları olan yüksek hesaplama maliyeti, gürültü duyarlılığı ve modların fiziksel yorumlanabilirliği gibi problemleri iyileştirmeye yönelik yaklaşımlardır. Rastgele ve sıkıştırılmış DMD, yüksek boyutlu veri setleri üzerinde hesaplama yükünü önemli ölçüde azaltarak gerçek zamanlı uygulamalara olanak tanır. Seyrek DMD ve seyrekliğin teşvik edildiği DMD türleri, yalnızca baskın modların seçilmesini garanti eden yapılandırılmış optimizasyon teknikleri kullanarak modellerin hem yorumlanabilirliğini hem de genelleme kapasitesini artırır.

Geniştirilmiş ve optimize edilmiş DMD ise standard yöntemlerin doğrusal varsayımından doğan kısıtları aşarak, doğrusal olmayan dinamiklerin uzamsal/temporal yapılarını daha gerçekçi biçimde modelleyebilme potansiyeli sunar. Bu yöntemler, hem teorik doğruluğun hem de hesaplama verimliliğinin öncelikli olduğu bilimsel simülasyon, akışkan dinamiği, biyolojik sistem analizi ve veri odaklı modelleme uygulamalarında avantaj sağlar.

Çizelge 9.5. Çok Boyutlu, Çok Ölçekli ve Gecikme Odaklı Yöntemler

DMD Türü	Temel Amaç	Yaklaşım/Modelleme Özelliği	Uygulama Alanı
Çok Çözünürlüklü DMD	Çok ölçekli yapıları yakalamak	Farklı frekans bantlarına ayırma	Dalga analizi, akış
İleri-Geri DMD	Tahmin doğruluğunu arttırmak	İleri ve geri zaman yönde DMD	Kestirim, spektral analiz
Çok Değişkenli DMD	Çoklu veriyi ortak analiz etmek	Çok değişkenli mod ayırma	Enerji sistemleri, biyosistemler
Gecikmeli-Yerleştirme DMD	Doğrusal olmayan yapıları yakalamak	Hankel/ gömme matrisi	Karmaşık doğrusal olmayan sistemler
Uzaysal-Zamansal DMD	Uzay-zaman ayırma	Çift eksenli DMD	Akış, iklim, biyolojik sistemler
Gecikmeli Uzaysal-Zamansal DMD	Uzaysal-zamansal doğruluk arttırmak	Gecikmeli gömme+STDMD	Yüksek boyutlu dinamik sistemler

Çizelge 9.5'te yer alan yöntemler, zaman ve uzayda karmaşık davranış sergileyen sistemlerin dinamiklerini daha doğru temsil edebilmek amacıyla geliştirilmiştir. Çok çözünürlüklü DMD, farklı zaman ölçeklerine sahip süreçleri ayırarak çok bantlı dinamiklerin fiziksel karşılıklarını ortaya koyar. Çok değişkenli DMD ise birden fazla özelliğe sahip sistemlerde, veriler arasındaki bağımlılık yapısını mod seviyesinde ortaya çıkararak sistem bileşenleri arasındaki ilişkiyi belirginleştirir.

Gecikmeli yerleştirme ve uzaysal-zamansal DMD yaklaşımları, durağan olmayan sistemlerin doğrusal olmayan eğilimlerini yakalamak amacıyla ek boyut ve veri gömme stratejileri kullanır. Bu sayede karmaşık sistemlerde mod instabilitesi, frekans kayması ve uzamsal etkileşimler daha kararlı biçimde modellenir. Bu tabloda yer alan yöntemler, özellikle iklim dinamikleri, akış analizleri, enerji sistemleri, biyolojik süreçler, titreşim ve sinyal işleme gibi disiplinlerde tercih edilmektedir.

Çizelge 9.6'da yer alan yöntemler, gürültü, belirsizlik, kontrol girdisi ve gerçek zamanlı veri akışı gibi gerçek dünyaya özgü problemleri ele alır. Toplam DMD ve toplam en küçük kareler DMD, ölçümlerdeki hataları istatistiksel olarak modelleyerek, girdi ve çıktı gürültüsünün eşzamanlı olarak bastırılmasını sağlar. Sağlam DMD, ağır kuyruklu dağılımlar, aykırı veriler ve sensör hataları altında bile istikrarlı ve güvenilir mod ayırması gerçekleştirebilen nadir yöntemlerdendir.

Kontrollü DMD ve kontrollü akış DMD, sistem girişlerini modele dahil ederek kontrol uygulanabilen dinamik sistemlerin kestirimi, tanımlanması ve tasarımı önemli katkı sunar. Torbalama optimize DMD ise belirsizlik içeren problemlerde ensemble temelli tahmin doğruluğu ve güvenilirlik ölçümü sağlar. Akış DMD, veri akışının sürekli olduğu senaryolarda çevrimiçi, uyarlanabilir ve hesaplaması düşük maliyetli bir çözüm sunar.

Bu yöntemler, yüksek belirsizlik ve gürültü içeren enerji sistemleri, robotik, otonom sistemler, finansal zaman serileri, IoT tabanlı izleme ve akıllı şebekeler gibi alanlarda büyük avantajlar sağlar.

Çizelge 9.6. Sağlamlık, Kontrol ve Veri Akışı Odaklı Yöntemler

DMD Türü	Temel Amaç	Yaklaşım/Modelleme Özelliği	Uygulama Alanı
Kontrollü Akış DMD	Akış verilerinde kontrol modelleme	Kontrol girdisi ile DMD	Akışkanlar, aerodinamik
Torbalama Optimize DMD	Tahmin hata ve varyansı azaltmak	Topluluk (ensemble) tabanlı DMD	Belirsizlik analizi, kestirim
Toplam DMD	Gürültü azaltmak	TLS tabanlı simetrik yaklaşım	Gürültülü sinyal analizi
Toplam En Küçük Kareler DMD	Girdi-çıkı gürültüsünü azaltmak	TLS regresyonu modeli	Güç sistemleri, sensör verisi
Kontrollü DMD	Girdili sistemleri modellemek	A ve B matrislerini çözmek	Robotik, enerji, kontrol
Sağlam DMD	Aykırı veriye dayanıklılık	Huber kayıp fonksiyonu	Sensör verisi, finans
Akış DMD	Çevrimiçi güncelleme	Gerçek zamanlı DMD	Online izleme, IoT

Üç çizelge birlikte değerlendirildiğinde, DMD literatürünün son yıllarda standart yöntemlerden uzaklaşıp hesaplama verimliliği, sağlamlık, çok ölçeklilik ve kontrol edilebilirlik gibi özelliklere evrildiği görülmektedir. Bu çeşitlilik, DMD'nin yalnızca bir analiz aracı değil, aynı zamanda tahmin, sınıflandırma, kontrol ve belirsizlik yönetimi için dönüştürülebilir bir çerçeve hâline geldiğini göstermektedir.

10. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu kitap çalışmasında doğrusal olmayan ve durağan olmayan sinyallerin analizinde sıklıkla kullanılan Ampirik Mod Ayırıştırma (EMD) tabanlı yöntemler ile karmaşık dinamik sistemlerin modal bileşenlerini ortaya çıkarmada kritik öneme sahip olan Dinamik Mod Ayırıştırma (DMD) yöntemleri kuramsal temelleri, algoritmik yapıları, avantaj ve sınırlılıklarıyla birlikte kapsamlı biçimde incelenmiştir. EMD'nin veri güdümlü ve adaptif karakteri sayesinde herhangi bir ön tanımlı baz fonksiyon gerektirmeden sinyalin yerel osilasyonlarına uyum sağlaması, yöntemi özellikle çok ölçekli ve durağan olmayan veriler için son derece etkin kılmaktadır. Buna karşın DMD, Koopman operatörü teorisine dayanan lineerleştirilebilir temsil kabiliyeti ile karmaşık sistemlerdeki baskın dinamik yapıların ayırıştırılmasını mümkün kılarak zaman serilerinin evrimsel davranışlarını mod-temelli bir bakış açısıyla açıklamaktadır. Bu iki yöntemin birlikte ele alınması, hem sinyalin zaman-frekans yapısını hem de sistemin dinamik modal bileşenlerini ortaya koyan bütüncül bir analiz çerçevesi sunmaktadır.

Uygulama alanlarına bakıldığında, EMD tabanlı yöntemlerin özellikle biyomedikal sinyal işleme, mekanik titreşim analizi, finansal zaman serileri, iklim ve atmosferik veri modelleme gibi çok ölçekli değişkenlere sahip alanlarda yüksek performans gösterdiği görülmektedir. EMD ile elde edilen İçsel Mod Fonksiyonlarının (IMF) hem gürültüden arındırılmış hem de fiziksel anlamı korunmuş bileşenler sağlaması, bu uygulamalarda olay tespiti, trend ayırıştırma ve gürültü yönetimi açısından önemli avantajlar sunmaktadır. DMD tabanlı yöntemler ise akışkanlar mekaniği, enerji sistemleri, robotik, titreşim analizi, kontrol sistemleri, video veri işleme ve yüksek boyutlu dinamik süreçlerin modellenmesi alanlarında yaygın şekilde kullanılmaktadır. Özellikle zamanla evrimleşen sistemlerin düşük boyutlu dinamik modlarla temsil edilmesi, DMD'yi hem tahmin hem de sistem tanımlama açısından güçlü bir araç haline getirmektedir.

Her iki yöntemin güçlü yönlerine rağmen belirli sınırlılıkları bulunmaktadır. EMD'de mod karışması, uç değer sorunu ve sift sürecinin hesaplama maliyeti en belirgin sınırlılıklardır. Bu sorunları gidermek amacıyla CEEMDAN, ICEEMDAN ve EEMD gibi gelişmiş versiyonlar geliştirilmiş olup, daha kararlı IMF yapıları ve daha düşük mod karışması sunmaktadır. DMD tarafında ise gürültü duyarlılığı, eksik veri durumlarında performans kaybı ve doğrusal olmayan sistemlerin temsilinde ortaya çıkan yaklaşım hataları literatürde sıkça tartışılan sınırlılıklardır. Bu problemler için geliştirilmiş Noise-Robust DMD, Optimized DMD, Hankel-DMD ve Multiresolution DMD (mrDMD) gibi türevler daha doğru modal ayırştırmalar sağlayarak yöntemin uygulama alanlarını genişletmiştir.

Bu çalışma, EMD ve DMD yöntemlerinin yalnızca teorik temellerini ortaya koymakla kalmamış, aynı zamanda bu yöntemlerin hangi durumlarda güçlü performans sergilediğini, hangi senaryolarda sınırlı kaldığını, literatürde önerilen çözüm metotlarını ve pratik uygulamalarını sistematik bir yaklaşımla bir araya getirmiştir. Böylece hem sinyal işleme hem de dinamik sistem analizi alanlarında çalışan araştırmacılar için kapsamlı ve yönlendirici bir referans çerçevesi sunulmuştur.

Sonuç olarak, bu çalışma hem EMD hem de DMD yöntemlerinin sinyal işleme ve dinamik sistem analizindeki önemini ortaya koymuş; yöntemlerin teorik temelleri, uygulama alanları ve geliştirilen modern versiyonlarını bir araya getirerek literatüre bütüncül bir katkı sağlamıştır. Gelecek araştırmaların bu iki yöntemi daha sıkı biçimde entegre eden hibrit yaklaşımlara odaklanacağı öngörülmektedir. Bu bağlamda aşağıdaki başlıklarda literatürel çalışmaların bilimsel katkılarının değerli olacağı düşünülmektedir.

Hibrit EMD–DMD modellerinin geliştirilmesi: Zaman-frekans çözünürlüğü yüksek IMF bileşenlerinin DMD ile modal analize tabi tutulduğu hibrit modeller, hem kısa dönem yerel osilasyonları hem de uzun dönem dinamik davranışları eşzamanlı olarak ortaya çıkarabilir. Bu yaklaşım özellikle atmosferik süreçler, deprem kayıtları ve finansal sinyaller gibi çok ölçekli sistemlerde yüksek doğruluk sağlayabilir.

Gürültüye dayanıklı ve veri eksikliğine toleranslı yöntemler: CEEMDAN ve ICEEMDAN gibi modern EMD türevleri ile Noise-Robust DMD ve Hankel-DMD gibi dayanıklı DMD yaklaşımlarının birleştirilmesi, hem gürültülü hem de eksik verili durumlarda daha güvenilir ayrıştırmalar sunacaktır.

Gerçek zamanlı hesaplama için hızlandırılmış algoritmalar: Geleneksel EMD ve DMD algoritmaları yüksek hesaplama maliyetine sahip olabilmektedir. Bu nedenle GPU hızlandırılmalı parallel-EMD, incremental-DMD ve streaming-DMD algoritmalarının geliştirilmesi, enerji sistemleri, biyomedikal cihazlar ve erken uyarı sistemleri gibi gerçek zamanlı uygulamalarda kritik önem taşımaktadır.

Makine öğrenmesi ile bütünleşik mod ayrıştırma yaklaşımları: IMF ve DMD modlarının derin öğrenme mimarilerine (CNN, LSTM, Transformer) girdi olarak kullanılması, hem tahmin doğruluğunu artırmakta hem de modelin yorumlanabilirliğini güçlendirmektedir. Bu bütünleşik modeller geleceğin en önemli araştırma yönlerinden biridir.

Yüksek boyutlu veri setleri için gelişmiş varyantların karşılaştırılması: Çok değişkenli zaman serisi analizlerinde MEMD, mrDMD, VMD ve EWT gibi yöntemlerin karşılaştırmalı performans analizleri, özellikle atmosferik ve jeofizik veriler gibi yüksek boyutlu uygulamalarda yeni metodolojik katkılar sunacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] A. Yildirim, F. A. Celik, M. Çıbuk, ve E. Yılmaz, “Investigation of bond orientational order of new Schiff base and theoretical study on Covid-19 activity: A molecular dynamics based on DFT and molecular docking analysis”, *Chem. Phys. Lett.*, c. 792, s. 139390, Nis. 2022, doi: 10.1016/j.cplett.2022.139390.
- [2] Metin Kaynaklı, Olcay Palta, Yılmaz Yurci, Çiğdem Cengiz, “Cooperation of Conventional Electric Power Grids and Smart Power Grids”, *IOSR J. Electr. Electron. Eng.*, c. 11, sy 6, Versiyon IV, ss. 23-27, Ara. 2016, doi: 10.9790/1676-1106042327.
- [3] M. Çıbuk ve M. Sait Cengiz, “Determination of Energy Consumption According to Wireless Network Topologies in Grid-Free Lighting Systems”, *Light Eng.*, sy 02-2020, ss. 67-76, Nis. 2020, doi: 10.33383/2019-030Vol.
- [4] Sabir RÜSTEMLİ, M.Sait CENGİZ, Furkan DİNÇER, “Elektrik Tesislerinde Harmoniklerin Aktif Filtre Kullanılarak Yok Edilmesi ve Simülasyonu”, *BEU J. Sci.*, c. 2, sy 1, ss. 30-38, 2013.
- [5] S. Rüstemli ve M. S. CengiZ, “Active filter solutions in energy systems”, *Turk. J. Electr. Eng. Comput. Sci.*, c. 23, ss. 1587-1607, 2015, doi: 10.3906/elk-1402-212.
- [6] Muhammed EREN, İbrahim YAPICI, Selman YILDIRIM, Çiğdem CENGİZ, Gamze GENCER, Olcay PALTA, Erdem AYBAY, Yılmaz Yurci, “Driver circuit effects in LED Lighting Systems”, *IOSR J. Electr. Electron. Eng.*, c. 12, sy 6, Versiyon III, ss. 01-04, Ara. 2017, doi: 10.9790/1676-1206030104.
- [7] Olcay PALTA, Selman YILDIRIM, İbrahim YAPICI, Muhammed EREN, Zeki İlcihan, Erdem AYBAY, Gamze GENCER, “Cost Comparison in LED Lighting and Selection Criteria in LEDs”, *IOSR J. Electr. Electron. Eng.*, c. 12, sy 6, Versiyon III, ss. 05-10, Ara. 2017, doi: 10.9790/1676-1206030510.
- [8] Olcay Palta, Hanifi Güldemir, “Elimination of the Single Phase Parallel Active Power Filter Harmonic in Distribution Network”, *Int. J. Res.*, c. 06, sy 1, Oca. 2019.
- [9] Yılmaz Yurci, Metin Kaynaklı, Olcay Palta, Serhat Berat Efe, Çiğdem Cengiz, “The Performance-Cost Effect of the SCADA System on Distribution Networks”, *IOSR J. Electr. Electron. Eng.*, c. 11, sy 6, Versiyon III, ss. 32-38, Ara. 2016, doi: 10.9790/1676-1106033238.
- [10] Olcay Palta, Çiğdem Cengiz, Metin Kaynaklı, “Solar Radiation and Temperature Effects on Agricultural Irrigation Systems”, *Bitlis Eren Univ J Sci Technol*, doi: 10.17678/beujst.79941.
- [11] N. E. Huang vd., “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Eng. Sci.*, c. 454, sy 1971, ss. 903-995, Mar. 1998, doi: 10.1098/rspa.1998.0193.
- [12] Y. Ma, Z. Liu, ve H. Tian, “A review of transcritical carbon dioxide heat pump and refrigeration cycles”, *Energy*, c. 55, ss. 156-172, Haz. 2013, doi: 10.1016/j.energy.2013.03.030.
- [13] A. Zeiler, R. Faltermeier, I. R. Keck, A. M. Tome, C. G. Puntonet, ve E. W. Lang, “Empirical Mode Decomposition - an introduction”, içinde *The 2010 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, Barcelona, Spain: IEEE, Tem. 2010, ss. 1-8. doi: 10.1109/IJCNN.2010.5596829.
- [14] B. Liu, S. Riemenschneider, ve Y. Xu, “Gearbox fault diagnosis using empirical mode decomposition and Hilbert spectrum”, *Mech. Syst. Signal Process.*, c. 20, sy 3, ss. 718-734, Nis. 2006, doi: 10.1016/j.ymssp.2005.02.003.
- [15] “<https://www.mathworks.com/discovery/empirical-mode-decomposition.html>”.
- [16] J. Zhao, F. He, Z. Ji, ve I. Ganchev, “PM2.5 Prediction Based on the Combined EMD-LSTM Model”, içinde *2021 International Conference on Computational Science and*

- Computational Intelligence (CSCI)*, Las Vegas, NV, USA: IEEE, Ara. 2021, ss. 193-195. doi: 10.1109/CSCI54926.2021.00104.
- [17] M. A. Colominas, G. Schlotthauer, ve M. E. Torres, “Improved complete ensemble EMD: A suitable tool for biomedical signal processing”, *Biomed. Signal Process. Control*, c. 14, ss. 19-29, Kas. 2014, doi: 10.1016/j.bspc.2014.06.009.
 - [18] P. Liu, Y. Song, J. Hou, ve Y. Xu, “EMD-based ultraviolet radiation prediction for sport events recommendation with environmental constraint”, *Inf. Sci.*, c. 690, s. 121592, Şub. 2025, doi: 10.1016/j.ins.2024.121592.
 - [19] P. Flandrin, G. Rilling, ve P. Goncalves, “Empirical Mode Decomposition as a Filter Bank”, *IEEE Signal Process. Lett.*, c. 11, sy 2, ss. 112-114, Şub. 2004, doi: 10.1109/LSP.2003.821662.
 - [20] A. Altan ve S. Karasu, “Ayrıştırma Yöntemlerinin Derin Öğrenme Algoritması ile Tanımlanan Rüzgâr Hızı Tahmin Modeli Başarımına Etkisinin İncelenmesi”, *Eur. J. Sci. Technol.*, Ara. 2020, doi: 10.31590/ejosat.785699.
 - [21] M. Barbosh, P. Singh, ve A. Sadhu, “Empirical mode decomposition and its variants: a review with applications in structural health monitoring”, *Smart Mater. Struct.*, c. 29, sy 9, s. 093001, Eyl. 2020, doi: 10.1088/1361-665X/aba539.
 - [22] Ying Bai ve Dali Wang, “On the Comparison of Trilinear, Cubic Spline, and Fuzzy Interpolation Methods in the High-Accuracy Measurements”, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, c. 18, sy 5, ss. 1016-1022, Eki. 2010, doi: 10.1109/TFUZZ.2010.2064170.
 - [23] R. Ricci ve P. Pennacchi, “Diagnostics of gear faults based on EMD and automatic selection of intrinsic mode functions”, *Mech. Syst. Signal Process.*, c. 25, sy 3, ss. 821-838, Nis. 2011, doi: 10.1016/j.ymssp.2010.10.002.
 - [24] H. Ahmadi ve A. Ekhlasi, “Types of EMD Algorithms”, içinde *2019 5th Iranian Conference on Signal Processing and Intelligent Systems (ICSPIS)*, Shahrood, Iran: IEEE, Ara. 2019, ss. 1-5. doi: 10.1109/ICSPIS48872.2019.9066155.
 - [25] D. G. Schweikert, “An Interpolation Curve Using a Spline in Tension”, *J. Math. Phys.*, c. 45, sy 1-4, ss. 312-317, Nis. 1966, doi: 10.1002/sapm1966451312.
 - [26] Y. Washizawa, T. Tanaka, D. P. Mandic, ve A. Cichocki, “A Flexible Method for Envelope Estimation in Empirical Mode Decomposition”, içinde *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*, c. 4253, B. Gabrys, R. J. Howlett, ve L. C. Jain, Ed., içinde *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 4253. , Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006, ss. 1248-1255. doi: 10.1007/11893011_158.
 - [27] M. C. Peel, G. G. S. Pegram, and T. A. McMahon, “Empirical mode decomposition: improvement and application”, içinde *Proceedings of the International Congress on Modelling and Simulation*, Canberra, Australia: Modelling and Simulation Society of Australia, 2007, ss. 2996-3002.
 - [28] A. M. Cohen, “The Cauchy criterion and real limiting processes”, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, c. 18, sy 1, ss. 99-110, Oca. 1987, doi: 10.1080/0020739870180113.
 - [29] D. Benko, D. Coroin, ve L. Petracovici, “A fresh look at Cauchy’s Convergence Criterion: Some variations and generalizations”, *Carpathian J. Math.*, c. 37, sy 1, ss. 35-43, Şub. 2021, doi: 10.37193/CJM.2021.01.04.
 - [30] C. E. Shannon, “Communication in the Presence of Noise”, *Proc. IRE*, c. 37, sy 1, ss. 10-21, Oca. 1949, doi: 10.1109/JRPROC.1949.232969.
 - [31] Y. Lei, Z. He, ve Y. Zi, “Application of the EEMD method to rotor fault diagnosis of rotating machinery”, *Mech. Syst. Signal Process.*, c. 23, sy 4, ss. 1327-1338, May. 2009, doi: 10.1016/j.ymssp.2008.11.005.
 - [32] R. Ho ve K. Hung, “A Comparative Investigation of Mode Mixing in EEG Decomposition Using EMD, EEMD and M-EMD”, içinde *2020 IEEE 10th Symposium on Computer Applications & Industrial Electronics (ISCAIE)*, Malaysia: IEEE, Nis. 2020, ss. 203-210. doi: 10.1109/ISCAIE47305.2020.9108817.

- [33] Y. Shrivastava ve B. Singh, "A comparative study of EMD and EEMD approaches for identifying chatter frequency in CNC turning", *Eur. J. Mech. - ASolids*, c. 73, ss. 381-393, Oca. 2019, doi: 10.1016/j.euromechsol.2018.10.004.
- [34] S. Alshahrani, M. Abbod, ve G. Taylor, "Detection and classification of power quality disturbances based on Hilbert-Huang transform and feed forward neural networks", içinde *2016 51st International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, Coimbra: IEEE, Eyl. 2016, ss. 1-6. doi: 10.1109/UPEC.2016.8114075.
- [35] S. Karasu ve Z. Saraç, "Güç Kalitesi Bozulmalarının Hilbert-Huang Dönüşümü, Genetik Algoritma Ve Yapay Zeka/Makine Öğrenmesi Yöntemleri İle Sınıflandırılması", *Politek. Derg.*, c. 23, sy 4, ss. 1219-1229, Ara. 2020, doi: 10.2339/politeknik.508773.
- [36] C. EmeksiZ ve M. Tan, "Geliştirilmiş EEMD-EWT Tabanlı Yapay Sinir Ağı Modeli Kullanarak Çok Adımlı Rüzgar Hızı Tahmini", *Eur. J. Sci. Technol.*, Haz. 2021, doi: 10.31590/ejosat.948661.
- [37] *Optimal State Estimation for Process Monitoring, Fault Diagnosis and Control*. Elsevier, 2022. doi: 10.1016/C2020-0-02608-3.
- [38] J. Dong, W. Dai, L. Tang, ve L. Yu, "Why do EMD-based methods improve prediction? A multiscale complexity perspective", *J. Forecast.*, c. 38, sy 7, ss. 714-731, Kas. 2019, doi: 10.1002/for.2593.
- [39] B. Bischl vd., "Hyperparameter optimization: Foundations, algorithms, best practices, and open challenges", *WIREs Data Min. Knowl. Discov.*, c. 13, sy 2, s. e1484, Mar. 2023, doi: 10.1002/widm.1484.
- [40] L. Xiao, Z. Zhang, ve J. Gao, "Ground Roll Attenuation of Multicomponent Seismic Data with the Noise-Assisted Multivariate Empirical Mode Decomposition (NA-MEMD) Method", *Appl. Sci.*, c. 12, sy 5, s. 2429, Şub. 2022, doi: 10.3390/app12052429.
- [41] H. Cao, F. Fan, K. Zhou, ve Z. He, "Wheel-bearing fault diagnosis of trains using empirical wavelet transform", *Measurement*, c. 82, ss. 439-449, Mar. 2016, doi: 10.1016/j.measurement.2016.01.023.
- [42] Y. Zhu, H. Xia, Z. Wang, ve J. Zhang, "Time series prediction of key parameters of pump-type machinery in nuclear power plants based on empirical wavelet transform-gate recurrent unit (EWT-GRU)", *Nucl. Eng. Technol.*, c. 57, sy 6, s. 103431, Haz. 2025, doi: 10.1016/j.net.2024.103431.
- [43] J. Gilles, "Empirical Wavelet Transform", *IEEE Trans. Signal Process.*, c. 61, sy 16, ss. 3999-4010, Ağu. 2013, doi: 10.1109/TSP.2013.2265222.
- [44] C. Yu, Y. Zhang, Z. Dong, ve D. Liang, "Adaptive RFI Suppression Algorithm Based on CEMD for SAR Data", içinde *2011 International Workshop on Multi-Platform/Multi-Sensor Remote Sensing and Mapping*, Xiamen, China: IEEE, Oca. 2011, ss. 1-5. doi: 10.1109/M2RSM.2011.5697414.
- [45] L. Zhao, Z. Li, J. Zhang, ve B. Teng, "An Integrated Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise to Optimize LSTM for Significant Wave Height Forecasting", *J. Mar. Sci. Eng.*, c. 11, sy 2, s. 435, Şub. 2023, doi: 10.3390/jmse11020435.
- [46] P. Dhaka, M. Sreejeth, ve M. M. Tripathi, "Empirical Mode Decomposition for Improved Wind Power Forecasting with Boosted GRU Model", içinde *2024 IEEE Third International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)*, Delhi, India: IEEE, Nis. 2024, ss. 722-726. doi: 10.1109/ICPEICES62430.2024.10719259.
- [47] Y. Gao, Z. Luo, A. Bi, Q. Wang, Y. Wang, ve X. Wang, "A New Method for Evaluating Natural Gas Pipelines Based on ICEEMDAN-LMS: A View of Noise Reduction in Defective Pipelines", *Appl. Sci.*, c. 13, sy 17, s. 9670, Ağu. 2023, doi: 10.3390/app13179670.

- [48] M. A. Colominas, G. Schlotthauer, ve M. E. Torres, "Improved complete ensemble EMD: A suitable tool for biomedical signal processing", *Biomed. Signal Process. Control*, c. 14, ss. 19-29, Kas. 2014, doi: 10.1016/j.bspc.2014.06.009.
- [49] T. Tanaka ve D. P. Mandic, "Complex Empirical Mode Decomposition", *IEEE Signal Process. Lett.*, c. 14, sy 2, ss. 101-104, Şub. 2007, doi: 10.1109/LSP.2006.882107.
- [50] D. Zheng vd., "Short-term renewable generation and load forecasting in microgrids", içinde *Microgrid Protection and Control*, Elsevier, 2021, ss. 57-96. doi: 10.1016/B978-0-12-821189-2.00005-X.
- [51] R. Indhumathi, T. V. Narmadha, ve H. Kurunathan, "Hybrid pixel based method for multimodal image fusion based on Integration of Pulse Coupled Neural Network (PCNN) and Genetic Algorithm (GA) using Empirical Mode Decomposition (EMD)", *Microprocess. Microsyst.*, c. 94, s. 104665, Eki. 2022, doi: 10.1016/j.micpro.2022.104665.
- [52] X. Zhou, R. Lei, B. W.-K. Ling, ve C. Li, "Joint Empirical Mode Decomposition and Singular Spectrum Analysis Based Pre-processing Method for Wearable Non-invasive Blood Glucose Estimation", içinde *2019 IEEE 4th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP)*, Wuxi, China: IEEE, Tem. 2019, ss. 259-263. doi: 10.1109/SIPROCESS.2019.8868879.
- [53] D. Zhou, Y. Liu, X. Wang, F. Wang, ve Y. Jia, "Combined ultra-short-term photovoltaic power prediction based on CEEMDAN decomposition and RIME optimized AM-TCN-BiLSTM", *Energy*, c. 318, s. 134847, Mar. 2025, doi: 10.1016/j.energy.2025.134847.
- [54] D. Wang, Y.-Y. Bao, ve C.-M. Wang, "A Hybrid Deep Learning Method Based on CEEMDAN and Attention Mechanism for Network Traffic Prediction", *IEEE Access*, c. 11, ss. 39651-39663, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3268437.
- [55] W. Lu, Y. Rui, Z. Yi, B. Ran, ve Y. Gu, "A Hybrid Model for Lane-Level Traffic Flow Forecasting Based on Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition and Extreme Gradient Boosting", *IEEE Access*, c. 8, ss. 42042-42054, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2977219.
- [56] Y. Du, Y. Li, ve H. Liu, "A New Hybrid Prediction Method of El Niño/La Niña Events by Combining TimesNet and ARIMA", *IEEE Access*, c. 11, ss. 106347-106360, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3319395.
- [57] Y. Li, L. Chen, C. Sun, G. Liu, C. Chen, ve Y. Zhang, "Accurate Stock Price Forecasting Based on Deep Learning and Hierarchical Frequency Decomposition", *IEEE Access*, c. 12, ss. 49878-49894, 2024, doi: 10.1109/ACCESS.2024.3384430.
- [58] W. J. M. L. P. Jayasinghe, R. C. Deo, A. Ghahramani, S. Ghimire, ve N. Raj, "Deep Multi-Stage Reference Evapotranspiration Forecasting Model: Multivariate Empirical Mode Decomposition Integrated With the Boruta-Random Forest Algorithm", *IEEE Access*, c. 9, ss. 166695-166708, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3135362.
- [59] W. Xiao, Z. Chen, J. Liang, ve O. Xu, "Hybrid Prediction Model for Passive Optical Network Traffic based on CEEMDAN and Machine Learning", içinde *2022 20th International Conference on Optical Communications and Networks (ICOON)*, Shenzhen, China: IEEE, Ağu. 2022, ss. 1-3. doi: 10.1109/ICOON55511.2022.9901194.
- [60] X. Fan, C. Yin, X. Mu, X. Lv, W. Yan, ve C. Duan, "Predicting the Remaining Useful Life of Lithium-ion Batteries with Mode-Gating Network", içinde *2024 6th International Conference on Energy, Power and Grid (ICEPG)*, Guangzhou, China: IEEE, Eyl. 2024, ss. 587-590. doi: 10.1109/ICEPG63230.2024.10775865.
- [61] S. Li, G. Tang, X. Chen, ve T. Lin, "Stock Index Forecasting Using a Novel Integrated Model Based on CEEMDAN and TCN-GRU-CBAM", *IEEE Access*, c. 12, ss. 122524-122543, 2024, doi: 10.1109/ACCESS.2024.3452426.
- [62] H. Huang, J. Chen, X. Huo, Y. Qiao, ve L. Ma, "Effect of Multi-Scale Decomposition on Performance of Neural Networks in Short-Term Traffic Flow Prediction", *IEEE Access*, c. 9, ss. 50994-51004, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3068652.

- [63] S. Garai, R. K. Paul, M. Yeasin, ve A. K. Paul, “CEEMDAN-Based Hybrid Machine Learning Models for Time Series Forecasting Using MARS Algorithm and PSO-Optimization”, *Neural Process. Lett.*, c. 56, sy 2, Mar. 2024, doi: 10.1007/s11063-024-11552-w.
- [64] P. J. Schmid, “Application of the dynamic mode decomposition to experimental data”, *Exp. Fluids*, c. 50, sy 4, ss. 1123-1130, Nis. 2011, doi: 10.1007/s00348-010-0911-3.
- [65] D. Duke, J. Soria, ve D. Honnery, “An error analysis of the dynamic mode decomposition”, *Exp. Fluids*, c. 52, sy 2, ss. 529-542, Şub. 2012, doi: 10.1007/s00348-011-1235-7.
- [66] X. Li, J. Su, J.-Q. Feng, X. Lei, ve R.-B. Zhang, “A hybrid dynamic mode decomposition algorithm combining random and sparsity promoting and its application to viscoelastic flow around circular cylinder”, *Appl. Math. Comput.*, c. 505, s. 129508, Kas. 2025, doi: 10.1016/j.amc.2025.129508.
- [67] N. Mohan, K. P. Soman, ve S. Sachin Kumar, “A data-driven strategy for short-term electric load forecasting using dynamic mode decomposition model”, *Appl. Energy*, c. 232, ss. 229-244, Ara. 2018, doi: 10.1016/j.apenergy.2018.09.190.
- [68] M. J. Colbrook, L. J. Ayton, ve M. Szöke, “Residual dynamic mode decomposition: robust and verified Koopmanism”, *J. Fluid Mech.*, c. 955, s. A21, Oca. 2023, doi: 10.1017/jfm.2022.1052.
- [69] M. R. Jovanović, P. J. Schmid AND J. W. Nichols, “Low-rank and sparse dynamic mode decomposition”, *Cent. Turbul. Res. Annu. Res. Briefs*, ss. 139-152, 2012.
- [70] M. J. Colbrook, “Another look at residual dynamic mode decomposition in the regime of fewer snapshots than dictionary size”, *Phys. Nonlinear Phenom.*, c. 469, s. 134341, Ara. 2024, doi: 10.1016/j.physd.2024.134341.
- [71] Y. Jin, L. Hou, ve S. Zhong, “Extended Dynamic Mode Decomposition with Invertible Dictionary Learning”, *Neural Netw.*, c. 173, s. 106177, May. 2024, doi: 10.1016/j.neunet.2024.106177.
- [72] B. Koo, S. Chang, ve H. Kwon, “Digital twin for natural gas infrastructure operation and management via streaming dynamic mode decomposition with control”, *Energy*, c. 274, s. 127317, Tem. 2023, doi: 10.1016/j.energy.2023.127317.
- [73] R. Kong, S. Sahoo, Y. Liu, ve F. Blaabjerg, “Data-Driven Stability Assessment of Power Electronic Converters with Multi-Resolution Dynamic Mode Decomposition”, içinde *2024 IEEE 10th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC2024-ECCE Asia)*, Chengdu, China: IEEE, May. 2024, ss. 2140-2145. doi: 10.1109/IPEMC-ECCEAsia60879.2024.10567991.
- [74] M. R. Jovanović, P. J. Schmid, ve J. W. Nichols, “Sparsity-promoting dynamic mode decomposition”, *Phys. Fluids*, c. 26, sy 2, s. 024103, Şub. 2014, doi: 10.1063/1.4863670.
- [75] Y. Iwasaki, T. Nonomura, K. Nakai, T. Nagata, Y. Saito, ve K. Asai, “Evaluation of Optimization Algorithms and Noise Robustness of Sparsity-Promoting Dynamic Mode Decomposition”, *IEEE Access*, c. 10, ss. 80748-80763, 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3193157.
- [76] Ramón Daniel Rodríguez-Sotoa, Emilio Barociob, “Comparative Study of Dynamic Mode Decomposition Approaches for Electromechanical Oscillation Analysis in Low Inertia Power Systems”, *XVI Simp. Iberoam. Sobre Protección Sist. Eléctricos Potencia*, ss. 1-6, 2024.
- [77] N. B. Erichson, S. L. Brunton, ve J. N. Kutz, “Compressed dynamic mode decomposition for background modeling”, *J. Real-Time Image Process.*, c. 16, sy 5, ss. 1479-1492, Eki. 2019, doi: 10.1007/s11554-016-0655-2.
- [78] A. Gupta ve B. K. Mishra, “Globally optimized dynamic mode decomposition: A first study in particulate systems modelling”, *Theor. Appl. Mech. Lett.*, c. 15, sy 1, s. 100563, Oca. 2025, doi: 10.1016/j.taml.2024.100563.

- [79] S. He vd., “Assessment of Multivariate Information Transmission in Space-Time-Frequency Domain: A Case Study for EEG Signals”, *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, c. 31, ss. 1764-1775, 2023, doi: 10.1109/TNSRE.2023.3260143.
- [80] A. S. S. Reddy ve R. B. Pachori, “Multivariate Dynamic Mode Decomposition for Automatic Imagined Speech Recognition Using Multichannel EEG Signals”, *IEEE Sens. Lett.*, c. 8, sy 2, ss. 1-4, Şub. 2024, doi: 10.1109/LSSENS.2024.3354288.
- [81] G. Nedzhibov, “Delay-Embedding Spatio-Temporal Dynamic Mode Decomposition”, *Mathematics*, c. 12, sy 5, s. 762, Mar. 2024, doi: 10.3390/math12050762.
- [82] D. Sashidhar ve J. N. Kutz, “Bagging, optimized dynamic mode decomposition for robust, stable forecasting with spatial and temporal uncertainty quantification”, *Philos. Trans. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, c. 380, sy 2229, s. 20210199, Ağu. 2022, doi: 10.1098/rsta.2021.0199.
- [83] H. Wang ve Y. Sun, “Application of Improved DMD Algorithm-TLS-DMD in Oscillation Identification of New Energy Plant”, içinde *2025 IEEE 3rd International Conference on Power Science and Technology (ICPST)*, Kunming, China: IEEE, May. 2025, ss. 135-139. doi: 10.1109/ICPST65050.2025.11089324.
- [84] Z. Bai, E. Kaiser, J. L. Proctor, J. N. Kutz, ve S. L. Brunton, “Dynamic Mode Decomposition for Compressive System Identification”, *AIAA J.*, c. 58, sy 2, ss. 561-574, Şub. 2020, doi: 10.2514/1.J057870.
- [85] A. Hossein Abolmasoumi, M. Netto, ve L. Mili, “Robust Dynamic Mode Decomposition”, *IEEE Access*, c. 10, ss. 65473-65484, 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3183760.
- [86] J. Liew, T. Göçmen, W. H. Lio, ve G. Chr. Larsen, “Streaming dynamic mode decomposition for short-term forecasting in wind farms”, *Wind Energy*, c. 25, sy 4, ss. 719-734, Nis. 2022, doi: 10.1002/we.2694.
- [87] H. Zhang, C. W. Rowley, E. A. Deem, ve L. N. Cattafesta, “Online Dynamic Mode Decomposition for Time-Varying Systems”, *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, c. 18, sy 3, ss. 1586-1609, Oca. 2019, doi: 10.1137/18M1192329.
- [88] C. Y. Li, T. K. T. Tse, ve G. Hu, “Dynamic Mode Decomposition on pressure flow field analysis: Flow field reconstruction, accuracy, and practical significance”, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, c. 205, s. 104278, Eki. 2020, doi: 10.1016/j.jweia.2020.104278.
- [89] R. Taylor, J. N. Kutz, K. Morgan, ve B. A. Nelson, “Dynamic mode decomposition for plasma diagnostics and validation”, *Rev. Sci. Instrum.*, c. 89, sy 5, s. 053501, May. 2018, doi: 10.1063/1.5027419.
- [90] M. Habibi, S. T. M. Dawson, ve A. Arzani, “Data-Driven Pulsatile Blood Flow Physics with Dynamic Mode Decomposition”, *Fluids*, c. 5, sy 3, s. 111, Tem. 2020, doi: 10.3390/fluids5030111.
- [91] O. Karabiber Cura ve A. Akan, “Analysis of epileptic EEG signals by using dynamic mode decomposition and spectrum”, *Biocybern. Biomed. Eng.*, c. 41, sy 1, ss. 28-44, Oca. 2021, doi: 10.1016/j.bbe.2020.11.002.
- [92] C. Spurin, R. T. Armstrong, J. McClure, ve S. Berg, “Dynamic mode decomposition for analysing multi-phase flow in porous media”, *Adv. Water Resour.*, c. 175, s. 104423, May. 2023, doi: 10.1016/j.advwatres.2023.104423.
- [93] S. K.M., S. V., S. K. P., ve S. O.K., “AI based rice leaf disease identification enhanced by Dynamic Mode Decomposition”, *Eng. Appl. Artif. Intell.*, c. 120, s. 105836, Nis. 2023, doi: 10.1016/j.engappai.2023.105836.
- [94] C. Bi, Y. Yuan, R. Zhang, Y. Xiang, Y. Wang, ve J. Zhang, “A Dynamic Mode Decomposition Based Edge Detection Method for Art Images”, *IEEE Photonics J.*, c. 9, sy 6, ss. 1-13, Ara. 2017, doi: 10.1109/JPHOT.2017.2766881.
- [95] J. Li, Y. Lin, ve K. Zhang, “Dynamic Mode Decomposition of the Core Surface Flow Inverted From Geomagnetic Field Models”, *Geophys. Res. Lett.*, c. 51, sy 1, s. e2023GL106362, Oca. 2024, doi: 10.1029/2023GL106362.

- [96] J. L. Proctor ve P. A. Eckhoff, “Discovering dynamic patterns from infectious disease data using dynamic mode decomposition”, *Int. Health*, c. 7, sy 2, ss. 139-145, Mar. 2015, doi: 10.1093/inthealth/ihv009.
- [97] V. Landa ve Y. Reuveni, “Assessment of Dynamic Mode Decomposition (DMD) Model for Ionospheric TEC Map Predictions”, *Remote Sens.*, c. 15, sy 2, s. 365, Oca. 2023, doi: 10.3390/rs15020365.
- [98] R. Mesaud, F. Boui, P. Dannenmann, B. Scheppat, ve E. Gehrig, “Dynamic mode decomposition for modeling the UI dependence in fuel cells”, *Energy*, c. 9, s. 100419, Eki. 2025, doi: 10.1016/j.nxener.2025.100419.
- [99] G. Palma, A. Serani, S. Aram, D. W. Wundrow, D. Drazen, ve M. Diez, “Bayesian Hankel dynamic mode decomposition for ship motion digital twinning”, *Appl. Ocean Res.*, c. 165, s. 104863, Ara. 2025, doi: 10.1016/j.apor.2025.104863.
- [100] M. Kariminejad, D. Tormey, ve M. McAfee, “Developing a Digital Twin of part cooling in an injection moulding process through a Dynamic Mode Decomposition-Kalman Filter approach”, *Comput. Ind.*, c. 172, s. 104333, Kas. 2025, doi: 10.1016/j.compind.2025.104333.
- [101] A. Raizada, S. Berg, S. M. Benson, H. A. Tchelepi, ve C. Spurin, “Dynamic Mode Decomposition of 4D imaging data to explore intermittent fluid connectivity in subsurface flows”, *Adv. Water Resour.*, c. 203, s. 105013, Eyl. 2025, doi: 10.1016/j.advwatres.2025.105013.
- [102] K. Seo, H. H. Refai, ve E. S. Hile, “Application of Dynamic Mode Decomposition to Characterize Temporal Evolution of Plantar Pressures from Walkway Sensor Data in Women with Cancer”, *Sensors*, c. 24, sy 2, s. 486, Oca. 2024, doi: 10.3390/s24020486.
- [103] D. Wüstner, H. H. Gundestrup, ve K. Thaysen, “Dynamic mode decomposition for analysis and prediction of metabolic oscillations from time-lapse imaging of cellular autofluorescence”, *Sci. Rep.*, c. 15, sy 1, s. 23489, Tem. 2025, doi: 10.1038/s41598-025-07255-4.
- [104] C. Y. Li vd., “A parametric and feasibility study for data sampling of the dynamic mode decomposition: range, resolution, and universal convergence states”, *Nonlinear Dyn.*, c. 107, sy 4, ss. 3683-3707, Mar. 2022, doi: 10.1007/s11071-021-07167-8.
- [105] J. Cao, Z. Jiang, L. Gao, Y. Liu, ve C. Bao, “Continuous crack detection using the combination of dynamic mode decomposition and connected component-based filtering method”, *Structures*, c. 49, ss. 640-654, Mar. 2023, doi: 10.1016/j.istruc.2023.01.120.